cogito

iancu **lucica**
dumitru **gheorghiu**
roman **chirilă**

ex falso quodlibet

studii de logică paraconsistentă

cogito

coordonatori:

iancu **lucica**
dumitru **gheorghiu**
roman **chirilă**

ex falso quodlibet

studii de logică paraconsistentă

cuvânt înainte
graham **priest**

studiu introductiv
iancu **lucica**



Bucureşti, 2004

Adresă: **S.C. Editura TEHNICĂ S.A.**
Str. Olari, nr. 23, sector 2
cod 024056
Bucureşti, România

www.tehnica.ro

coordonatorul colecției ianculucica
catedra de filosofie
universitatea de vest din timişoara

coperta colecției floriana**bălan**

coordonator editorial
adina**ionescu**

coordonator tehnic
florin**gealapu**

layout & pre-press
cătălina**măgureanu**

procesare pc
mariana**gheorghiță**

asistent copyright
ioana**vasilescu**

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
Ex falso quodlibet: studii de logică paraconsistentă /
coord.: Iancu Lucica, Dumitru Gheorghiu, Roman Chirilă;
cuv. înainte.: Priest Graham; studiu introd.: Iancu Lucica-
Bucureşti: Editura Tehnică, 2004
Bibliogr.
ISBN 973-31-2209-2

I. Lucica, Iancu (coord.; pref.)
II. Gheorghiu, Dumitru (coord.)
III.Chirilă, Roman (coord.)
IV. Graham, Priest (pref.)

111



Cuvânt înainte[1]

Este o mare plăcere pentru mine să scriu acest cuvânt înainte la volumul **Ex Falso Quodlibet**, *prima carte de logică paraconsistentă publicată în România. Subiectul acestei cărți datează din anii '60–'70, deci se poate spune că are o oarecare istorie. Pe vremea aceea era un subiect minor, cu totul neortodox și ușor luat în derâdere. Astăzi, logica paraconsistentă este o disciplină bine conturată, cu propriul său cod în clasificarea AMS (American Mathematical Subjects), prezentă în mai toate enciclopediile, inclusiv* Enciclopedia de Filosofie *Routledge.*

Protagoniștii paraconsistenței – în perioada modernă, cel puțin – au fost animați de ideea că există contexte în care suntem nevoiți să operăm cu informații, date și chiar cu teorii inconsistente. În mod clar, folosirea unui aparat inferențial în care o contradicție implică orice nu are nici un sens într-un asemenea context. Principiul inferențial $\{A, \neg A\} \vdash B$ (Ex Falso Quodlibet, *numit adeseori și* Explozie) *este valid în logica ortodoxă a timpurilor noastre și era la fel de valid în anii '60–'70, numai că, dacă am vrea să luăm în serios posibilitatea operării într-un context inconsistent, atunci va trebui să operăm cu o logică în care* principiul exploziei *nu are loc.*

Termenul „paraconsistență" a fost creat de Miró Quesada și a fost propus cu ocazia celui de al treilea simpozion latino-american de logică matematică din 1976. În limba engleză prefixul para *are multe semnificații. Din câte mi-a spus Newton da Costa, sensul pe care l-a avut Quesada în vedere a fost cel de* cvasi, *ca în cuvintele „paramedic" sau „paramilitar", deci „paraconsistență" ar însemna ceva de genul „asemenea consistenței". În ceea ce mă privește, am presupus mereu că „para" din „paraconsistență" înseamnă „dincolo de", ca în „paranormal", de pildă, sau în „paradox" (dincolo de opinie). Citind astfel, „paraconsistent" ar*

---

[1] **Traducere din limba engleză de Iancu Lucica.**(*N.T.*)

însemna „dincolo de consistență" și trebuie să mărturisesc că, personal, încă mai prefer această înțelegere a termenului.

Deşi logica paraconsistentă a debutat fără un interes prea mare, ea s-a bucurat întotdeauna de o largă răspândire geografică. Cam la douăzeci de ani după al doilea război mondial, ea a fost descoperită în mod independent de oameni din continente diferite, dovada clară că era o idee căreia îi venise timpul. De la început, însă, trebuie spus că există mai multe logici paraconsistente şi că de cele mai multe ori unul şi acelaşi autor produce diferite astfel de logici.

Prima logică formală care a fost în mod special construită cu un ochi la inconsistență i se datorează logicianului polonez Stanislaw Jaśkowski în 1948[2]*. Prin 1960, Newton da Costa a scris o teză de doctorat pe acest subiect în Brazilia, la fel Florençio Asenjo în Argentina. Foarte repede da Costa a format un grup de cercetători care au început investigarea unor teorii inconsistente cum ar fi diferitele versiuni ale teoriei mulțimilor. Curând, ei vor descoperi şi lucrarea lui Jaśkowski, iar acest fapt a stimulat foarte mult cercetările de logică paraconsistentă din Polonia.*

Tot cam în acest timp, Alan Anderson, Nuel Belnap şi studenții lor de la Pittsburg au pus bazele logicii relevanței în Statele Unite. Logica relevanței se ocupă mai mult de comportamentul condiționalului decât de explozie, *ca atare, însă raporturile cu aceasta sunt foarte strânse. De îndată ce a fost dezvoltată semantica lumilor posibile pentru logicile relevanței, acestea şi-au ocupat locul lor în marea familie a logicilor paraconsistente. Această semantică a fost inventată la începutul anilor '70 de către Richard Routley (mai târziu, Sylvan), Val Routley (mai târziu, Plumwood) şi Bob Meyer (un fost student al lui Anderson şi Belnap). În jurul lor s-a adunat, la Canberra, un mare număr de studenți şi cercetători, dând astfel naştere şcolii australiene de logică paraconsistentă.*

În tot acest timp, mai mulți autori au studiat paraconsistența în diferite țări ale lumii, de pildă, Diderik Batens în Belgia a dezvoltat o promițătoare noțiune de logică paraconsistentă adaptativă, sau logicienii canadieni Peter Schotch şi Ray Jennings care au dezvoltat aşa-numita logică paraconsistentă preservaționistă.

Implicarea mea în acest subiect datează cam de la începutul anilor şaptezeci când reflectând asupra Teoremei lui Gödel mi-am dat seama că trebuie să putem da un sens raționării în contextul unei aritmetici inconsistente. În 1976, când am plecat la Canberra, în Australia, la prima conferință organizată de Asociația Australiană de Logică am luat cu mine şi primul meu studiu pe această temă – Logica paradoxului *– pe care l-am citit cu această ocazie. După discuții*

[2] Pentru detalii tehnice şi istorice privind logica paraconsistentă, vezi G. Priest, *Paraconsistent Logic*, pp. 287–393, vol. 6 din D. Gabbay şi F. Guetnthner (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, ediția a doua, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002.

m-am întâlnit pe coridor cu Richard Routley care mi-a vorbit despre preocupările lui și despre paraconsistența din diferitele părți ale lumii. Am fost foarte bucuros să aflu că nu sunt singur în nebunia mea.

Acesta a fost punctul de plecare al unei strânse și fructuoase prietenii dintre mine și Richard care a durat până la sfârșitul lui trist și prematur din 1996.

Unul dintre primele lucruri pe care noi ni l-am propus a fost să adunăm și să edităm o culegere de studii despre logica paraconsistentă.[3] *Am cerut lucrări de la toți autorii despre care știam că lucrează în domeniu, însă, pentru că subiectul era foarte nou, am scris introduceri substanțiale pentru fiecare secțiune a lucrării. Câteva dintre aceste eseuri sunt traduse acum în limba română și apar pentru prima dată în această culegere.*

Într-un fel, cartea nu a fost tocmai fericită. Deși manuscrisul a fost trimis spre publicare în 1982, cartea nu a apărut până în 1989, când a costat 200$, o sumă enormă pentru acea dată. Așa se explică, de ce cartea nu și-a acoperit niciodată costurile, realizându-și, cred eu, funcțiile doar printre cognoscenti. *Ea dă comunității din domeniul logicilor paraconsistente o identitate servind, totodată, ca reper pentru cercetările viitoare.*

Când am scris împreună cu Richard eseurile introductive ale cărții am constatat că trebuie să deosebim între paraconsistență, așa cum a fost ea definită mai sus, și concepția potrivit căreia unele teorii inconsistente pot, în mod actual, să fie adevărate. Acesta este, desigur, un punct de vedere mult prea puternic – se poate spune că teoriile inconsistente sunt utile, că sunt bune aproximări ale adevărului sau că ar avea alte virtuți, dar nu că sunt actual adevărate. În acea perioadă termenul „paraconsistență" era folosit pentru a descrie ambele situații, o sursă de confuzii ce încă mai persistă prin unele locuri. Richard a numit această concepție tare asupra inconsistenței „dialectică" în virtutea legăturilor ei cu ideile lui Hegel și Marx. Însă, deși numele are o justificare, el comportă o încărcătură mult prea teoretică astfel că trebuia găsită o altă denumire. Am fost blocați de găsirea acestui nume și a trebuit să consultăm dicționarele de greacă, latină, ebraică, galică,... din Biblioteca Universității Naționale Australiene. Dar termenul potrivit tot nu a fost găsit. În final, ne-am văzut nevoiți să producem neologismul „dialetheism" pentru a desemna concepția tare, o „dialetheia" (etimologic, „două căi ale adevărului") fiind o contradicție adevărată. Termenul a fost inspirat din Remarks on the Foundations of Mathematics *în care Wittgenstein leagă enunțul mincinosului de o figură a lui Ianus având ca fețe adevărul și falsul. Cuvântul nu este atractiv în mod particular, iar noi am uitat să ne punem de acord asupra modului în care se scrie el (Richard obișnuia să scrie „dialethism") și, de bine, de*

---

[3] G. Priest, R. Routley și J. Norman (eds.), *Paraconsistent Logic: Essays on the Inconsistent*, Munich: Philosophia Verlag, 1989.

rău, concepția a ajuns să fie cunoscută sub acest nume. La acea dată dialetheismul era atribuit, în general, logicienilor australieni din domeniul paraconsistenței, în special lui Richard și mie. El tinde să fie privit ca o formă mai insolentă a paraconsistenței chiar și de către unii dintre logicienii paraconsistenței. Este o concepție pe care eu, cel puțin, am apărat-o ulterior și am dezvoltat-o în mai multe privințe.[4]

În ciuda rezistenței intelectuale compacte pe care paraconsistența a întâlnit-o în primele ei zile, merită să ne amintim cum s-ar putea exemplifica explozia *în domeniul logicii formale, mai ales în tradiția ei vestică. În singurul mod în care are sens înțelegerea ei, silogistica aristotelică este paraconsistentă. Aceasta pentru că inferența*

Unii oameni sunt animale
Nici un animal nu este om
Toți oamenii sunt oameni

nu este validă din punct de vedere silogistic.

Principiul exploziei *intră pentru prima dată în scenă în secolul al XII-lea prin scrierile unui grup de logicieni din Paris și va stârni animozități până prin secolul al XVI-lea, după care logica medievală îl va uita complet. Este un principiu extrem de neintuitiv și cel puțin unul dintre fondatorii logicii moderne, Bertrand Russell, era conștient de el. În orice caz, acceptarea unanimă a acestui principiu în logica contemporană s-a produs în secolul al XX-lea, rezultând din perfecționarea aparatului logic creat de Russell și Frege.*

În ceea ce privește dialetheismul, situația este complet diferită. Cu toate că, în mod cert, au existat dialetheiști înaintea lui Aristotel, criticile aspre pe care el le-a făcut acestei idei au dus la acceptarea aproape unanimă a legii noncontradicției în filosofia vestică. Până în timpurile recente doar puțini filosofi, în primul rând Hegel și urmașii lui, s-au împotrivit istoriei.

Poate că rădăcinile istorice nu foarte adânci ale principiului exploziei *ar putea explica de ce multe din prejudiciile logicii paraconsistente aproape că au dispărut astăzi. Într-adevăr, în unele domenii cum este știința computerelor, de exemplu, paraconsistența este o idee comună. Și chiar unii logicieni filosofi, care tind să fie mai conservatori decât verișorii lor computaționali, sunt pregătiți să alăture logica paraconsistentă intuiționismului, polivalenței sau altor logici „neclasice", din punct de vedere al interesului lor intelectual. Însă, dialetheismul continuă să fie un subiect diferit. Dar chiar și aici, mulți filosofi sunt pregătiți să*

[4] În special în *In Contradictio* (Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1987) și *Beyond the Limits of Thought* (Cambridge: Cambridge University Press, 1995: ediția a doua revăzută, Oxford: Oxford University Press, 2002).

intre în discuţie fără a mai scrie că este prea absurd pentru a fi în mod serios luat în considerare.

Faptul că informaţiile dintr-o bază de date (inclusiv mintea umană) sunt adeseori inconsistente – şi nu într-o manieră algoritmic detectabilă – explică statutul paraconsistenţei în ştiinţa computerelor unde se operează inclusiv cu astfel de date. Însă, posibilităţile de aplicare ale logicii paraconsistente sunt mult mai mari, ele ajung oriunde inconsistenţa devine un fapt de viaţă. Astfel de fapte sunt legile juridice, diferitele teorii din istoria ştiinţei (teoria atomică a lui Bohr), din matematică etc. Dezvoltarea unui domeniu complet nou al matematicilor inconsistente trebuie plasată tot aici[5].

Poate că aplicaţiile cele mai interesante filosofic, şi mai controversate, ale paraconsistenţei aparţin domeniilor care justifică dialetheismul. Un astfel de domeniu este cel al paradoxurilor autoreferinţei în care modul cel mai natural şi mai atractiv de a vedea lucrurile este cel în care se consideră că argumentul paradoxal – cel puţin unul care a trecut peste horror contradictionis – *stabileşte adevărul unor concluzii contradictorii. Sunt mai multe astfel de domenii. Ele includ analiza vaguităţii, în particular, zonele de graniţă, analiza stărilor de schimbare şi mişcare, a conceptelor cu criterii supradeterminate de aplicare, precum şi a întregului domeniu al limitelor gândirii. Dialetheismul poate fi întâlnit astăzi în toate aceste domenii.*

Lucrările din prezenta colecţie examinează îndeaproape multe din aceste probleme. Unele, cum sunt studiile introductive din Paraconsistent Logic, *sunt lucrări mai vechi traduse acum pentru prima dată în limba română. Altele sunt noi şi aparţin unor figuri emblematice ale domeniului cum este Newton da Costa, iar câteva aparţin unor noi generaţii de logicieni şi filosofi pregătiţi să preia problemele paraconsistenţei şi a aplicaţiilor ei, inclusiv problema dialetheismului. Culegerea oferă o excelentă imagine asupra subiectului, atât asupra trecutului, cât şi asupra prezentului său, dând cititorului român posibilitatea de a se informa asupra lui în propria sa limbă.*

Cred că Iancu Lucica şi toţi cei care au lucrat la acest proiect scriind, traducând sau editând merită lăudaţi pentru munca lor deloc uşoară şi sper că volumul va răsplăti pe deplin eforturile lor.

Graham PRIEST

Melbourne,
Aprilie, 2003

---

[5] vezi C. Mortensen, *Inconsistent Mathematics*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1995.

Conştiinţa obişnuită consideră lucrurile deosebite ca fiind indiferente unul faţă de celălalt. Se spune astfel: sunt un om şi în jurul meu este aer, apă, sunt animale şi alte lucruri în genere. Totul cade aici unul în afara altuia. Scopul filosofiei este, dimpotrivă, să îndepărteze indiferenţa şi să recunoască necesitatea lucrurilor; astfel încât unul apare ca stând în faţa propriului său altul. Astfel, de pildă, natura anorganică nu trebuie să fie socotită numai ca altceva decât organicul, ci ca altul necesar al acestuia. Amândouă sunt într-o relaţie esenţială una faţă de alta şi una din ele există numai întrucât exclude din sine pe cealaltă şi chiar prin aceasta se raportează la ea.

Hegel

Notă asupra ediţiei

Lucrarea de faţă reprezintă o sinteză asupra logicii paraconsistente, fiind prima încercare de acest gen din peisajul editorial românesc.

Lucrarea cuprinde texte din diferite faze şi etape ale dezvoltării istorice a logicii paraconsistente, fără a omite controversele care se poartă astăzi în jurul acestui subiect – adevărate modele de dezbatere polemică pe marginea unei idei ştiinţifice.

Cu puţine excepţii, autorii au avut libertatea de a propune cele mai reprezentative contribuţii personale, lucrarea devenind, astfel, un titlu de referinţă pentru subiectul abordat.

Coordonatorii acestei lucrări îşi exprimă întreaga lor gratitudine tuturor celor care au contribuit la realizarea acestui volum, începând cu profesorul Newton da Costa, *fondatorul logicii paraconsistente. Oamenii mari au un fel al lor de a-ţi ieşi în întâmpinare pe care profesorul* Newton da Costa *l-a ilustrat cu o regală modestie şi o delicată eleganţă. Acelaşi lucru se poate spune şi despre profesorul* Graham Priest, *iniţiatorul dialetheismului logic.*

Generozitatea cu care toţi autorii cuprinşi în paginile volumului de faţă au răspuns iniţiativei noastre demonstrează că, în ciuda distanţelor care ne separă, putem rămâne uniţi în cultivarea idealurilor noastre de cunoaştere.

Iancu Lucica
Dumitru Gheorghiu
Roman Chirilă

La realizarea prezentei ediții au fost utilizate următoarele materiale:

➤ Newton C. A. da Costa, O. Bueno, *Paraconsistency: Towards A Tentative Interpretation*, **Theoria, vol. 16, nr. 40**, 2001.

➤ G. Priest, R. Routley, *Systems of Paraconsistent Logic*, **Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent**, G. Priest, R. Routley, J. Norman (eds.), Philosophia Verlag, München, 1989.

➤ D. Gabbay şi Ph. Smets (eds.), *Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainty Management Systems*, vol. 2, Ph. Besnaid şi A. Hunter, **Reasoning with Actual and Potential Contradictions**, p. 11, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, 1998.

➤ W. A. Carnielli, *How to build your own paraconsistent logic: an introduction to the Logics of Formal (In)Consistency*, Brazil, Unicamp, **WoPaLo-Workshop on Paraconsistent Logic** la **European Summer School in Logic, Language and Information**, Trento, Italia, 2002, **CLE e-Prints Vol. 2(7), 2002 (Section Logic)**, http://www.cle.unicamp.br/ e-prints/ abstract_16.html.

➤ J.-Y. Béziau, *The future of paraconsistent logic*, **Logical Studies Online Journal, 2**, 1999.

➤ L. Peña, *Graham Priest's „Dialetheism" – Is It Althogether True?*, **Sorites 7**, 1996.

➤ H. B. Slater, *Paraconsistent Logics?*, **Journal of Philosophical Logic, 24**, 1995.

➤ H. B. Slater, *Dialetheias are Mental Confusions*, **al III-lea Congres Mondial de Paraconsistență**, Toulouse, Franța, 2003.

➤ J.-Y. Béziau, *Paraconsistent logic! (A reply to Slater)*, **Sorites 15**, 2003.

➤ G. Priest, R. Routley, *The Philosophical Significance and Inevitability of Paraconsistency*, **Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent**, G. Priest, R. Routley, J. Norman (eds.), München, Philosophia Verlag GmbH, 1989.

➤ F. M. Quesada, *Paraconsistent Logic: Some Philosophical Problems*, **Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent**, G. Priest, R. Routley, J. Norman, Philosophia Verlag, München, 1989.

➤ W. A. Carnielli şi J. Marcos, *A Taxonomy of C-systems* °•, W. A. Carnielli, M. E. Coniglio şi I.M.L. D'Ottaviano (editori), **Paraconsistency: The Logical Way to the Inconsistent – Proceedings of WCP'2000**, Marcel Dekker, New York, 2002; W. A. Carnielli, *Possible-translations Semantics for Paraconsistent Logics*, D. Batens, C. Mortensen, G. Priest şi J.-P. van Bendegen (eds.), **Frontiers in Paraconsistent Logic: Proceedings of the I World Congress on Paraconsistency**, Ghent, 1998; W. A. Carnielli şi J. Marcos, *Limits for paraconsistent calculi*, **Notre Dame Journal of Formal Logic**, 40(3), 1999.

➤ G. Priest, *Reductio ad Absurdum et Modus Tollendo Ponens*, **Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent**, G. Priest, R. Routley, J. Norman (eds.), Philosophia Verlag GmbH, München, 1989.

➤ G. Priest, R. Routley, *Applications of Paraconsistent Logic*, **Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent**, G. Priest, R. Routley, J. Norman (eds.), München, Philosophia Verlag GmbH, 1989.

➤ Newton C. A. da Costa, D. Krause, *Complementarity and Paraconsistency*, **Filosofia, nr. 56, ano VII**, 2002.

➤ Newton C. A. da Costa, D. Krause, *Remarks on The Applications of Paraconsistent Logic To Physics*, **Filosofia, VIII, nr. 62**, 2003.

➤ I. Lucica, *Logica şi filosofia contradicției. Incursiune în problematica paraconsistenței. Studiu introductiv.*

➤ D. Gheorghiu, *Intuiționism, paraconsistență, contrarietate şi subcontrarietate.*

➤ I. Biriş, *Paraconsistența şi limitele gândirii.*

➤ R. Chirilă, *Identitate şi complementaritate. Câteva observații logice.*

➤ I. Lucica, *Logica conceptelor paraconsistente.*



Cuprins

- III -

CONTRADICŢII ACTUALE ŞI POTENŢIALE FILOSOFIA PARACONSISTENŢEI

- IV -

FERTILITATEA UNEI CONTRADICŢII APLICAŢII ALE LOGICII PARACONSISTENTE

ogica şi filosofia contradicţiei. Incursiune în problematica paraconsistenţei. Studiu introductiv

Iancu LUCICA

I.

Cercetările din domeniul paraconsistenţei au o istorie relativ recentă, ele au debutat acum treizeci şi ceva de ani în spaţiul cultural latino-american de unde au iradiat, apoi, în toate direcţiile. Iniţiatorul acestor cercetări este brazilianul Newton da Costa însă termenul *paraconsistenţă* îi aparţine peruvianului Miró Quesada. Oficializarea lui s-a produs în 1976, cu ocazia celui de al treilea simpozion latino-american de logică matematică de la Campinas, Brazilia.

Întâmpinată cu unele rezerve la început, ideea paraconsistenţei s-a impus destul de rapid, cunoscând în ultimii ani o dezvoltare de-a dreptul explozivă. Se vorbeşte astăzi despre o adevărată mişcare *para*, o mişcare pe care o putem încadra într-un soi de *postmodernism logic* consonant cu postmodernismul filosofic actual, însă altceva, totuşi, decât acesta.

O primă sinteză asupra logicii paraconsistente a apărut în 1989 la *Philosophia Verlag* din München sub coordonarea lui Richard Routley, Graham Priest şi Jean Norman. Cartea se intitulează ***Paraconsistent Logic. Essays on The Inconsistent***, are peste şapte sute de pagini şi conţine douăzeci şi trei de studii semnate de câţiva autori binecunoscuţi astăzi pentru contribuţiile lor în domeniu. Cinci din aceste studii apar în volumul de faţă pentru prima dată în traducere românească.

O sinteză de dată mai recentă care ne arată în ce direcţie au evoluat lucrurile şi unde s-a ajuns în prezent, a apărut la Kluwer, în 1998, sub coordonarea lui Philippe Besnard şi Anthony Hunter. Este vorba despre cel de al doilea volum din ***Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainty Management Systems*** (eds. D. Gabbay şi Ph. Smeth) sugestiv intitulat ***Reasoning with Actual and Potential Contradictions***. În acest volum a fost tradus studiul lui A. Hunter, ***Paraconsistent Logic.***

În ciuda faptului că are o istorie atât de recentă, logica paraconsistentă şi-a găsit deja numeroase aplicaţii. O teorie logică, spunea undeva N. da Costa, se justifică nu atât prin controversele filosofice pe care le angajează, cât prin aplicaţiile pe care le generează. Or, trebuie spus că aplicaţiile logicii paraconsistente cuprind astăzi cele mai variate domenii, de la controlul traficului aerian şi feroviar până la cercetările din domeniul roboticii şi inteligenţei artificiale. Foarte importante sunt şi aplicaţiile ei cu caracter teoretic în domenii precum matematica, fizica, biologia şi, bineînţeles, filosofia (numărul 125/2000 al revistei *Synthese*, număr omagial „da Costa", este destinat în întregime acestor aplicaţii).

II.

Privind retrospectiv, logica paraconsistentă ne apare ca o reacţie întârziată la criza din fundamentele logicii şi matematicii declanşată la începutul secolului al XX-lea de apariţia paradoxurilor (antinomiilor). Simplu spus, paradoxurile sunt contradicţii formale deduse prin mijloace de raţionament considerate, în general, valabile şi neproblematice. Ele pot fi circumscrise unor teorii anume (de referinţă este teoria intuitivă a mulţimilor) sau pot fi libere de orice sistematizare teoretică.

Reacţia unanimă a cercetătorilor angajaţi în rezolvarea paradoxurilor a fost una de respingere, ştiut fiind că o teorie în care se poate dezvolta o contradicţie este o teorie în care se poate demonstra, practic, orice. Asemenea teorii sunt apreciate astăzi ca *triviale* (Gr. Priest spune „explozive"), ele îşi pierd capacitatea de a mai distinge între adevăr şi fals.

Problema era cunoscută, se pare, din antichitate, însă a redevenit subiect de discuţie în logica medievală începând cu Pseudo Scotus (logician englez din secolul al XIII-lea), căruia i se atribuie principiul *ex falso quodlibet sequitur* (în traducere: *din fals rezultă orice*). Discuţia se poartă în capitolul despre consecinţe (*consequentiae*), capitol pe care îl regăsim în mai toate tratatele de logică medievală.

Ca şi predecesorii săi, Pseudo Scotus distinge între consecinţa formală şi cea materială, însă ambele concepte sunt divizate de el în mai multe subspecii – consecinţă formală cu antecedent ipotetic, consecinţă materială bună în mod simplu, consecinţă materială bună în prezent etc. Principiul *ex falso* este enunţat sub forma unor teze despre proprietăţile acestor consecinţe, teze care anticipează proprietăţile implicaţiei de mai târziu:

(1) Din orice propoziţie care implică o contradicţie urmează orice altă propoziţie prin consecinţă formală.
(2) Din orice propoziţie imposibilă urmează orice altă propoziţie prin consecinţă materială bună în chip simplu.

(3) Din orice propoziţie urmează o propoziţie necesară prin consecinţă simplă.
(4) Din orice propoziţie falsă urmează orice altă propoziţie prin consecinţă materială bună în prezent.
(5) Orice propoziţie adevărată urmează din orice altă propoziţie prin consecinţă materială bună în prezent[1].

În logica medievală aceste teze erau ilustrate cu propoziţii de genul: *Socrates est et Socrates non est* (***contradictio formalis***), *igitur Homo est asinus*. Sau: *Socrates est et Socrates non est, igitur baculus stat in angulo* etc. Pentru că aici este vorba de falsul unei contradicţii, principiul ***ex falso*** mai poate fi uneori întâlnit şi în forma ***ex contradictione quodlibet sequitur*** (din contradicţie urmează orice).

În limbajul logicii actuale problema se pune mult mai simplu. Presupunând că într-o teorie **T** s-a demonstrat contradicţia „P şi $\overline{P}$ ", mai departe putem raţiona după cum urmează:

Din „P şi $\overline{P}$ " se deduc atât „P", cât şi „ $\overline{P}$ ".
Din „P" se deduce „P sau Q",
Din „P sau Q" şi „ $\overline{P}$ " se deduce „Q".

Dar Q este o propoziţie oarecare, de unde rezultă că nu există propoziţii corect constituite în limbajul lui **T** care să nu se poată deduce în **T**. Pentru un calcul (sistem) logic acest lucru este hotărâtor:

> Dacă în calcul există formule deductibile de genul $\mathfrak{R}$ şi $\overline{\mathfrak{R}}$, spune P. S. Novicov, atunci un asemenea calcul este denumit contradictoriu. Asemenea calcule nu prezintă nici o valoare. Toate sistemele logice, cât de cât importante, sunt astfel construite încât atunci când unul dintre ele ar deveni contradictoriu, ar însemna că în el sunt deductibile toate formulele şi, de aceea, astfel de sisteme nu pot reflecta deosebirea dintre adevăr şi fals[2].

Necontradicţia a fost ridicată, încă din antichitate, la rang de principiu în logică, iar pentru Aristotel el este principiul suprem – un „principiu al principiilor" sau „cel mai sigur dintre principii" cum se exprimă Aristotel. Logica modernă nu va uzurpa această demnitate a principiului cu toate că aici condiţia necontradicţiei se pune în termenii consistenţei logice.

În mod obişnuit, „consistenţa" înseamnă „necontradicţie" (un sistem S este consistent logic dacă în el nu se poate deduce o propoziţie împreună cu negaţia ei, o contradicţie, cu alte cuvinte). Totuşi, unele deosebiri pot să apară între cele două concepte, mai ales în privinţa negaţiei.

Necontradicţia presupune obligatoriu negaţia în timp ce consistenţa nu, sau nu întotdeauna, ea se poate defini şi în acele sisteme care nu conţin semnul negaţiei (aşa-numitele „logici pozitive").

---

[1] Kneale, W. şi M. – *Dezvoltarea logicii*, vol. I, p. 302.
[2] Novicov, P. S. – *Elemente de logică matematică*, p. 104.

Având în vedere că tema cărții de față este o anume specie de inconsistență și că inconsistența se definește prin raportare la consistență, consider oportun să trec în revistă câteva dintre definițiile mai importante care se dau astăzi conceptului de consistență logică.

(1) ***Consistența în sensul lui Hilbert*** (se mai spune și *consistență în sens absolut*). Un sistem *S* este consistent în sens Hilbert dacă în el nu se poate deduce orice, dacă există cel puțin o expresie care nu este teză (teoremă) a sistemului (observăm că prin cerința formulată de definiție este vizat chiar principiul *ex falso*).

Să presupunem că în sistem nu poate fi dedusă expresia *A*. Cum există o mulțime potențial infinită de expresii echivalente cu *A*, rezultă că nu doar o expresie nu poate fi dedusă în *S*, ci o infinitate de asemenea expresii. Dacă admitem, însă, că numai din contradicție se poate deduce orice, atunci consistența de tip Hilbert și necontradicția vor însemna, practic, același lucru.

(2) ***Consistența relativă la o operație***. Să presupunem că în sintaxa lui *S* figurează și simbolul unei operații monare, η. Spunem atunci că *S* este consistent relativ la η dacă în sistem nu pot fi obținute expresiile *A* și $\eta(A)$. Dacă prin interpretare η devine negație, atunci consistența înseamnă, iarăși, necontradicție. În acest caz, contradicția ne apare ca un concept semantic, în timp ce consistența este unul sintactic.

(3) ***Consistența în sensul lui Post***. Presupunând că sistemul *S* conține acele simboluri pe care în mod obișnuit le numim variabile propoziționale, *S* este consistent în sens Post dacă o asemenea variabilă nu poate fi dedusă ca teoremă. Ideea este că variabilele pot fi înlocuite cu expresii adevărate sau false și atunci ar însemna că sistemul permite și deducerea a ceva fals. De pildă, în sistemul lui Church nu se deduce constanta *f* (corespunzătoare falsului) care poate fi și valoarea unei variabile. Prin urmare, sistemul este consistent și în sens Post.

(4) ***Consistența în sens Gödel*** sau ***ω-consistența***. Acest concept de consistență este ceva mai special, el vizează contradicția paradoxală, mai exact, contradicția conținută de paradoxul mincinosului. Un sistem logic este consistent în sens Gödel (sau *ω-consistent*) dacă în sistem nu poate fi dedusă negația unei scheme generale, să zicem, $\overline{(x)F(x)}$, și propozițiile individuale *F*(*a*), *F*(*b*) ... Conform teoremei lui Gödel de incompletitudine, un sistem logico-matematic de tipul *Principia Mathematica* nu poate fi consistent (în sensul de *ω-consistent*) și complet în același timp; consistența și completitudinea în cazul de față se exclud reciproc, sunt concepte contrare.

(5) ***Consistența semantică***. Definițiile date până acum consistenței sunt definiții sintactice (sau preponderent sintactice), însă consistența poate fi definită și semantic. Spunem că un sistem este consistent din punct de vedere semantic dacă există cel puțin o interpretare pentru care tezele (teoremele) sistemului devin

propoziţii adevărate. Interpretarea se defineşte, de regulă, ca o funcţie, iar această funcţie împreună cu domeniul de interpretare formează un *model*. Prin urmare, *S* este consistent în sens semantic dacă are cel puţin un model.

(6) ***Consistenţa definită prin conceptul de consecinţă logică***. Această definiţie reformulează (sau precizează) consistenţa în sens Hilbert. Fie *S* un sistem formal oarecare şi L_S limbajul lui *S*. Dacă *Cn*(*S*) este mulţimea consecinţelor lui *S*, atunci *S* este consistent dacă şi numai dacă *Cn*(*S*) este inclusă strict în L_S : $Cn(S) \subset L_S$. Cu alte cuvinte, *S* este consistent dacă consecinţele deduse în *S* reprezintă doar o parte a limbajului lui *S*, în caz contrar, *S* este inconsistent. Despre un sistem inconsistent de acest fel se spune că este *trivial*. Ca să fie mai clar, triviale sunt doar acele sisteme sau teorii în care orice propoziţie construită în limbajul sistemului este teoremă în sistem.

Conceptul de inconsistenţă trivială a apărut în studiile lui Newton da Costa începând cu 1963, însă hotărâtor a fost studiul său din 1974, ***On The Theory Of Inconsistent Formal Systems***:

> Despre un sistem formal *S* (sau sistem deductiv sau teorie deductivă etc.) se spune că este inconsistent dacă există o formulă *A* din *S* astfel că atât *A*, cât şi negaţia ei, $\neg A$, sunt teoreme ale sistemului. În caz contrar *S* este consistent. Un sistem deductiv *S* este numit *trivial* dacă toate formulele lui sunt teoreme. Dacă există cel puţin o formulă nedemonstrabilă în *S*, el este netrivial[3].

Citit cu atenţie, acest pasaj scoate în evidenţă următorul aspect: consistenţă=necontradicţie însă trivialitatea nu este definită prin raportare la consistenţa-necontradicţie, ci prin raportare la consistenţa în sens Hilbert. Nu este vorba de o inadvertenţă, poate cel mult o omisiune, şi aceasta pentru că definiţiile date consistenţei nu sunt neapărat independente, între ele există diferite raporturi logice. De pildă, consistenţa în sens Hilbert implică consistenţa în sens Post (variabila este un caz particular de expresie), iar consistenţa semantică o implică pe cea sintactică. Într-un fel, consistenţa semantică este mai generală, ea poate caracteriza clasa de expresii (orice sistem deductiv este întâi de toate o clasă) sau numai expresia. În acest ultim caz, consistenţa se mai numeşte şi *realizabilitate*. În logica propoziţiilor, cel puţin, expresiile realizabile şi cele valide (tautologice) formează clasa expresiilor consistente, iar contradicţiile şi expresiile realizabile formează clasa expresiilor nevalide (sau netautologice; aici clasa tautologiilor este aceeaşi cu clasa expresiilor logic valide).

Toate teoriile consistente sunt netriviale, însă numai unele dintre teoriile netriviale sunt consistente. O teorie *paraconsistentă* este atunci o teorie inconsistentă, dar netrivială. Acesta este sensul de bază, cel mai general, al termenului „paraconsistenţă". Am putea, eventual, încerca unele „adaptări" ale lui având în vedere diferitele definiţii date consistenţei logice. De vreme ce există o consistenţă şi o inconsistenţă Gödel, de ce nu ar exista şi o paraconsistenţă în sens Gödel (o *ω-paraconsistenţă*)?

---

[3] Newton da Costa, *On The Theory of Inconsistent Formal System*, în *N.D.J.F.L.*, p. 497.

Faptul că există astfel de teorii inconsistente dar netriviale este prima şi cea mai importantă descoperire a logicii paraconsistente.

Exemplul clasic de teorie paraconsistentă este teoria intuitivă a mulţimilor. Fiecare dintre paradoxurile conceptului de mulţime atestă, în felul său, inconsistenţa teoriei, totuşi, teoria nu admite teoreme de genul $a \in a$, $a \in \varnothing$ sau altele asemenea lor. Deci teoria este inconsistentă fără a fi trivială. Or, conform cu *principiul toleranţei* formulat de către da Costa, o teorie este tolerabilă atâta timp cât nu se confruntă cu pericolul trivialităţii[4].

Protagoniştii paraconsistenţei au făcut şi o altă observaţie, nu mai puţin interesantă: în dezvoltarea lor istorică, teoriile ştiinţifice trec obligatoriu prin faza inconsistenţei, respectiv, paraconsistenţei logice şi nu odată se întâmplă ca asemenea inconsistenţe să persiste chiar şi în stadiul deplinei lor maturităţi. Exemplele cele mai des invocate provin din matematică şi fizică (v. studiul lui da Costa despre complementaritate, de exemplu), însă putem găsi exemple edificatoare şi în domeniul logicii. În cele ce urmează voi examina trei astfel de exemple.

Inconsistenţa teoriei mulţimilor

Unul dintre cele mai simple paradoxuri ale conceptului de mulţime este paradoxul lui Russell. Definim pentru început mulţimea C (= mulţimea tuturor mulţimilor care nu se conţin pe sine): $C = \{x\colon x \notin x\}$. Din definiţie şi din schema abstracţiei obţinem:

(1) $$X \in C \,.\!\equiv\!.\, X \notin X,$$

din care prin instanţiere obţinem contradicţia:

(2) $$C \in C \,.\!\equiv\!.\, C \notin C.$$

Folosind o logică pur implicativă, H. B. Curry a arătat cum trivializează mulţimea lui Russell teoria generală a mulţimilor. El redefineşte pentru început mulţimea C:

(3) $$C =_{\mathrm{df}} \{x\colon x \in x. \rightarrow p\}.$$

Prin aceeaşi schemă, din (3) obţinem:

(4) $$X \in C \,.\!\equiv\!.\, X \in X \rightarrow p,$$

iar pentru cazul particular în care $X = C$ obţinem:

(5) $$C \in C \,.\!\equiv\!.\, C \in C \rightarrow p.$$

Întrucât (5) este o implicaţie reciprocă rezultă

[4] „Din punct de vedere sintactic şi semantic, spune N. da Costa, orice teorie este permisibilă atâta vreme cât nu este trivială. Strict vorbind, există în matematică ceea ce este netrivial" (cf. A.I. Arunda, *Aspects of Historical Development of Paraconsistent Logic*, în G. Priest, R. Routley şi J. Norman, eds. *Paraconsistent Logic. Essay on The Inconsistent*, p. 104).

(6) $\dot{C} \in C .\rightarrow. C \in C \rightarrow p.$

Din (6) şi din $C \in C$ aplicând de două ori *modus ponens* se obţine p, o propoziţie oarecare.

Inconsistenţa semanticii standard

Printr-un argument asemănător, Curry a demonstrat inconsistenţa (chiar trivialitatea) semanticii standard. Argumentul (care este, de fapt, un paradox), pune în discuţie schema adevărului la Tarski: „*A* este propoziţie adevărată dacă şi numai dacă *p*" (*A* este numele propoziţiei *p*). Exprimăm această schemă prin formula $V(A) \equiv p$ în care *V* este predicatul „adevărat".

Fie acum propoziţia:

(*A*) Dacă această propoziţie este adevărată atunci este adevărată şi o propoziţie oarecare *p*".

Exprimăm simbolic această propoziţie prin

(1) $A =$ „$V(A) \rightarrow p$".

Aplicând schema lui Tarski propoziţiei (1) obţinem:

(2) $V(A) \equiv [V(A) \rightarrow p]$

pe care o putem descompune în două implicaţii:

(3) $V(A) \rightarrow [V(A) \rightarrow p]$, respectiv,

(4) $[V(A) \rightarrow p] \rightarrow V(A).$

Din (3) prin regula $P \rightarrow (P \rightarrow Q) \vdash P \rightarrow Q$ se deduce

(5) $V(A) \rightarrow p.$

Din (4) şi (5) prin *modus ponens* se deduce

(6) $V(A).$

Din (5) şi (6) prin *modus ponens* se deduce

(7) p (o propoziţie oarecare).

Rezultatul la care am ajuns s-ar putea exprima astfel: dacă este adevărată propoziţia (1), atunci orice altă propoziţie este adevărată. Propoziţia (1) este doar o reformulare a propoziţiei (*A*).

Termenul „această propoziţie" din propoziţia (*A*) este un termen deschis (sau indexical) ceea ce face ca propoziţia (*A*) să aibă aspectul unei propoziţii deschise. Numai că s-ar putea întâmpla ca sintagma „această propoziţie" din componenţa propoziţiei (*A*) să fie chiar numele unei contradicţii (ce alt motiv am avea să considerăm pe (*A*) adevărată?) şi atunci paradoxul dispare. Făcând substituţia vom obţine:

(*A*') „Dacă $P \& \overline{P}$ este propoziție adevărată atunci este adevărată şi o propoziție oarecare *p*".

Din câte observăm, (*A*') este chiar principiul *ex falso*.

Inconsistențe în semantica lumilor posibile

Semantica lumilor posibile are două destinații majore: a) să definească un concept adecvat de validitate pentru sistemele modale de tip Lewis şi b) să permită demonstrarea teoremelor de consistență şi completitudine pentru aceste sisteme modale. Ambele probleme se rezolvă pozitiv prin aşa-numita „semantică a lumilor posibile" care este o semantică pură (în sensul de semantică neinterpretată sau neaplicată). Când trecem însă de la semantica pură la cea aplicată, conceptul de lume posibilă devine el însuşi un concept inconsistent. După cum s-a constatat ulterior, conceptul interpretat de lume posibilă este angajat față de ideea inconsistentă a existenței lucrurilor care nu există. Un concept inconsistent, cu alte cuvinte, stă la baza demonstrațiilor de consistență[5].

Să recapitulăm. Putem defini paraconsistența în general, la modul neutru (orice teorie inconsistentă dar netrivială este o teorie paraconsistentă), sau putem defini paraconsistența din punct de vedere logic. Distingem în acest caz două sensuri – unul mai larg şi unul restrâns. În sens logic larg, o teorie este paraconsistentă dacă este netrivială, dar conține teoreme incompatibile cu teoremele logicii clasice (adăugate acestora se ajunge la contradicții). În sens logic restrâns, o teorie este paraconsistentă dacă poate fi înțeleasă ca fiind logica unei teorii inconsistente dar netriviale.

Aceste idei sunt exprimate pentru prima dată cu claritate în studiul lui da Costa, din 1974 şi merită să vedem în ce termeni pune el problema:

> Dacă logica subiacentă unui sistem *S* este logica clasică (sau logica intuiționistă sau alta), atunci sistemul este trivial dacă şi numai dacă el este inconsistent. Din această cauză, folosind aceste logici, sistemele inconsistente nu prezintă nici un interes logico-matematic propriu. În mod obişnuit, noi încercăm să schimbăm teoriile inconsistente transformându-le în teorii consistente. Este clar că prin aceste transformări unele dintre trăsăturile caracteristice ale teoriilor inconsistente se păstrează; de exemplu, sistemele formale obişnuite ale teoriei mulțimilor păstrează anumite trăsături ale teoriei intuitive a mulțimilor. Cu toate acestea, sunt cazuri în care ne putem gândi să studiem în mod direct o teorie inconsistentă. De exemplu, o teorie a mulțimilor care conține clasa lui Russell (clasa tuturor claselor care nu se conțin pe sine) sau o teorie a cărui scop este sistematizarea teoriei lui Meinong a obiectelor. La prima vedere, studiul sistemelor inconsistente ar fi la fel de interesant ca studiul geometriilor neeuclidiene: ne-am face o idee mai bună despre natura unor

[5] A. Plantinga, *Natura necesității* (trad. C. Grecu), Editura Trei, Bucureşti, 1998, cap. VII şi VIII.

> paradoxuri, am avea o mai bună înţelegere a conexiunilor dintre diferitele principii logice etc. Dar dacă vrem acest lucru, atunci trebuie să construim un nou tip de logică. După cum am spus şi mai sus, fără să folosim o asemenea logică, sistemele inconsistente îşi pierd importanţa lor logico-matematică[6].

Subliniez următoarele trei idei care apar în acest pasaj şi care sunt hotărâtoare pentru înţelegerea conceptului de paraconsistenţă în viziunea lui da Costa:

(1) O teorie **T**, indiferent de domeniul ei, are o structură logică pe care o vom numi „logica lui **T**". Aceasta poate fi logica clasică, logica intuiţionistă sau un alt sistem logic, de la caz la caz. Pentru o teorie care nu are o organizare logică riguroasă voi folosi denumirea de *infrateorie*.

(2) Teoriile pot fi consistente sau inconsistente. Dacă teoria este inconsistentă, iar logica ei este logica clasică sau logica intuiţionistă sau alta, atunci teoria este trivială şi nu prezintă interes ştiinţific. În astfel de cazuri teoriile sunt corectate în vederea transformării lor în teorii consistente, iar noile teorii prezintă multe caracteristici în comun cu teoriile din care provin.

(3) Pentru ca teoriile inconsistente să-şi păstreze interesul, ele trebuie să aibă o logică specifică, alta decât logica clasică, intuiţionistă etc., iar scopul declarat al lui da Costa este să construiască astfel de logici (sisteme formale) specifice teoriilor inconsistente dar netriviale.

Pentru matematicianul Newton da Costa logica este ştiinţa sistemelor formale şi a interpretărilor semantice corespunzătoare acestora, ceea ce, după părerea mea, reprezintă punctul tare al concepţiei lui, dar şi punctul ei slab pentru că logica este mult mai mult decât atât.

Formalizarea teoriilor paraconsistente presupune o mişcare în trei timpi:

(*a*) sunt identificate teorii inconsistente din domeniul diferitelor ştiinţe particulare – logica, matematica, fizica etc., inclusiv filosofia;

(*b*) sunt construite diverse sisteme formale în care $\overline{P \& \overline{P}}$, $P \& \overline{P} \rightarrow Q$, $\overline{P} \rightarrow (P \rightarrow Q)$, expresiile simbolice ale principiului noncontradicţiei şi ale principiului *ex falso*, nu mai sunt teze logice;

(*c*) sistemele formale astfel obţinute sunt interpretate, apoi, în teoriile din prima categorie.

Elementul de noutate faţă de logica standard, ca să spun aşa, este că prin aceste interpretări sunt „captate" şi acele expresii pe care în mod obişnuit le numim „contradicţii" (G. Priest nu ezită să vorbească despre „contradicţii adevărate", idee nu tocmai împărtăşită astăzi). În orice caz, interpretarea trebuie să satisfacă cele două mari condiţii:

1) ***condiţia adecvării*** (se alege sistemul formal cel mai potrivit domeniului respectiv);

---

[6] Newton C.A. da Costa, op. cit. p. 497.

2) ***condiția trivializării*** (interpretarea trebuie să evite pericolul trivializării, să se sustragă principiului *ex falso quodlibet*).

Pentru sistemele din ierarhia C_n despre care vom vorbi în capitolul următor, da Costa a construit o semantică specială (o *teorie a evaluării*, cum spune el) pentru că sistemele în cauză trebuie să satisfacă, şi ele, condiția consistenței logice. Permisive față de contradicția altor domenii, aceste sisteme nu pot fi permisive față de propriile lor contradicții. Dacă se spune, prin urmare, că logica paraconsistentă este tolerantă față de ideea de contradicție (v. şi principiul toleranței) atunci trebuie pusă imediat întrebarea: față de contradicția cui anume este ea tolerantă? Contradicția nu este admisă în general, cum s-ar putea crede la prima vedere, ea este admisă la un nivel, de regulă nivelul interpretării, ca să fie respinsă apoi la nivelul superior, cel al formalizării. A fost uzurpat prin aceasta principiul non-contradicției?

Scurt istoric

Cu toate că este de dată foarte recentă, logica paraconsistentă are câteva „antecedente" logice şi filosofice care merită cunoscute. Sub aspect logic sunt invocați autori şi puncte de vedere pentru care nici principiul noncontradicției, nici principiul terțului exclus nu se bucură de o recunoaştere prea mare.

Printre „pionierii" domeniului este considerat J. Łukasiewicz cu studiul său ***On the Principle of Contradiction in Aristotel*** apărut pentru prima dată în limba germană, în 1910 şi republicat, în engleză, în 1971 (***Rewiew of Metaphisics***, xxiv, pp. 485–509). Łukasiewicz pune aici sub semnul întrebării principiul aristotelic al noncontradicției în interpretare logică, ontologică şi psihologică, însă acest studiu este un studiu de tinerețe, în lucrările lui de maturitate Łukasiewicz adoptă un ton mult mai moderat. Şi, apoi, rațiunile pentru care Łukasiewicz contestă valabilitatea principiului noncontradicției nu sunt nici pe departe cele care fac astăzi obiectul logicilor paraconsistente.

Mai important pentru tema discuției, deşi mai puțin cunoscut, este logicianul rus N. A. Vasiliev (1880–1940), student şi apoi profesor la Universitatea din Kazan. Inspirat de ***Geometria imaginară*** a lui Lobacevsky (profesor cândva şi el la Kazan), Vasiliev a încercat să construiască o „logică imaginară" în care principiile aristotelice nu mai sunt respectate. Întrebarea de la care a pornit el este: *ce „postulate" ale unui sistem logic pot fi schimbate sau eliminate fără ca prin aceasta sistemul să înceteze a mai fi logic*? Discuția este mai amplă, între altele, Vasiliev ipostaziază o lume în care unele obiecte au predicatul *A*, altele *non-A*, iar un al treilea grup de obiecte are atât *A*, cât şi *non-A*. Vor exista, prin urmare, trei tipuri de propoziții în această lume: „*S* este *A*", „*S* este *non-A*" şi „*S* este *A* şi *non-A*". Un calcul propozițional paraconsistent de tip Vasiliev şi un calcul al predicatelor au fost construite de L. Puga şi N. da Costa în studiul lor, ***On The Imaginary Logic of N. A. Vasiliev*** (1988) (v. capitolul IV, sistemele *V* şi *V**).

Tot din perioada de „gestație", cum îi place lui da Costa să o numească, face parte şi studiul lui St. Jaskowski, ***Propositional Calculus for Contradictory Deductive***

systems. Studiul a apărut în 1948, însă valorificarea lui din perspectivă paraconsistentă a devenit posibilă abia după apariţia lui în limba engleză (v. *Studia Logica*, 24/1969). Sistemul de logică *discusivă* (sau *discursivă*) pe care îl dezvoltă Jaskowski aici are drept scop: *a*) sistematizarea teoriilor ce conţin contradicţii, în particular, a contradicţiilor care fac obiectul dialecticii, *b*) studiul teoriilor în care apar contradicţii datorate ambiguităţii, *c*) studiul teoriilor empirice a căror postulate şi supoziţii de bază sunt contradictorii. Plecând de la ideile lui Jaskowski, da Costa şi Dubikajdis au construit, apoi, o serie de alte sisteme formale specifice logicii discusive.

Hotărâtoare, însă, pentru constituirea logicii paraconsistente sunt cercetările lui Newton da Costa care a publicat, începând cu 1963, mai multe studii pe această temă în Analele Academiei de Ştiinţe din Paris. De referinţă este studiul lui din 1974, ***On The Theory of Inconsistent Formal Systems*** apărut în *Notre Dame Journal of Formal Logic*. Este expusă aici o întreagă familie de sisteme formale, aşa-numitele sisteme C_n, destinate teoriilor inconsistente dar netriviale.

În fine, foarte des invocată este şi lucrarea a doi logicieni americani, N. Rescher şi R. Manor, ***On Inference From Incosistent Premisses*** (*Theory and Decision*, 1/1970). Logica combinatorică, prin viziunea ei nouă în privinţa paradoxurilor, a stimulat dintr-o altă direcţie procesul. Cum se spune în asemenea situaţii, „ideea plutea în aer".

Filosofic vorbind, logica paraconsistentă se revendică dintr-o lungă şi bogată tradiţie cunoscută în istoria filosofiei sub numele generic de *dialectică*. Filosofii preferaţi sunt Heraclit, Fichte, Schelling, Hegel, Marx ş.a. care au făcut din contradicţie un veritabil principiu explicativ. Nu întâmplător sisteme mai recente de logică paraconsistentă construite de către da Costa, Wolf, Italla D'Ottaviano ş.a. poartă numele de *logică dialectică*.

După Routley şi Meyer un sistem logic trebuie să îndeplinească cel puţin trei condiţii pentru a putea fi apreciat ca „dialectic": *a*) să fie închis relativ la *modus ponens, b*) să fie simplu inconsistent (pentru unele expresii *P*, să conţină ca teze atât pe *P*, cât şi pe $\overline{P}$), şi *c*) să fie non-trivial (nu orice formulă este teză).

Probabil că mulţi se vor întreba ce legătură există între aceste sisteme formale şi dialectica lui Hegel, să zicem? Sunt de natură aceste sisteme să redea complexitatea unei asemenea gândiri?

Se admite, în general, că dialectica hegeliană nu poate fi formalizată, însă, după cum apreciază D. Marconi într-un studiu din 1979, „orice încercare viitoare de-a gândi în termeni logici despre discursul hegelian va trebui să ia obligatoriu în considerare teoria despre sistemele formale inconsistente"[7].

O filosofie de inspiraţie paraconsistentă, numită *dialetheism*, a fost dezvoltată de G. Priest în cartea sa ***In Contradiction*** (1987), reluată, apoi, în ***Beyond the Limit of Though*** (1995). Dialetheismul, în viziunea lui G. Priest, nu este altceva decât recunoaşterea faptului că „există contradicţii adevărate" (pentru detalii, v. studiul lui L. Peña).

Aceasta este, în mare, povestea logicii paraconsistente. Este drept că s-a bucurat de mare succes, totuşi, recunoaşterea ei nu s-a făcut chiar dintr-o dată şi

---

[7] A. I. Arunda, op. cit., p. 99.

nici drumul ei nu a fost doar un triumf. Ca orice noutate ştiinţifică, logica paraconsistentă „a beneficiat", şi ea, de inerţia sistemului exprimată, în cazul de faţă, prin reticenţa unor mari autorităţi. Unii au numit-o „logică de carnaval" dată fiind originea ei latino-americană, iar Quine vorbea despre logicile „deviaţioniste" ca despre o „fantezie burlescă". Probabil că adevărul se află şi de această dată undeva pe la mijloc.

III.

Sistemele C_n ($1 \leq n \leq \omega$) construite de Newton da Costa, începând cu 1963, sunt de referinţă în discuţiile de şi despre logica paraconsistentă, ele reprezintă miezul tare al acesteia. În studiul său din 1974, da Costa enumeră patru condiţii pe care trebuie să le satisfacă aceste *calcule* (sisteme formale) şi anume:

1) Principiul noncontradicţiei $\neg(A \,\&\, \neg A)$ să nu mai fie valid („$\neg$" este semnul negaţiei folosit de autor).

2) Din două formule contradictorii A şi $\neg A$ să nu fie posibilă deducerea unei formule oarecare B (= respingerea principiului *ex falso*).

3) Orice sistem C_n, $1 \leq n \leq \omega$ să poată fi extins la un calcul al predicatelor de ordinul întâi cu sau fără egalitate.

4) Sistemele C_n trebuie să conţină cea mai mare parte a schemelor şi regulilor din C_0 (calculul propoziţional clasic) dacă ele nu interferează cu prima condiţie.

Sistemul C_1

Voi prezenta, în datele lui esenţiale, primul şi cel mai simplu sistem din familia sistemelor C_n construite de Newton da Costa. Sintaxa sistemului se compune din semnele logice obişnuite, mai puţin simbolul $A°$ care este introdus prin definiţie: $A° =_{df} (A \,\&\, \neg A)$. Operatorii &, $\vee$, $\supset$, $\equiv$ au în C_1, toate proprietăţile pe care le au ei în calculul pozitiv clasic[8]. Sistemul are cincisprezece postulate (reguli de deducţie şi scheme de axiome):

(1) $A \supset (B \supset A)$,

(2) $(A \supset B) \supset ((A \supset (B \supset C)) \supset (A \supset C))$,

(3) $A, A \supset B / B$,

[8] Operatorul „°" este un fel de operator al „normalităţii". O expresie A este logic normală dacă A şi $\neg A$ nu pot fi împreună adevărate.

(4) $(A \mathbin{\&} B) \supset A$,

(5) $(A \mathbin{\&} B) \supset B$,

(6) $A \supset (B \supset (A \mathbin{\&} B))$,

(7) $A \supset (A \vee B)$,

(8) $B \supset (A \vee B)$,

(9) $(A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset (A \vee B \supset C))$,

(10) $A \vee \neg A$,

(11) $\neg\neg A \supset A$

(12) $B^{\circ} \supset ((A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A))$,

(13) $A^{\circ} \mathbin{\&} B^{\circ} \supset (A \mathbin{\&} B)^{\circ}$,

(14) $A^{\circ} \mathbin{\&} B^{\circ} \supset (A \vee B)^{\circ}$,

(15) $A^{\circ} \mathbin{\&} B^{\circ} \supset (A \supset B)^{\circ}$.

În ceea ce priveşte regulile de deducţie, C_1 admite multe dintre regulile calculului propoziţional clasic, însă multe le respinge sau le reformulează cum se întâmplă, de exemplu, cu regula raţionamentului prin reducere la absurd. Această regulă are aici următoarea formă:

Dacă din Γ şi A se deduce B°, şi
din Γ şi A se deduce B, şi
din Γ şi A se deduce $\neg B$
atunci, din Γ se deduce $\neg A$.

O serie de scheme ale calculului propoziţional clasic nu sunt valide în C_1, îndeosebi cele care exprimă principiul *ex falso* sau care sunt legate într-un fel sau altul de acesta:

$\neg A \supset (A \supset B)$,	$(A \mathbin{\&} \neg A) \supset B$,	$(A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A)$,
$\neg A \supset (A \supset \neg B)$,	$(A \mathbin{\&} \neg A) \supset \neg B$,	$(A \equiv \neg A) \supset B$,
$A \supset (\neg A \supset B)$,	$\neg(A \mathbin{\&} \neg A)$,	$(A \vee B) \mathbin{\&} A \supset B$,
$A \supset (\neg A \supset \neg B)$,	$A \supset \neg\neg A$,	$(A \supset B) \supset (\neg B \supset \neg A)$,
$A \vee B \supset (\neg A \supset B)$	$A \equiv \neg\neg A$,	$(A \vee B) \supset (\neg A \supset B)$,

În subcapitolul II am arătat că dintr-o contradicţie decurge orice şi am demonstrat acest lucru folosindu-ne de schema de deducţie numită *modus tollendo*

ponens. Or, din câte observăm, această schemă nu mai este validă în C_1. Prin urmare, sistemul nu respinge doar principiul *ex falso*, ci şi schemele deductive subsumate lui. Mulţi consideră că răspunzătoare pentru trivialitatea unei teorii este chiar această schemă şi că ceea ce s-ar cere, de fapt, este o logică în care operatorii logici ¬, ∨ să fie astfel definiţi încât schema să nu mai fie valabilă (v. şi studiul lui Gr. Priest: ***Reductio ad absurdum et Modus Tollendo Ponens***).

Pentru demonstraţiile de validitate din C_1, da Costa s-a folosit, la început, de matrice trivalente care definesc operatorii logici ¬, &, ∨, ⊃ folosiţi în sistem. Dacă se consideră 1 şi 2 valori desemnate, atunci se poate demonstra uşor că expresiile de mai sus nu sunt legi logice. Să luăm expresia $\neg(A \ \& \ \neg A)$, forma simbolică a principiului noncontradicţiei. Pentru cazul particular în care $A = 2$ vom obţine: $\neg(2 \ \& \ \neg 2) = \neg(2 \ \& \ 1) = \neg 1 = 3$. Cum 3 nu este valoare desemnată rezultă că expresia noastră nu este validă.

A	$\neg A$
1	3
2	1
3	1

&	1	2	3
1	1	1	3
2	1	1	3
3	3	3	3

∨	1	2	3
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	1	3

⊃	1	2	3
1	1	1	1
2	1	1	3
3	1	1	1

Având în vedere definiţiile operatorilor logici, în C_1 au loc următoarele implicaţii şi deducţii:

$B^{\circ}, A \supset B \vdash \neg B \supset \neg A,$ $\qquad (A \supset \neg A) \supset \neg A,$

$B^{\circ}, A \supset \neg B \vdash B \supset \neg A,$ $\qquad (\neg A \supset A) \supset A,$

$B^{\circ}, \neg A \supset B \vdash \neg B \supset A,$ $\qquad A \supset (\neg A)^{\circ}.$

Dacă se adaugă la C_1 principiul noncontradicţiei se obţine C_0 (calculul propoziţional clasic). În plus, C_1 poate fi completat cu o negaţie tare „¬* " definită prin $\neg^{*}A =_{df} \neg A \ \& \ A^{\circ}$ care are toate proprietăţile negaţiei clasice:

$A \vee \neg^{*}A,$ $\qquad (A \supset B) \supset ((A \supset \neg^{*}B) \supset \neg^{*}A)$

$\neg^{*}(A \ \& \ \neg^{*}A),$ $\qquad \neg^{*}\mathrm{A} \supset (A \supset B)$

$A \equiv \neg^{*}\neg^{*}A,$ $\qquad (A \equiv \neg^{*}A) \supset B$

Se spune despre un sistem netrivial *S* că este finit trivializabil dacă există o formulă *F* care adăugată axiomelor lui *S* face sistemul trivial. Calculul implicaţional clasic, calculul pozitiv clasic, calculul intuiţionist ş.a. nu sunt finit trivializabile. În schimb, calculul clasic al predicatelor este finit trivializabil. Sistemul C_1 este consistent şi finit trivializabil (orice formulă de tipul $A \ \& \ \neg^{*}A$ face sistemul trivial).

Sistemele C_n, cu $n > 1$

Nu doar C_1 satisface condiţiile (1) – (4), precizează da Costa, ci o întreagă ierarhie de sisteme C_1, C_2, ..., C_n, ..., C_ω care au proprietăţi similare, dacă nu chiar identice, cu C_1. Pentru a construi aceste sisteme da Costa introduce mai întâi două definiţii:

$$A^m =_{\text{df}} A^{\circ\circ\circ\ldots\circ}, \text{ unde simbolul } ^\circ \text{ apare de } m \text{ ori, } m \geq 1.$$

$$A^{(m)} =_{\text{df}} A^1 \,\&\, A^2 \,\&\, \ldots \,\&\, A^m$$

Postulatele lui C_n , $1 < n < \omega$, sunt postulatele lui C_1 cu excepţia postulatelor (12) – (15) care sunt înlocuite cu:

(12') $B^{(n)} \supset ((A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A))$

(13') $A^{(n)} \,\&\, B^{(n)} \supset (A \,\&\, B)^{(n)}$

(14') $A^{(n)} \,\&\, B^{(n)} \supset (A \vee B)^{(n)}$

(15') $A^{(n)} \,\&\, B^{(n)} \supset (A \supset B)^{(n)}$

Sistemele din ierarhia C_n, $0 \leq n < \omega$ sunt decidabile şi finit trivializabile, în timp ce C_ω nu este finit trivializabil (postulatele lui C_ω sunt doar (1) – (11), nu şi restul). O altă particularitate care merită să fie reţinută este că fiecare sistem din ierarhia C_0, C_1, C_2, ..., C_ω este mai tare decât cel care îi succede. Prin urmare, dacă vrem să evităm trivialitatea lui C_n este de preferat să-l alegem pe C_{n+1} sau, pentru şi mai multă siguranţă, pe C_ω. Întrucât orice sistem C_n, $1 \leq n < \omega$ este consistent vor exista expresii valide pentru cazul general n şi pentru toate cazurile lui particulare ($n = 0, 1, \ldots \omega$):

$B^{(n)}, A \supset B \vdash \neg B \supset \neg A$, $\quad$ $B^{(n)}, A \supset \neg B \vdash B \supset \neg A$,

$B^{(n)}, \neg A \supset B \vdash \neg B \supset A$, $\quad$ $B^{(n)}, \neg A \supset \neg B \vdash B \supset A$,

$(A \supset \neg A) \supset \neg A$, $\quad$ $(\neg A \supset A) \supset A$,

$A^{(n)} \vdash (\neg A)^{(n)}$, $\quad$ $A^{(n)(n)}$.

Care este utilitatea acestor calcule? Dincolo de destinaţia lor iniţială, aceea de a fi interpretate în domeniul unor teorii inconsistente dar netriviale, aceste calcule pot fi aplicate şi în analiza unor binecunoscute paradoxuri. Iată, pe scurt, cum poate fi analizat paradoxul mincinosului în termenii logicii paraconsistente.

Fie Λ un limbaj intuitiv care îl conţine pe C_n, $0 \leq n \leq \omega$ şi în care putem vorbi despre propoziţii aşa cum o facem, de pildă, în limbajul natural. Da Costa ia cazul particular în care $n = 1$ şi dă paradoxului mincinosului următoarea formulare:

(α) Propoziţia α implică propria sa negaţie.

Din supoziția că α este adevărată se deduce $\neg\alpha$ şi din supoziția $\neg\alpha$ se deduce α. Deci α & $\neg\alpha$, respectiv, $\alpha \equiv \neg\alpha$. Dar cum în C_1, $(A \& \neg A) \supset B$, $(A \equiv \neg A) \supset B$, $\neg A \supset (A \supset B)$ etc. nu sunt expresii valide, propoziția α nu prezintă nici un fel de dificultate pentru Λ. Nu acelaşi lucru se întâmplă dacă reformulăm paradoxul folosind forma tare a negației:

(β) Propoziția β implică negația sa tare.

Printr-un raționament similar obținem $\beta \& \neg^*\beta$. Însă $(A \& \neg^*A) \supset B$ este validă în C_1, deci propoziția β face din Λ un limbaj trivial. Fiecare limbaj Λ_n, $0 \leq n < \omega$, cu excepția lui Λ_ω, îşi are propriile sale formulări ale paradoxului pentru care respectivul limbaj devine un limbaj trivial. Concluzia lui da Costa este că nu toate autoraportările sunt lipsite de sens chiar dacă unele dintre ele sunt autocontradictorii, cum s-a văzut mai sus.

Semantica sistemelor C_n

O semantică bivalentă pentru familia de sisteme C_n a fost construită de Newton da Costa şi E. H. Alves, în 1977. Autorii procedează progresiv, ei construiesc mai întâi semantica sistemului C_1 după care, prin generalizare, obțin regulile semantice corespunzătoare celorlalte sisteme.

Fie $\mathfrak{I}$ mulțimea formulelor din C_1, iar Δ şi Γ submulțimile acesteia. Se defineşte în continuare o mulțime $\Gamma^* = \{A \in \mathfrak{I}: \Gamma \vdash A\}$ care nu este altceva decât mulțimea formulelor logic deduse din Γ.

Următoarele definiții şi teoreme fixează conținutul principalelor concepte care stau la baza acestei interpretări semantice (pentru a nu încărca expunerea m-am rezumat doar la enunțarea teoremelor).

Definiția 1. Mulțimea Γ este inconsistentă dacă există cel puțin o formulă A astfel că $A, \neg A \in \Gamma$; în caz contrar, Γ este consistentă.

Definiția 2. Mulțimea Γ este trivială dacă $\Gamma^* = \mathfrak{I}$; în caz contrar, Γ este netrivială.

Definiția 3. Mulțimea Γ este maximal netrivială dacă ea este netrivială şi, oricare ar fi A, dacă $A \notin \Gamma$, atunci $\Gamma \cup \{A\}$ este trivială.

Teorema 1. Dacă Γ este o mulțime maximal netrivială de formule, atunci:

$\Gamma \vdash A \Leftrightarrow A$, $\quad A, A^\circ \in \Gamma \Rightarrow \neg A \notin \Gamma$,

$A \in \Gamma \Rightarrow \neg^*A \notin \Gamma$, $\quad A, A \supset B \in \Gamma \Rightarrow B \in \Gamma$,

$A \in \Gamma$ sau $A \notin \Gamma$, $\quad A^\circ \in \Gamma \Rightarrow A \notin \Gamma$,

$\vdash A \Rightarrow A \in \Gamma$, $\quad A^\circ \in \Gamma \Rightarrow (\neg A^\circ) \in \Gamma$

Observație: În aceste expresii $\Rightarrow$ și $\Leftrightarrow$ sunt metasimboluri pentru implicație și echivalență (citește: „dacă ... atunci ...“, respectiv, „dacă și numai dacă...atunci...“).

Definiția 4. Se numește *evaluare* a lui C_1, o funcție v: $\mathfrak{I} \rightarrow \{0, 1\}$ astfel că:

1) Dacă $v(A) = 0$, atunci $v(\neg A) = 1$,

2) Dacă $v(\neg\neg A) = 1$, atunci $v(A) = 1$,

3) Dacă $v(B^\circ) = v(A \supset B) = v(A \supset \neg B) = 1$, atunci $v(A) = 0$,

4) Dacă și numai dacă $v(A \supset B) = 1$, atunci $v(A) = 0$ sau $v(B) = 1$,

5) Dacă și numai dacă $v(A \,\&\, B) = 1$, atunci $v(A) = v(B) = 1$,

6) Dacă și numai dacă $v(A \vee B) = 1$, atunci $v(A) = 1$ sau $v(B) = 1$,

7) Dacă și numai dacă $v(A \,\&\, B)^\circ = 0$, atunci $v(A^\circ) = 0$ sau $v(B^\circ) = 0$,

8) Dacă și numai dacă $v(A \vee B)^\circ = 0$, atunci $v(A)^\circ = 0$ sau $v(B)^\circ = 0$.

9) Dacă $v(A^\circ) = v(B^\circ) = 1$, atunci $v(A \vee B)^\circ = v(A \& B)^\circ = v(A \supset B)^\circ = 1$.

Observație. Aceste condiții nu urmează întocmai expunerea autorilor.

Teorema 2. Dacă v este evaluarea lui C_1 și este definită prin condițiile 1) – 7), atunci v are următoarele proprietăți:

$$v(A) = 1 \Leftrightarrow v(\neg^* A) = 0,$$

$$v(A) = 0 \Leftrightarrow v(\neg^* A) = 1,$$

$$v(A) = 0 \Leftrightarrow v(A) = 0 \text{ și } v(\neg A) = 1$$

$$v(A) = 1 \Leftrightarrow v(A) = 1 \text{ sau } v(\neg A) = 0.$$

Definiția 5. O evaluare v este numită *singulară* dacă există cel puțin o formulă A astfel că $v(A) = v(\neg A) = 1$; în caz contrar, v este numită *normală*.

Definiția 6. O formulă A este validă dacă, pentru orice evaluare v, $v(A) = 1$.

Definiția 7. O evaluare v este modelul unei mulțimi Γ de formule dacă $v(A) = 1$ pentru orice formulă A din Γ.

Definiția 8. Dacă pentru orice model v a lui Γ are loc $v(A) = 1$, atunci A este consecința semantică a lui Γ şi se notează $\Gamma \models A$. În particular, $\models A$ este o prescurtare pentru $\varnothing \models A$ şi înseamnă că A este validă.

Teorema 3. Dacă simbolizăm cu $\vdash A$ faptul că A este teoremă (teză) în C_1, atunci au loc relațiile: $\Gamma \vdash A \Rightarrow \Gamma \models A, \vdash A \Rightarrow \models A, \Gamma \models A \Leftrightarrow \Gamma \vdash A$ ş. a.

Teorema 4. Există mulțimi inconsistente de formule maximal netriviale. În plus, orice mulțime netrivială de formule este conținută într-o mulțime maximal netrivială.

Teorema 5. Orice mulțime netrivială de formule are un model (există evaluări singulare şi, bineînțeles, evaluări normale).

Teorema 6. Există mulțimi inconsistente dar netriviale de formule care au modele.

Teorema 7. (M. Fidel) Sistemul C_1 este decidabil.

Decidabilitatea lui C_1 se demonstrează în baza unei evaluări $v : \mathfrak{I} \rightarrow \{0,1\}$ care satisface condițiile 2) – 8) ale definiției 4) plus alte câteva condiții:

1) $v(\neg A) = 0 \Rightarrow v(A) = 1$,

2) $v(A \supset B)^\circ \Rightarrow v(A) = v(\neg A) = 1$ sau $v(B) = v(\neg B) = 1$,

3) $v(A \,\&\, B)^\circ = 0 \Rightarrow v(A) = v(\neg A) = 1$ sau $v(B) = v(\neg B) = 1$,

4) $v(A \vee B)^\circ = 0 \Rightarrow v(A) = v(\neg A) = 1$ sau $v(B) = v(\neg B) = 1$.

Pentru a decide asupra unei formule în C_1 se construieşte un fel de matrice a formulei (sau *quasi matrice,* în limbajul autorilor). Calculul se face după regulile cunoscute plus câteva reguli speciale. De pildă, negarea valorii 1 se face bifurcând linia lui 1 în 1 şi 0 pentru subformula a cărei valoare o negăm. Dacă în matrice o formulă are peste tot valoarea 1, atunci ea este validă în C_1. De exemplu, formula $\neg(A \vee B) \supset \neg A \,\&\, \neg B$ nu este validă în C_1 pentru că matricea ei nu are peste tot valoarea 1. În schimb, $\neg(A \,\&\, B) \supset \neg A \vee \neg B$ este validă.

Generalizarea semanticii lui C_1 la C_n, $1 \leq n < \omega$, este imediată. Definițiile şi teoremele sunt aceleaşi cu excepția celor referitoare la negație unde apar două modificări: $\neg^* A$ devine $\neg^{(n)} A$ care este o prescurtare pentru $\neg A \,\&\, A^{(n)}$, iar A° devine $A^{(n)}$. De pildă, $(A^{n-1} \,\&\, \neg A^{n-1})^{(n)}$ este validă în C_1 dar nu în C_2.

Câteva extinderi și aplicații

Sistemele C_n pot fi dezvoltate în cel puțin două direcții – ca sisteme modale și ca sisteme predicative de diferite ordine. Sistemele modale se construiesc înlocuind pur și simplu calculul propozițional clasic cu unul din sistemele ierarhiei C_n, $1 \leq n < \omega$. De pildă, C_1T, C_1B, CS1 – C_1S5 sunt sistemele modale clasice (T, B, S1 – S5) asociate lui C_1. Sintaxa acestor sisteme este aceeași cu sintaxa lui C_1 la care se adaugă semnul necesității „□". Operatorul posibilității se introduce prin definiție: $\Diamond A = \neg^{*}\Box\neg^{*}A$.

Axiomele lui C_1T sunt axiomele lui C_1 plus axiomele modale:

$$\Box A \supset A,$$

$$\Box (A \supset B) \supset (\Box A \supset \Box B)$$

$$A^{\circ} \supset (\Box A)^{\circ}$$

$$A \,/\, \Box A$$

Dacă se adaugă la acestea și $\Box A \supset \Box\Box A$ se obține sistemul C_1S4, iar dacă se adaugă $A \supset \Box\Diamond A$ se obține sistemul C_1B. În fine, dacă la C_1T se adaugă $\Diamond A \supset \Box\Diamond A$ se obține sistemul C_1S5.

Este important de reținut că sistemele modale bazate pe C_n au principalele proprietăți ale acestora. De exemplu, în C_1T schema $A \,\&\, \neg A \supset B$ nu este validă. Există însă și alte diferențe față de sistemele clasice, de pildă, forma modală a principiului *ex falso*, respectiv, $\Box\neg A \supset \Box\,(A \supset B)$ deși validă în T, ea nu mai este validă în C_1T.

Sistemele C_1, C_2,…,C_ω pot fi dezvoltate și ca sisteme predicative de ordinul întâi cu sau fără identitate. Pentru aceste sisteme, da Costa folosește simbolurile $C_1^{*}, C_2^{*}, \ldots, C_\omega^{*}$, respectiv $C_1^{=}, C_2^{=}, \ldots, C_\omega^{=}$. Cel mai simplu va fi sistemul C_1^{*} obținut din C_1 plus următoarele postulate (axiome și scheme de deducție):

(I) $\dfrac{C \supset A(x)}{C \supset \forall x A(x)}$ (II) $\forall x A(x) \supset A(t)$,

(III) $A(t) \supset \exists x A(x)$, (IV) $\dfrac{A(x) \supset C}{\exists x A(x) \supset C}$

(V) $\forall x (A(x))^{\circ} \supset (\forall x A(x))^{\circ}$ (VI) $\forall x\, (A(x))^{\circ} \supset (\exists x A(x))^{\circ}$,

(VII) Dacă A și B sunt congruente sau sunt obținute una din cealaltă prin suprimarea cuantorilor, atunci $A \equiv B$ este o axiomă.

O primă deosebire față de sistemul clasic al logicii predicatelor este că în C_1^* transcrierile celor doi cuantori prin relațiile de Morgan nu mai sunt valabile. Există şi alte deosebiri asupra cărora nu insist aici.

Calculele C_n^*, $n > 1$ se obțin din postulatele lui C_n, postulatele (I) – (IV) introduse mai sus, plus axiomele:

(V_n) $\forall x\, (A(x))^{(n)} \supset (\forall x A(x))^{(n)}$

(VI_n) $\forall x (A(x))^{(n)} \supset (\exists x\, A(x))^{(n)}$

În fine, calculele $C_1^=, C_2^=, \ldots, C_\omega^=$ se obțin din $C_1^*, C_2^*, \ldots, C_\omega^*$, în aceeaşi manieră în care $C_0^=$ se obține din C_0^*. De pildă, pentru a-l obține pe $C_1^=$ adăugăm la C_1^* două noi axiome:

(I') $x = x$,

(II') $x = y \supset A(x) \supset A(y)$,

Calculele C_n^* sunt consistente dar indecidabile. De asemenea, ele sunt finit trivializabile (mai puțin C_ω^* care nu este finit trivializabil). Alte teoreme privind proprietățile acestor calcule sunt introduse indirect, prin trimitere la cartea lui S.C. Kleene, *Introduction to Metamathematics*. Nu intru în detalii pentru că nu fac obiectul acestei introduceri (din rațiuni didactice este de preferat să înaintăm de la simplu spre complex, evitând complicațiile inutile).

Aşa cum am spus şi în capitolul precedent, sistemele în cauză sunt sau trebuie să devină logica subiacentă unor teorii inconsistente dar netriviale. Un prim exemplu ne este oferit de Newton da Costa, el aparține teoriei mulțimilor şi este expus în *On The Theory of Inconsistent Formal Systems*.

Newton da Costa construieşte un sistem logico-aritmetic $\mathbf{NF}_1$ care conține sistemul lui Quine din *New Foundadions...*, aşa-numitul sistem **NF**. În timp ce **NF** este consistent, $\mathbf{NF}_1$ este inconsistent dar netrivial, el permite derivarea paradoxului lui Russell. Printr-o teoremă specială se demonstrează că netrivialitatea lui $\mathbf{NF}_1$ implică consistența lui **NF**.

Logica lui $\mathbf{NF}_1$ este $C_1^=$. Mai mult decât atât, pot fi construite o infinitate de teorii inconsistente ale mulțimilor, să zicem $\mathbf{NF}_1$, $\mathbf{NF}_2$, ...$\mathbf{NF}_\omega$, care au proprietăți similare cu $\mathbf{NF}_1$ şi care au drept logică subiacentă sistemele $C_1^=, C_2^=, \ldots, C_\omega^=$. Afirmația rămâne valabilă şi în cazul în care am schimba sistemul lui Quine de teoria mulțimilor cu sistemul Zermelo-Fraenkel sau cu sistemul Neumann-Gödel-Bernays.

III.

Odată ce ideea paraconsistenţei s-a impus, lucrurile au mers mai departe de la sine. S-au conturat, de la început, două direcţii de dezvoltare – una care mergea pe linia sistemelor C_n în încercarea de a aprofunda semantic şi sintactic aceste sisteme; alta, în care se încercau noi modalităţi de abordare. Atât sub un aspect, cât şi sub celălalt, contribuţiile lui da Costa au fost hotărâtoare. Sugestiile venite din direcţia aplicaţiilor au stimulat foarte mult procesul pentru că fiecare domeniu îşi are specificitatea sa când este vorba de exemplificarea paraconsistenţei. În momentul de faţă cercetările sunt extrem de ramificate însă putem distinge şi aici câteva linii generale.

1) ***Cercetări care au ca obiect perfecţionarea sistemelor C_n sau sisteme cu o destinaţie asemănătoare*** (C_1^+***, de exemplu, este*** C_1 ***în varianta lui Béziau***). Alte sisteme au fost construite de către F. G. Asenjo, Routley şi Meyer, G. Priest, I. D'Ottaviano, D. Batens şi foarte mulţi alţii.

2) ***Cercetări privind dezvoltarea unei teorii paraconsistente a modelelor*** (da Costa şi Kotas, da Costa-Arunda-Chuaqui, da Costa-Béziau-Bueno ş.a.).

3) ***Dezvoltarea unei teorii paraconsistente a mulţimilor şi a unei matematici paraconsistente*** (da Costa, Bueno, Mortensen).

4) ***Identificarea unor noi domenii de aplicare***. A apărut chiar ideea unei „tehnologii para“ după modelul tehnologiilor „fuzzy“ care şi-au avut punctul de plecare în logica fuzzy (v. şi cercetările aşa-numitului „grup de la Toulouse“).

5) ***Dezvoltări cu caracter filosofic. Reţine atenţia cartea lui da Costa***, *Logici clasice şi neclasice* (tradusă de curând în limba română) şi cărţile lui Gr. Priest, *In Contradiction* (1987) şi *Beyond The Limits of Thoought* (1995, reeditare 2001). Există, însă, şi alte abordări filosofice despre care cititorul se poate informa chiar din această carte.

Sistemele logicii imaginare (Vasiliev)

O importantă resursă în ceea ce priveşte dezvoltarea logicii paraconsistente a constituit-o chiar istoria ei. Cei câţiva „pionieri“ – J. Łukasiewicz, A. N Vasiliev, St. Jaskowski ş.a. – l-au inspirat pe Newton da Costa în obţinerea altor sisteme mai mult sau mai puţin asemănătoare sistemelor din familia C_n. Împreună cu Dubikajtis, de exemplu, el a dat o nouă axiomatizare logicii lui Jaskowski, iar

logica relevanței i-a inspirat sistemele **P**, **P***. Împreună cu Leila Z. Puga, a construit sistemele **V** şi **V*** după logica imaginară a lui Vasiliev.

Sistemul **V** este un sistem de logică propozițională cu unsprezece postulate (nouă axiome şi două scheme de deducție):

(1) $A \to (B \to A)$,

(2) $(A \to B) \to ((A \to (B \to C) \to (A \to C))$,

(3) $A, A \to B / B$,

(4) $((A \to B) \to A) \to A$,

(5) $(A \wedge B) \to A$,

(6) $(A \wedge B) \to B$,

(7) $A \to (B \to (A \wedge B))$,

(8) $A \to (A \vee B)$,

(9) $B \to (A \vee B)$,

(10) $(A \to C) \to ((B \to C) \to ((A \vee B) \to C))$,

(11) $(\sim A \to B) \to ((\sim A \to \sim B) \to A)$.

Restricție. În postulatele (1) – (11), expresiile A şi B nu sunt expresii atomare, ci moleculare astfel că sistemul V este logica pozitivă plus axioma (11). Eliminând restricția din această axiomă se obține calculul propozițional clasic.

Dacă p şi q sunt variabile propoziționale, atunci

$$\sim (p \wedge \sim p),\ p \vee \sim p \text{ şi } p \equiv \sim\sim p$$

nu sunt teoreme. Sunt, în schimb, teoreme formulele:

$$\sim p \vee \sim\sim p,\ \sim(\sim p \wedge \sim\sim p),\ \sim\sim\sim p \equiv \sim p \text{ etc.}$$

Dacă în locul variabilelor propoziționale sunt considerate formule moleculare (A, B,...) sistemul va avea alte teoreme:

$$A \vee \sim A,\ \sim(A \wedge \sim A),\ A \to (\sim A \to B) \text{ ş.a.}$$

Pentru interpretarea sistemului, autorii au construit matrice tetravalente în care:

1 înseamnă „adevăr clasic",
0 înseamnă „fals clasic",
1^* înseamnă „adevăr care nu satisface principiul noncontradicției",
0^* înseamnă „fals care nu satisface principiul terțului exclus".

În paranteză fie spus, da Costa are o teorie a *qvasi adevărului* (adaptare a conceptului de adevăr la domeniul teoriilor paraconsistente) astfel că cele patru valori logice pot fi privite şi din perspectiva ideii lui de *qvasi adevăr*.

	~
0	1
1	0
0^*	0
1^*	1

→	0	1	0^*	1^*
0	1	1	1	1
1	0	1	0	1
0^*	1	1	1	1
1^*	0	1	0	1

∧	0	1	0^*	1^*
0	0	0	0	0
1	0	1	0	1
0^*	0	0	0	0
1^*	0	1	0	1

∨	0	1	0^*	1^*
0	0	1	0	1
1	1	1	1	1
0^*	0	1	0	1
1^*	1	1	1	1

Dacă la postulatele lui **V** se adaugă:

(1') $\forall x\, A(x) \rightarrow A(t)$, (4') $\dfrac{A(x) \rightarrow B}{\exists x A(x) \rightarrow B}$,

(2') $\dfrac{A \rightarrow B(x)}{A \rightarrow \forall x B(x)}$, (5') $\forall x\,(x = x)$,

(3') $A(t) \rightarrow \exists x\, A(x)$, (6') $(x = y) \rightarrow (A(x) \rightarrow A(y))$,

obţinem sistemul **V*** de logica predicatelor, un sistem paraconsistent şi paracomplet. Noţiunea de *paracompletitudine* este nouă, ea înseamnă că sistemul formal despre care vorbim este (sau poate fi) logica unei teorii incomplete dar maximale. Ca şi în cazurile anterioare, cele două sisteme pot avea diverse dezvoltări rezultate din nevoia adecvării lor la domeniile de interpretare.

Logicile relevanţei

În logica relevanţei (Anderson şi Belnap, 1975) schema $A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$ nu este validă şi nici regula $A, \neg A \vdash B$ nu se aplică (antecedentul şi consecventul într-o astfel de implicaţie trebuie să satisfacă cerinţa relevanţei logice). Da Costa a construit sistemele **P**, $\mathbf{P}^*$ care sunt logici ale relevanţei, iar Routley şi Meyer au construit alte două sisteme numite *logici dialectice* – sistemele **DM** şi **DL**. Primul are ca operatori primitivi, pe →, & şi ¬, iar ca operator definit pe ∨. Sistemul **DM** are douăsprezece postulate (axiome şi reguli):

(1) $A \rightarrow A$,

(2) $((A \rightarrow B) \,\&\, (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C)$,

(3) $(A \,\&\, B) \rightarrow A$,

(4) $(A \,\&\, B) \rightarrow B$,

(5) $((A \rightarrow B) \,\&\, (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \,\&\, C))$,

(6) $(A \& (B \vee C)) \rightarrow ((A \& B) \vee (A \& C))$,

(7) $\neg\neg A \rightarrow A$,

(8) $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$,

(9) $(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(A \& B)$,

(10) $p_0 \& \neg p_0$, (unde p_0 este o constantă propozițională)

(11) $A, A \rightarrow B / B$,

(12) $A, B / A \& B$.

Sistemul **DL** se obține din **DM** adăugând la postulatele (1) – (7), (9), (11) alte cinci postulate:

(*a*) $A \rightarrow (A \vee B)$,

(*b*) $B \rightarrow (A \vee B)$,

(*c*) $((A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C)$,

(*d*) $(\neg A \& \neg B) \rightarrow \neg(A \vee B)$,

(*e*) $A \rightarrow B / \neg B \rightarrow \neg A$,

Cele două sisteme, inclusiv dezvoltările lor predicative, aparțin logicii relevanței și au fost concepute de Routley și Meyer în vederea formalizării dialecticii. Sunt discutabile „aptitudinile" lor dialectice, apreciază da Costa și Marconi, totuși, ca sisteme de logică paraconsistentă sunt printre cele mai reușite[9].

Logicile antinomice

În 1966 matematicianul F. G. Asenjo de la Universitatea din Pittsburgh a publicat un „calcul al antinomiilor" care are la bază distincția sa dintre contradicție și antinomie. Contradicția, spune Asenjo, se obține deductiv și este relativă la context spre deosebire de antinomii care sunt independente de orice context deductiv. În general, propozițiile sunt adevăarate sau false însă antinomiile sunt atât adevărate, cât și false.

Calculul lui Asenjo are trei valori de adevăr: T (=adevărul), F (=falsul) și o valoare combinată T & F. Operatorii logici se definesc prin matrici trivalente care, interesant, corespund logicii lui Kleene.

Un al doilea calcul al antinomiilor a fost construit de Asenjo și J. Tamburino în 1975, el este tot un calcul trivalent în care 0 = T, 1 = F și

[9] da Costa, N.C.A. și Marconi, D., *On Overview of Paraconsistent Logic*, p. 15.

2 = T & F. Sistemul formal **L**, cum mai este cunoscut acest calcul, conţine două categorii de variabile – cele care pot lua doar valoarea 0 sau 1 şi cele care nu au decât valoarea 2, acestea corespund propoziţiilor antinomice. Operatorii se definesc în maniera cunoscută:

A	$\neg A$
0	1
1	0
2	2

&	0	1	2
0	0	1	2
1	1	1	1
2	2	1	2

$\rightarrow$	0	1	2
0	0	1	1
1	0	0	0
2	0	1	2

$\equiv^{o}$	0	1	2
0	0	1	1
1	1	0	1
2	2	1	2

$\equiv$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	0	1
2	2	1	2

Relaţia de identitate „=“ este definită astfel încât oricare ar fi x şi y, nu are loc $x = y$ şi $x \neq y$. În schimb, pentru apartenenţă există o pereche x, y astfel că $x \in y$ şi $x \notin y$. Axioma separării este definită prin

$$(\exists y)(x)\ (x \in y \equiv^{o} F(x)),$$

unde x este liber în $F(x)$ dar nu în y. Relativ la clasa lui Russell $R=\{x{:}R\notin R\}$ se demonstrează în L că $R \in R\ \&\ R \notin R$.

Un sistem logic asemănător întrucâtva sistemului **L** a construit Gr. Priest în studiul său *Logic of Paradox*. Sistemul **LP**, cum este cunoscut sistemul lui Priest, aparţine logicii relevanţei şi are la bază o mulţime cu trei valori logice: $V = \{\{1\},\{0\},\{1,0\}\}$ în care $\{1\}$este adevărul, $\{0\}$ este falsul, iar $\{1, 0\}$ este paradoxalul (adevăr şi fals).

Regulile semantice se formulează cu ajutorul operaţiei de evaluare definită ca o aplicaţie v de la F la V (F este mulţimea formulelor propoziţionale):

(1) $1\in v(\sim A)$, dacă şi numai dacă $0\in v(A)$,

(2) $0 \in v(\sim A)$, dacă şi numai dacă $1\in v(A)$,

(3) $1 \in v(A \wedge B)$, dacă şi numai dacă $1 \in v(A)$ şi $1\in v(B)$,

(4) $0 \in v(A \wedge B)$, dacă şi numai dacă $0 \in v(A)$ sau $0 \in v(B)$,

(5) $1 \in v(A \vee B)$, dacă şi numai dacă $1\in v(A)$ sau $1\in v(B)$,

(6) $0 \in v(A \vee B)$, dacă şi numai dacă $0 \in v(A)$ şi $0\in v(B)$.

O expresie A este logic validă, simbolic $|=_R A$, dacă pentru orice evaluare v, $1 \in v(A)$. Asemănător se defineşte şi relaţia de consecinţă logică: $\Sigma \vDash_R A$ dacă pentru orice evaluare v, sau $1 \in v(A)$ sau pentru unii $B \in \Sigma$, $1 \notin v(B)$. Aceste condiţii de adevăr, conchide Priest sunt paraconsistente întrucât nu are loc $\{A,\sim A\} \vDash_R B$ (v. şi G. Priest, *Sisteme de logică paraconsistentă*).

Logici dialectice

Multe sisteme de logică paraconsistentă sunt numite „dialectice“ fie din cauza afinității lor cu anumite sisteme de gândire dialectică, fie pentru că sunt destinate formalizării unor concepte şi principii dialectice. Împreună cu da Costa, R. G. Wolf a construit sistemul **DL** de logică dialectică destinat formalizării principiului unității opuşilor formulat de McGill şi Parry (în orice continuu concret există un interval în care ceva este atât A, cât şi non-A).

Sistemul are ca operatori primari pe $\supset$, $\wedge$, $\vee$, $\neg$ şi $^\circ$ (operatorul stabilității). „A° este adevărată“ înseamnă „A are un comportament logic normal“, sau $\neg(A \wedge \neg A)$. La axiomele logicii pozitive clasice (axiomele $A1 - A10$), **DL** mai adaugă opt axiome, şi anume:

(1) $$\neg(A \wedge B) \equiv (\neg A \vee \neg B),$$

(2) $$\neg(A \vee B) \equiv (\neg A \wedge \neg B),$$

(3) $$(A^\circ \wedge B^\circ) \supset ((A \supset B)^\circ \wedge (A \wedge B)^\circ \wedge (A \vee B)^\circ \wedge (\neg A)^\circ,$$

(4) $$(A^\circ \wedge B^\circ) \supset ((A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A)),$$

(5) $$A^\circ \supset (\neg\neg A \supset A),$$

(6) $$A^{\circ\circ} \equiv A^\circ,$$

(7) $$A^\circ \supset ((A \vee \neg A) \wedge ((A \supset B) \vee (\neg A \supset B)),$$

(8) $$\neg A^\circ \supset ((A \vee \neg A \supset B) \vee (A \wedge \neg A),$$

În **DL** nu este valabilă nici $\neg(A \wedge \neg A)$ şi nici $A \vee \neg A$. Conform axiomei (7) dacă A° este validă, atunci A şi $\neg A$ nu pot fi împreună adevărate şi nici împreună false, iar prin axioma (8) se arată că dacă A nu este logic normală, atunci A şi $\neg A$ sunt împreună adevărate şi împreună false[10].

Interesante sunt şi logicile lui D. Batens, aşa-numitele *logici dinamic dialectice* (*dynamic dialectical logics*). În opinia autorului, aceste logici incorporează paraconsistența (prin atitudinea lor față de contradicție), dar au şi câteva trăsături mai aparte:

1) Sunt logici ***dinamice***. Regulile de deducție în aceste sisteme logice se schimbă pe parcursul demonstrației, iar propozițiile care sunt derivabile într-un moment al demonstrației nu sunt derivabile într-un alt moment.

2) Sunt logici ***dialectice***. „Numesc aceste logici dialectice, spune autorul, întrucât dinamica lor depinde esențial de apariția inconsistențelor în mulțimea propozițiilor derivate la un moment dat“[11]. În plus, pretinde autorul, aceste logici „surprind trăsături esențiale ale noțiunilor dialecticii tradiționale“. Se pare că

[10] A. I. Arunda, op. cit., pp. 120–121.
[11] D. Batens, *Dynamic Dialectical Logic* în G. Priest, R. Routly, J. Norman (eds.) *Paraconsistent Logic...*, p. 187.

pentru mulţi autori, contradicţia este condiţia nu doar necesară ci şi suficientă a oricărei dialectici (logica paraconsistentă este apreciată de Batens drept o „logică dialectică statică").

3) Sunt logici ***adaptative***. Dacă α este o mulţime de premise, demonstraţiile printr-o logică dinamic dialectică se adaptează continuu la α până se ajunge la o mulţime de consecinţe finale. Spunem că *A* este *consecinţă finală* din α dacă este posibilă construirea unei demonstraţii pentru *A* din α astfel încât *A* rămâne derivabilă în orice stadiu al oricărei demonstraţii din α.

4) Sunt logici ***non-monotonice***. În 1981, G. J. Massey a făcut următoarea observaţie asupra argumentelor valide: „... după cum ştie oricine, un argument deductiv rămâne valid oricâte alte premise i se adaugă"[12]. Asemenea argumente, cum este silogismul, de pildă, sunt numite astăzi *argumente* sau *inferenţe monotonice* (sau *monotone*). Argumentele care nu au această proprietate se numesc *non-monotonice* (sau *non-monotone*). Logicile dinamic dialectice sunt nonmonotonice în acest sens: *A* poate fi o consecinţă finală din α fără a fi o consecinţă finală din $\alpha \cup \beta$.

Un prim sistem de logică dinamic dialectică este aşa-numita *logică extensional propoziţională regular paraconsistentă* (RPEPL) cu zece axiome şi două reguli de deducţie. O variantă simplificată este sistemul DPI din care face parte şi deducţia de mai jos pe care o oferim drept exemplu de proces deductiv în context dialectic:

(1)	$\sim p \,\&\, q$	premisă	–	∅
(2)	$q \supset p$	premisă	–	∅
(3)	$q \vee \sim r$	premisă	–	∅
(4)	$r \supset q$	premisă	–	∅
(5)	$\sim p$	(1)	$A \,\&\, B / A$,	∅
(6)	r	(1)	$A \,\&\, B / B$,	∅
[(7)	$\sim q$	(2), (5)	$A \supset B, \sim B / \sim A$	*p*] se suprimă la (9),
[(8)	$\sim r$	(3), (7)	$A \vee B, \sim A / B$	*p*, *q*] se suprimă la (9),
(9)	p	(4), (6)	$A \supset B, A / B$	∅
(10)	q	(3), (6)	$A \vee \sim B, B / A$	*r*

[12] D. Batens, op. cit., p.181.

Din premise sunt deduse toate contradicţiile posibile ceea ce face ca, în timp, demonstraţiile să-şi schimbe cursul. Atât (5), cât şi (6) se deduc în mod simplu din (1). Întrucât *p* se comportă consistent la (6) îl putem deduce imediat pe (7) adăugând în coloana a cincea pe *p*. (8) se deduce din (3) şi (7) întrucât *q* este consistent la (7), deci îl adăugăm aici şi pe *q*. La (9), *p* nu se mai comportă consistent, deci suprimăm liniile (7) şi (8) şi continuăm în acest fel până la consecinţa finală.

IV.

Marea varietate şi diversitate a acestor sisteme a pus cu acuitate problema sistematizării lor în câteva categorii şi clase de asemănare. Există în momentul de faţă mai multe tentative de clasificare dintre care cea mai des invocată este clasificarea lui Diego Marconi. Clasificarea are la bază trei interpretări date principiului *ex falso*, respectiv:

(*a*) $A, \neg A \,/\, B,$

(*b*) $A \,\&\, \neg A / B,$

(*c*) $(A \,\&\, \neg A) \rightarrow B$, sau

(*c'*) $A \rightarrow (\neg A \rightarrow B).$

Conform acestor interpretări, un sistem formal este:

(1) Paraconsistent în sens slab, dacă nu satisface regula (*a*),

(2) Paraconsistent în sens tare, dacă nu satisface regula (*b*),

(3) Paraconsistent în sens tezial, dacă nu satisface pe (*c*).

În tabelul de mai jos sunt date şapte clase de asemănare în funcţie de cum respectă sau nu respectă aceste sisteme criteriile (*a*), (*b*) şi (*c*). Semnul „+“ din dreptul unei reguli indică faptul că respectiva regulă este respectată, iar semnul „–“, că nu este respectată. Vor rezulta, în consecinţă, şapte clase sau „categorii de asemănare“:

	I	II	III	IV	V	VI	VII
(a)	+	+	+	+	–	–	–
(b)	+	+	–	–	+	+	–
(c)	+	–	–	+	+	–	+

Sistemul C_1, de exemplu, face parte din grupa (familia) I, el este paraconsistent în toate sensurile (nu este clar dacă şi un sistem din grupa VII trebuie considerat tot ca un sistem paraconsistent). De altfel, clasificarea trebuie luată cu rezerve pentru că aceste criterii nu sunt independente şi s-ar putea întâmpla ca unele dintre clase să se intersecteze nevid (acelaşi sistem să aparţină mai multor clase). În orice caz, grupate astfel, sistemele paraconsistenţei pot fi înţelese mai unitar şi, lucru foarte important, pot fi asociate unor destinaţii precise – grupa cutare poate fi mai adecvată logicilor antinomice, să zicem, în timp ce grupa cutare este mai adecvată teoriei mulţimilor şi aşa mai departe.

Dat fiind că am prezentat aceste sisteme la modul neutru, fără alte comentarii, închei prezentarea cu câteva observaţii critice.

Aspecte logice

Ceea ce vreau să observ din punct de vedere logic este că: 1) logica paraconsistentă, la fel ca logica polivalentă cu care se şi înrudeşte îndeaproape, nu „acţionează" direct asupra principiilor, ci asupra unor legi logice, ceea ce, după părerea mea, nu este acelaşi lucru; 2) că existând mai multe tipuri de negaţie vor exista, *a fortiori*, mai multe tipuri de contradicţie şi s-ar putea întâmpla ca nu toate aceste contradicţii să aibă proprietatea *ex falso*; 3) că nu este clarificată îndeajuns problema opoziţiilor logice (contradicţie, contrarietate, subcontrarietatea etc.) şi problema raporturilor dintre ele. În fine, 4) că nu este definitivată problema implicaţiei paraconsistente şi a inferenţei pe care o „subîntinde" aceasta.

În ceea ce priveşte prima problemă, se întrevede, de la început, următoarea dificultate: pe de o parte logica paraconsistentă nu recunoaşte principiul non-contradicţiei, iar pe de altă parte toate sistemele de logică paraconsistentă trebuie să satisfacă condiţia consistenţei logice, să fie necontradictorii, cu alte cuvinte. Unde este valabil, atunci, principiul noncontradicţiei şi unde nu mai este valabil el?

Am spus în capitolul doi că pot fi contradictorii domeniile de interpretare ale sistemelor paraconsistente, dar nu şi sistemele formale ca atare, acestea sunt şi trebuie să rămână consistente logic. Principiul noncontradicţiei nu a fost anulat, cel mult limitat, însă problema fiind mai complicată va trebui să reconsiderăm statutul acestor principii, să vedem ce sunt şi, mai ales, ce nu sunt ele. Pentru că am vorbit despre această problemă cu altă ocazie, mă rezum aici la câteva aspecte:

(1) Discuţia despre principii angajează distincţia teoretic – metateoretic. La nivelul teoriilor avem de-a face cu legi logice, principiile se formulează la nivel metateoretic. Presupunând că *MT* este metateorie în raport cu teoriile T_1, T_2, ..., T_n, un principiu formulat în *MT* este valabil pentru oricare dintre *T*.

(2) Principiile se „proiectează" la nivelul teoriilor sub formă de *legi logice*. Prin urmare, $\neg(A \ \& \ \neg A)$, respectiv, $A \lor \neg A$ nu sunt principiile ca atare, ci doar „proiecţiile" acestor principii în limbajul logicii propoziţiilor. Ele sunt *legi logice* şi nu principii. Am putea spune, eventual, „legea noncontradicţiei", „legea terţului

exclus", „legea identității" așa cum spunem „legea dublei negații", „legea contrapoziției" etc.

(3) Suspendarea principiului are ca efect suspendarea unora dintre legi, în primul rând legea corespunzătoare lui, însă niciodată suspendarea legii nu este suficientă pentru suspendarea principiului. Nici logica polivalentă și nici logica intuiționistă nu au anulat principiul terțului exclus, cel mult i-au impus unele restricții, l-au obligat la anumite reformulări (anulat într-o formă, principiul reapare sub o altă formă, suspendat într-o parte el reapare într-o altă parte).

(4) Fiecare principiu poate fi formulat logic și ontologic. Atât sub un aspect, cât și sub celălalt formularea principiilor reclamă condițiile de timp și raport. Principiul noncontradicției va avea, atunci, următoarea formulare: *în același timp și sub același raport o propoziție nu poate fi adevărată împreună cu negația ei*. Altă formulare: *o propoziție nu poate fi și adevărată și falsă*. Sau: *este imposibil ca propozițiile unei contradicții să fie împreună adevărate* etc. Nu există deci o singură formulare a principiului, ci o clasă de formulări echivalente (o „clasă de echivalență").

Dacă ținem să dăm principiului o formă simbolică, aceasta va fi:

(1) $$\forall t\, \forall r \neg \Diamond[A(t,r) \,\&\, \neg A(t,r)],$$

unde t și r sunt timpul, respectiv, raportul, iar A este o metavariabilă.

Complexitatea principiului poate fi apreciată sub cel puțin trei aspecte: *a*) al domeniului celor două variabile, *b*) al operatorului negației, *c*) al modalității *posibil*.

Să luăm cazul negației. Dacă p este o variabilă propozițională, vor exista trei forme de negație nemodală, și anume: „Nu este adevărat p", „Este fals p" și „Din p rezultă ceva fals". Simbolizăm adevărul cu „v", falsul cu „f" și definim cele trei negații după cum urmează:

$$N_1 p \Leftrightarrow p \neq \mathrm{v}$$

(2) $$N_2 p \Leftrightarrow p = \mathrm{f}$$

$$N_3 p \Leftrightarrow p \rightarrow \mathrm{v}$$

Logica bivalentă nu poate sesiza deosebirile dintre aceste negații, ele se definesc aici prin același tabel de adevăr. Deosebirile încep să apară abia când trecem de la bivalență la polivalență. Fac această observație pentru că da Costa folosește pentru sistemele sale matrice trivalente și chiar tetravalente.

Să dezvoltăm această idee introducând pe lângă adevăr și fals o a treia valoare nespecificată x. Cele trei negații se definesc conform acelorași scheme însă valorile lor nu mai sunt aceleași:

p	N_1p	N_2p	N_3p
v	f	f	f
f	v	v	v
x	v	f	x

Înseamnă deci, că într-un atare sistem logic nu există o singură negaţie, ca în logica bivalentă, ci trei negaţii diferite, fiecare conţinând negaţia bivalentă ca pe un caz particular. Existând trei tipuri de negaţii, logic ar fi să existe şi trei tipuri de contradicţii:

$$\{p, N_1p\}$$

(3) $$\{p, N_2p\}$$

$$\{p, N_3p\}$$

Dacă, într-adevăr, aşa stau lucrurile, atunci nu putem evita câteva întrebări:

Care sunt proprietăţile acestor negaţii, în particular, prin ce proprietăţi se aseamănă şi prin ce diferă ele?

Care dintre aceste negaţii apar în sistemele lui da Costa (sau în alte sisteme paraconsistente cu semantică polivalentă)?

În fine, pentru care dintre aceste negaţii şi contradicţii este valabilă proprietatea *ex falso*?

Fără a intra în detalii observăm cu „ochiul liber" că în sistemul C_1 avem de-a face cu o negaţie de tip N_1 pentru care *ex falso* nu este o proprietate valabilă (ca şi în C_1, conjuncţia „p & N_1p" nu este întotdeauna falsă). Aceasta nu înseamnă prea mare lucru pentru că în acelaşi sistem îl putem defini pe N_2 care are această proprietate. În general, cu cât un sistem admite mai multe semnificaţii logice, cu atât este mai mare numărul negaţiilor care pot fi definite în acel sistem. Or, conform teoremei lui Arunda, sistemele C_n nu sunt decidabile prin matrici finite, deci putem presupune că fiecare sistem admite un număr infinit de asemenea negaţii. Dacă cel puţin una dintre aceste negaţii admite proprietatea *ex falso*, s-ar putea spune că sistemul însuşi o admite, iar faptul că noi luăm sau nu în considerare această negaţie este o simplă chestiune de opţiune personală.

Dar sunt aceste negaţii cu adevărat diferite între ele? Şi în ce ar consta, la urma urmei, diferenţele lor?

General vorbind, diferenţele dintre definiţiile unui operator logic constau în proprietăţile pe care le are respectivul operator relativ la fiecare definiţie în parte. Acelaşi lucru este valabil şi pentru negaţie. În tabelul de mai jos am notat dubla negaţie, terţul exclus, noncontradicţia şi *ex falso* (pe care eu le consider şi ca proprietăţi ale negaţiei) cu DN, TE, NC, EF şi am indicat cu „+" şi „–" faptul că o negaţie are o astfel de proprietate sau nu o are.

	DN	TE	NC	EF
N_1p	–	+	–	–
N_2p	–	+	+	+
N_3p	+	–	–	–

Prima observație: Nici una dintre negații nu are toate proprietățile enumerate (m-am limitat aici doar la patru proprietăți însă există și altele la fel de importante).

A doua observație: Nu există două negații care să aibă aceleași proprietăți (proprietățile comune și necomune sunt mereu altele).

În fine, *necontradicția* și *ex falso* apar aici ca proprietăți echivalente (dacă o negație are (sau nu are) proprietatea *necontradicției*, ea are (sau nu are) proprietatea *ex falso*, și invers)[13].

În concluzie, există mai multe forme de negație, iar faptul că logica paraconsistentă nu ia în considerare decât unele dintre aceste negații reprezintă, fără îndoială, una din principalele ei limite (îngustându-și perspectiva asupra negației, logica paraconsistentă pierde din vedere aspecte esențiale ale contradicției logice).

Criticii paraconsistenței au formulat și alte obiecții relativ la negația sistemelor C_n, cum ar fi: *a*) aceste negații sunt neextensionale, *b*) ceea ce generează o astfel de negație nu este contradicția, ca atare, ci contrarietatea, adică o opoziție logic mai slabă decât contradicția. Or, numai dintr-o contradicție se poate deduce orice, nu și dintr-o contrarietate.

Această ultimă obiecție, după părerea mea, nu-și atinge ținta. În primul rând, contradicția și contrarietatea se implică reciproc (ceea ce nu înseamnă că sunt echivalente). De exemplu, dacă *A* și *B* sunt în raport de contrarietate, atunci va exista o propoziție *C* astfel că *A* este în contradicție cu *C*, iar *B* îl implică pe *C* (pentru exemplificare vezi propozițiile silogistice *SaP* și *Sep*).

Dar nici pretenția că negația paraconsistentă ar da un raport de contrarietate nu este tocmai clară.

Când spunem noi că două propoziții sunt în raport de contrarietate? Când adevărul uneia implică falsul celeilalte, când propozițiile nu pot fi împreună adevărate dar pot fi împreună false. Dacă notăm contradicția cu *C* și contrarietatea cu *C'* putem defini cele două concepte prin:

$$C(\mathrm{v}) = \mathrm{f},\ C(\mathrm{f}) = \mathrm{v}$$

(4)

$$C'(\mathrm{v}) = \mathrm{f},\ C'(\mathrm{f}) = \mathrm{x}$$

Observăm că dacă *p* este adevărată, contradictoria ei este falsă, la fel contrara; dar dacă *p* este falsă, contradictoria ei este adevărată, în timp ce contrara ei poate fi sau adevărată sau falsă, după caz, și am notat acest lucru cu „x“ (nu trebuie să-l considerăm pe „x“ o valoare logică alături de adevăr și fals, el are aici o cu totul altă funcție).

[13] *Ex falso* este principiul noncontradicției în forma lui restrânsă.

Prin urmare, contradicţia poate fi asimilată negaţiei, în timp ce contrarietatea nu, ea nu este conţinută în definiţia nici uneia dintre negaţii. Ca să fie mai clar, între (*A* & *B*) şi ¬(*A* & *B*) în C_1 raportul nu este de contrarietate ci de contradicţie (dacă „¬" este, într-adevăr, negaţie), însă, lucru interesant, această contradicţie are proprietatea *ex falso*, în timp ce contradicţia (*A* & ¬*A*) nu o are. Prin urmare, chiar dacă admitem că *C* (definit mai sus) ar putea fi un semn de negaţie (identic sau doar analog cu „¬"), semnul *C'* este al unui concept care doar implică negaţia dar care nu este, propriu-zis, negaţie.

Date fiind aceste probleme ar fi de dorit să dispunem de un sistem formal în care să putem defini conceptele logice de contradicţie, contrarietate şi subcontrarietate – un sistem al „opoziţiilor", cu alte cuvinte – în care să putem deduce toate proprietăţile acestor opoziţii pentru a vedea exact ce implică şi ce nu implică fiecare.

Am insistat asupra negaţiei paraconsistente, însă trebuie spus că probleme, cel puţin la fel de importante, ridică şi implicaţia. Încă nu-mi dau seama dacă putem vorbi despre o implicaţie paraconsistentă şi dacă există realmente o inferenţă specifică acestei implicaţii. Exprimă oare logica relevanţei toate exigenţele logicii paraconsistente în privinţa implicaţiei? Chiar dacă centrul de greutate al discuţiilor cade astăzi pe problema negaţiei, respectiv, contradicţiei (există şi câteva cărţi de dată foarte recentă despre negaţie) n-ar fi exclus ca şi din direcţia implicaţiei să mai vină unele surprize. Dar atunci: *a*) care sunt proprietăţile formale ale acestor implicaţii? (deocamdată ştim mai bine cum *nu trebuie* decât cum *trebuie* să fie ea), şi *b*) care sunt, la drept vorbind, *inferenţele paraconsistente*? Legat de aceste probleme s-ar putea invoca unele teorii logice actuale care ating şi problemele implicaţiei (*default logic*, *conditional logics for defeasible reasoning* ş.a.), teorii care au gravitat o vreme pe orbita paraconsistenţei, dar care evoluează astăzi într-un cadru conceptual mult diferit având şi finalităţi diferite. Faptul că aceste logici apar împreună cu logicile paraconsistenţei într-o carte cum este *Reasonig with Actual and Potential Contradicdions* (eds. Ph. Besnard şi A. Hunter) poate fi înţeles şi ca o apropiere a lor pe linia implicaţiei logice.

Aspecte filosofice

Există şi câteva probleme filosofice care ar merita discutate, în primul rând problema dialecticii. Am văzut că multe dintre sistemele logicii paraconsistente poartă denumirea de *logică dialectică* (*dialetică*, *dialetheică* etc.) fiind destinate de autorii lor, printre care şi da Costa, formalizării unor teorii sau principii dialectice.

Logicizarea dialecticii nu este o idee nouă, însă ea nu a dat rezultate notabile şi îmi este greu să cred că lucrurile s-au schimbat prea mult astăzi. Dacă vechii dialecticieni erau slabi logicieni, nici noii logicieni nu sunt mai buni dialecticieni. Totuşi, problema este pusă şi, cum se spune de obicei în asemenea situaţii, o problemă bine pusă este pe jumătate rezolvată.

Tema oricărei dialectici este contradicția, însă nu contradicția logică (aici este marea problemă a logicienilor noştri), ci contradicția ontologică, contradicția înțeleasă ca principiu al existenței şi devenirii. Dacă distingem dialectica existenței de dialectica cunoaşterii vom distinge, *ipso facto*, şi între contradicțiile ontologice şi contradicțiile gnoseologice care sunt, atât unele, cât şi celelalte, forme particulare ale contradicției dialectice. În „abecedarul dialecticii", însă, contradicția logică este cu totul altceva decât contradicția dialectică. Ontologizarea contradicției logice, respectiv, logicizarea contradicției ontologice sunt formele cele mai comune ale încălcării acestei distincții.

> Logicile paraconsistenței, spune D. Batens, renunță la presupoziția consistenței „lumii", în genere, exceptând doar anumite categorii de propoziții cum sunt propozițiile conjunctive, de exemplu. Ideea semantică pe care se bazează logicile dinamic dialectice este radical diferită: lumea este presupusă a fi consistentă, mai puțin acele părți ale ei care trebuie să fie inconsistente pentru ca premisele să fie adevărate[14].

După părerea mea, categoriile de consistență şi inconsistență nu au ce căuta aici. Dacă lucrurile sunt contradictorii (în sens dialectic) asta nu înseamnă că ele sunt inconsistente sau că lumea, ca atare, este inconsistentă. Lumea nu este nici consistentă, nici inconsistentă, consistentă sau inconsistentă este doar cunoaşterea noastră despre lume, cunoaştere care se exprimă prin concepte, propoziții, raționamente, teorii etc. Doar acestea pot fi consistente, inconsistente sau paraconsistente, însă condiția consistenței se menține chiar şi atunci când obiectul cunoaşterii devine chiar inconsistența. O prejudecată adânc înrădăcinată în „dialectizările" logicii, atât în cele vechi, cât şi în cele mai noi, este că propozițiile contradictorii sunt adevărate întrucât reflectă contradicții, că dacă *a* este atât *A*, cât şi *non-A*, propoziția „*a* este *A* şi *non-A*" trebuie neapărat să fie adevărată. Logic vorbind, aceasta este o naivitate, însă pretenția unora că logicile paraconsistenței ar fi mai apte pentru formalizarea dialecticii se bazează tocmai pe astfel de argumente.

Pentru a lămuri chestiunea am putea recurge la autoritatea lui Aristotel care a fost nu doar un mare logician, ci şi un foarte mare dialectician. Schițez ideea fără a intra în detalii.

În *Categorii*, Aristotel distinge substanțele prime (= lucrurile individuale) de substanțele secunde (= speciile şi genurile). El formulează în aceşti termeni unul din cele mai importante postulate ale ontologiei sale substanțialiste: *dacă substanțele prime nu ar exista, ar fi imposibil pentru orice alt lucru să existe.*

Printre determinările substanțelor prime este şi aceea că ele nu au contrar, dar pot primi determinări contrare. Prin urmare, acest scaun nu este negația unui alt scaun şi nici a vreunui alt lucru, problema negației nu se pune în aceşti termeni. El poate, în schimb, dobândi însuşiri contrare – din bun să devină rău, din nou să devină vechi, din frumos să devină urât şi aşa mai departe. Schematic, dacă *a* în momentul *t* este F şi într-un moment ulterior *t'* este *non*-F, devenirea lui *a* nu este

[14] D. Batens, op. cit., p. 188.

altceva decât unitatea dintre F şi *non*-F. Ceea ce nu înseamnă că *a* este F şi *non*-F în acelaşi timp, el este F într-un moment şi *non*-F într-un alt moment, este F sub un raport şi *non*-F sub un alt raport. Aristotel insistă asupra condiţiei *timp* pentru ca, mai târziu, Kant să adauge *raportul*, acestea reprezentând coordonatele contradicţiei logice şi ontologice, deopotrivă. Nu trebuie să confundăm, aşadar, contradicţia logică cu contradicţia ontologică şi, mai ales, nu trebuie să confundăm contradicţia logică cu acele contradicţii aparente gen „scaunul este nou şi vechi", „omul este bun şi rău", „fereastra este şi înăuntru şi în afară" etc. Acestea sunt propoziţii eliptice, forme prescurtate de propoziţii din care lipsesc tocmai condiţiile de timp şi raport. Nici un om nu este bun şi rău în acelaşi timp, el este bun într-un moment şi rău într-altul, este bun sub un anumit raport şi rău sub un alt raport (cred că ceva de acest gen se ascunde şi în mult discutata problemă a complementarităţii).

Dacă F şi *non*-F sunt proprietăţi, ele se exprimă prin concepte, însă nu prin concepte contradictorii ci prin concepte contrare întrucât, cel mai adesea, ele sunt speciile aceluiaşi gen. Relaţia de contrarietate nu este o relaţie binară, cum s-ar crede la prima vedere, ci una ternară – *A* este contrar lui *B* relativ la *C* (*C* fiind genul lor). Hegel va ontologiza raportul de contrarietate, făcând din cele două specii teza şi antiteza, iar din gen sinteza lor. Toate raporturile logice dintre concepte devin acum raporturile unor abstracţii reificate, a unor abstracţii tratate ca lucruri. Hegel subestimează logica formală însă dialectica lui nu este decât o „logică solidificată", rădăcinile ei îşi trag seva chiar din această logică. Mi se pare exagerată, de aceea, pretenţia că dialectica hegeliană nu poate fi înţeleasă logic sau că ea ar presupune un alt fel de logică. Dialectica nu presupune o altă logică, cel mult o anumită dezvoltare a logicii (se poate spune că logica paraconsistentă este logica formală ajunsă într-un anumit stadiu al dezvoltării ei istorice). Cu cât este mai rafinată şi evoluată din punct de vedere ştiinţific logica formală, cu atât mai mult va contribui ea la clarificarea şi dezvoltarea dialecticii.

Aceasta în privinţa contradicţiei ontologice. Dialectica cunoaşterii ridică probleme diferite deşi înrudite. Paradoxul este o formă a contradicţiei dialectice, este contradicţia specifică cunoaşterii văzută în procesualitatea dezvoltării ei istorice.

Există, după Gheorghe Enescu, trei modalităţi principale în care contradicţia logică poate afecta activitatea umană practică şi/sau teoretică: *a*) *paralogistic* (din eroare), *b*) *sofistic* (cu intenţie) şi *c*) *antinomic* sau paradoxal (din necesitate). Ceea ce deosebeşte, aşadar, paradoxul de alte forme ale contradicţiei logice este necesitatea şi obiectivitatea, aceste contradicţii, arată Enescu, ţin de însuşi procesul istoric al dezvoltării cunoaşterii.

Enescu explică fenomenul paradoxurilor prin câteva principii dialectice care aplicate condiţiilor concrete ale formulării paradoxurilor dau ceea ce numeşte el „mecanismul dialectic al contradicţiilor". În *Paradoxurile logico-matematice şi procesul cunoaşterii* el spune că „... dincolo de limitele domeniului lor propriu de aplicaţie opoziţiile polare îşi pierd sensul şi se transformă una în alta: mulţime = element, adevăr = fals, predicabil = impredicabil, se conţine = nu se

conţine şi aşa mai departe"[15]. Obiectiv, conchide Enescu, împinse dincolo de anumite limite aceste opoziţii îşi pierd „raţiunea de a fi".

Ideea că paradoxurile apar în „limitele gândirii" stă la baza dialetheismului lui Graham Priest, care este, după cum am mai spus, una dintre cele mai bine articulate filosofii ale logicii paraconsistente (am văzut că principala lui carte se numeşte *Beyond the Limits of Thought*). Enescu nu este un logician al paraconsistenţei, acest lucru este clar, însă concepţia sa dialectică asupra paradoxurilor şi asupra logicii, în general, devansează cu cel puţin trei decenii dialetheismul lui Graham Priest[16].

Fără îndoială se pot spune încă foarte multe lucruri despre logica paraconsistentă, aici m-am rezumat doar la câteva aspecte, chestiuni „la prima vedere", cum se spune. Că unele dintre pretenţiile ei s-au dovedit nerealiste este de înţeles, în definitiv, fiecare noutate ştiinţifică aduce cu sine exagerări şi pretenţii nejustificate. În mod cert, însă, ea a pus şi multe probleme reale. Existenţa teoriilor inconsistente dar netriviale este un fapt ştiinţific confirmat, logica paraconsistentă fiind prima tentativă mai serioasă de instrumentare a dificultăţilor pe care le ridică funcţionarea acestor teorii. Iniţiind acest demers, logica paraconsistentă s-a văzut nevoită să pună în discuţie teme şi probleme ce păreau de mult definitivate. Tema contradicţiei şi a negaţiei sunt de primă instanţă, dar există încă multe altele (problema adevărului, de exemplu) pe care începem să le vedem astăzi într-o altă lumină. Este o dovadă în plus că în ştiinţă nimic nu este definitiv, că vine o vreme când trebuie să regândim chiar şi principiile ei cele mai sigure – în cazul de faţă, principiul noncontradicţiei. N-ar fi exclus să asistăm şi la alte răsturnări de situaţie, dat fiind că logica paraconsistentă este o disciplină în plină dezvoltare astăzi.

Bibliografie

[1] **ANDERSON., A. R., BELNAP, N. D.** – *Entailment. The Logic of Relevance and Necessity*, vol. I, Princeton University Press, 1975.

[2] **DA COSTA, N.C.A.** – „Calculs propositionnels pour les systèmes formels inconsistants", *C. R. Acad. Sc. Paris*, Series A, 257, 1963.

[3] **DA COSTA, N.C.A.** – „Calculs de prédicates pour les systémes formels inconsistants", *C. R. Acad. Sc. Paris*, t. 258, 1964.

[4] **DA COSTA, N.C.A.** – „Calculs de prédicates avec égalité pour les systemes formels inconsistants", *C. R. Acad,. Sc. Paris*, t. 258, 1964.

[5] **DA COSTA, N.C.A., ARUNDA, A. J.** – „Sur une hiérarchie des systémes formels", *C. R. Acad. Sc. Paris*, t. 259, 1964.

[6] **DA COSTA, N.C.A.** – „On The Theory of Inconsistent Formals Systems", în *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. XV, nr.4/ 1974.

[7] **DA COSTA, N.C.A., ALVES, E. H.** – „A Semantical Analysis of The Calculi C_n", în *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. XVIII, nr. 4/ 1977.

[15] Gh. Enescu, *Paradoxurile logico-matematce şi problema cunoaşterii*, în Gh. Enescu, *Paradoxuri, Sofisme, Aporii*, p. 154.

[16] Pentru detalii, v. Gh. Enescu, *Criză şi revoluţie în ştiinţă*, în Gh. Enescu, *Paradoxuri, Sofisme, Aporii*, p. 420.

[8] DA COSTA, N.C.A., DUBIKAJJTIS, L. – *On Jaskowski's Disscusive Logic*, în A. I. Arunda, N. C.A. da Costa şi R. Chuaqui (eds.) *Non Classical Logics, Model Theory and Computability*, North Holland Pbls. Company, p. 37, 1977.

[9] DA COSTA, N.C.A., PUGA, Z. L. – „On The Imaginary Logic of N. A. Vasiliev“, în *Zeitscr. F. math. Logik und Grundaglen d. math.* Bd. 34, S., 1988.

[10] DA COSTA, N.C.A., BUENO, O. – „Paraconsistency: Toward a Tentative Interpretation“, *Theoria*, Nr. 40/ 2001.

[11] DA COSTA, N.C.A., MARCONI, D. – „On Overview of Paraconsistent Logic in The 80's“, în *Journal of Non-Classical Logic*, vol. VI, nr.1/ 1989.

[12] DA COSTA, N.C.A., BEZIAU, J.-Y., BUENO, O. – „Paraconsistent Logic în a Historical Perspective“, în *Logique et Analyse* 150 – 151 – 152, 1995.

[13] DA COSTA, N.C.A. – *Logique classiques et non classiques. Essai sur les fondements de la logique*, Masson, Paris, Milan, Barcelone, 1997.

[14] ENESCU, GH. – *Dicţionar de logică*, ed. a doua, Editura Tehnică, Bucureşti, 2003.

[15] ENESCU, GH. – *Paradoxuri, sofisme, aporii*, Editura Tehnică, Bucureşti, 2003.

[16] HUNTER, A., BESNARD, PH. (eds.) – *Reasoning With Actual and Potential Contradictions*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/ Boston/ London, 1998.

[17] KNEALE, W. şi M. – *Dezvoltarea logicii*, vol. I, Editura Dacia, Cluj Napoca, 1974.

[18] NOVICOV, P. S. – *Elemente de logică matematică*, Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1966.

[19] PRIEST, G. – *Beyond The Limits of Thought*, Cambridge University Press, 1995.

[20] PRIEST, G., ROUTLEY, R., NORMAN J. (eds.) – *Paraconsistent Logic. Essays on The Inconsistent*, Philosophia Verlag, München Hamdem Wien, 1989.


ÎNTÂLNIREA
CU CONTRADICȚIA
LOGICILE
PARACONSISTENȚEI

De la Heraclit încoace, trecând prin Hegel şi Marx, iar în zilele noastre prin Wittgenstein, au existat filosofi care au admis că în teoriile şi contextele raţionale ce exprimă cunoştinţe legitime, contradicţia poate fi acceptată. „Dacă ar fi descoperită o contradicţie în aritmetică, *spunea Wittgenstein,* acest lucru ar demonstra doar că o aritmetică ar putea aduce mari servicii prin această contradicţie." *Pentru anumiţi gânditori, existenţa contradicţiei reprezintă, de altfel, o caracteristică esenţială a oricărei teorii ce reflectă vreo porţiune restrânsă a realităţii. Totuşi, până în urmă cu câţiva ani, nici un filosof nu s-a străduit să dezvolte sisteme logice paraconsistente menite să-i justifice sau să-i facă plauzibile ideile, fapt ce nu poate să nu ne surprindă.*

Newton da COSTA

În ceea ce priveşte „logicile paraconsistente" *ele însele cuprind o anumită dificultate: deşi admit contradicţia în afară, n-o admit în interiorul teoriei logice. În acest fel ele nu au construit o teorie bazată pe negaţia principiului noncontradicţiei, ci o teorie fără teorema (sau axioma) necontradicţiei. Poate în viitor se vor descoperi modele interesante ale acestei teorii, deocamdată nu prezintă nici o utilitate, doar dacă nu avem în vedere exerciţiile pe care le implică studiul lor sub aspect metalogic.*

Gheorghe ENESCU

Paraconsistenţa: către o posibilă interpretare[1]

Newton C.A. da COSTA

Otávio BUENO

Matematicianul trebuie să ia în calcul nu doar acele teorii care se apropie de realitate ci, ca în geometrie, toate teoriile logic posibile; şi trebuie să aibă întotdeauna grijă să obţină o vedere completă asupra consecinţelor rezultate din sistemul de axiome.
David HILBERT: *Probleme matematice*, 1901.

Introducere

În peisajul filosofic contemporan este general acceptat rolul crucial pe care l-a avut şi continuă să-l aibă logica. Domenii întregi ale filosofiei, de la teoria cunoaşterii şi filosofia ştiinţei până la metafizică şi etică, au suferit modificări adânci prin introducerea aparatului conceptual datorat teoriilor logice.

Mai delicat stau lucrurile când se pune problema înţelegerii filosofice a logicii înseşi, în particular, a logicilor neclasice. Unul dintre obiectivele majore ale prezentei lucrări este de a apăra un punct de vedere mai aparte asupra acestei chestiuni, un punct de vedere care spune adio (sau, cel puţin, aşa sperăm) altor interpretări ale logicii şi ne referim aici îndeosebi la probleme privind natura logicii şi la aplicaţiile ei. Strategia noastră constă în examinarea unui caz mai special, respectiv, al logicii paraconsistente, logica sistemelor inconsistente, dar netriviale (pentru detalii, v. Arruda, 1980; D'Ottaviano, 1990 şi da Costa, Béziau şi Bueno, 1996). Dintre toate logicile neclasice, aceasta este poate cea mai puţin obişnuită, cel puţin din perspectiva viziunii aristotelice: după cum bine se ştie, în logica paraconsistentă principiul non-contradicţiei nu este întotdeauna valid. Formal nu este nici o dificultate în descrierea acestei posibilităţi; lucrurile se schimbă

[1] Newton C. A. da Costa, O. Bueno, *Paraconsistency: Towards A Tentative Interpretation*, în *Theoria*, vol. 16, nr. 40/2001. **Traducere de Ioan Buş** (*N.T.*).

substanțial atunci când trebuie să facem înțeles ceea ce se petrece. Acesta este un caz ce necesită interpretare. Dar întrebarea se ridică în mod natural: ce, la acest nivel, este o interpretare?

După ce răspundem, pe scurt, la această întrebare vom da o interpretare mai particulară logicii paraconsistente și vom indica cum intră aceasta în legătură cu anumite confuzii filosofice ce se nasc pe parcurs. Vom discuta câteva motivații ale logicii paraconsistente, precum posibilitatea utilizării ei în teoria mulțimilor. De asemenea, vom aborda rolul distincției dintre logicile pure și cele aplicate în înțelegerea paraconsistenței și aplicarea logicii paraconsistente în studiul mulțimilor lui Russell, al algebrelor booleene paraconsistente și al teoriei silogismului.

O ultimă avertizare. Noi concepem această lucrare drept o discuție preliminară a unor probleme logice și filosofice legate de paraconsistență. Nu intenționăm să dezvoltăm aici analiza lor, ci suntem mai degrabă interesați de *prezentarea* unui cadru general de discuție.

1. Logică, matematică, paraconsistență

Dacă se dorește înțelegerea sensului și naturii logicii este important să se clarifice, de la început, că în ziua de azi ea este un domeniu al cunoașterii la același nivel cu matematica. Astfel ea se divide în două domenii (cum se va examina în subcapitolul 3, al acestui capitol): unul pur și unul aplicat. Din punct de vedere pur se studiază anumite structuri abstracte, cum sunt limbajele formale, modelele și mașinile Turing. Vom prezenta câteva observații asupra acestor trei tipuri de structuri (desigur, mai sunt multe alte structuri, dar nu ne vom ocupa de ele aici).

Un limbaj formal este o structură abstractă ce codifică anumite laturi ale limbajului comun. Din perspectiva logic-algebrică este vorba de o algebră liberă. De fapt, o teorie a limbajelor formale poate fi dezvoltată algebric: tehnicile algebrice pot fi atunci aplicate, iar conceptele logice standard au o versiune algebrică. De exemplu, în logica clasică, o *teorie* devine un *filtru,* o *teorie consistentă* se transformă într-un *filtru adecvat*, o *teorie completă* într-un *ultra-filtru,* teorema de incompletitudine a lui Gödel dă naștere anumitor *filtre* ce nu sunt *ultra-filtre* etc. Din perspectiva logicii pure, metoda algebrică este mai generală și totodată mai convenabilă decât aceea bazată pe limbajele formale. De obicei, se susține că, alături de Frege, logica a fost retrasă din cadrul algebric pe care Boole i l-a dat, și că acest lucru a fost un progres. Astăzi se știe că acest lucru este fals, iar logica algebrică ne arată acest lucru destul de clar. Având ca bază algebra se poate clasifica și studia nu doar logica clasică, ci și logicile non-clasice, care astăzi proliferează într-o măsură considerabilă: logica intuiționistă, logica polivalentă, logica fuzzy, logica paraconsistentă, logica non-alethică, logica non-lineară, logica substructurală, logica probabilistică, logica cuantică etc.

Teoria modelelor generale se ocupă nu doar cu modele ale limbajelor formale clasice, cum ar fi calculul clasic al predicatelor de ordinul I, care este cel mai cunoscut, dar şi cu modele ale limbajelor heterodoxe: non-clasice, valorizate boolean, modele ale limbajelor clasice, modele clasice ale teoriilor intuiţioniste (de exemplu, modele Kripke); modele cuantice ale limbajelor legate de mecanica cuantică (v. Takeuti, 1981a şi 1981b); modele clasice ale teoriilor paraconsistente şi modele paraconsistente ale acestor teorii şi aşa mai departe. Astfel, se poate dovedi că logica intuiţionistă de ordin I Brouwer-Heyting este completă conform semanticii clasice Kripke, deşi este incompletă şi incompletabilă în contextul unei logici intuiţioniste (Gödel).

Astăzi există mai multe *semantici* distincte construite, la fel ca şi cea clasică, în interiorul teoriei standard a mulţimilor, cum ar fi, pentru a menţiona doar câteva, semanticile paraconsistente, cuantice şi booleene. Aceste semantici pot fi generalizate într-o teorie generală de valori, care combină idei algebrice, topologice şi ale teoriei mulţimilor. Aceste modele obţinute prin forţare (Cohen) şi prin teoria mulţimilor constructive a lui Gödel cad în interiorul teoriei modelelor generale, iar aceia care nu sunt familiarizaţi cu aceste teme nu au cunoştinţă de starea curentă a evoluţiei logicii. Dacă ne amintim că teoria clasică a modelelor ne-a dat deja câteva topici pe care nu le putem ignora (modele prime, modele saturate, categoricitatea în potenţă şi teorema lui Morley, omisiunea tipurilor, eliminarea cuantificatorilor, câmpurile închise real, clasificarea teoriilor – Shellah etc.), imediat se observă enorma bogăţie a teoriei modelelor generale sau a semanticii matematice. (Pentru mai multe comentarii asupra semanticii, vezi da Costa, Bueno şi Béziau, 1995.)

Teoria maşinilor, sau teoria recurenţei, a fost dezvoltată în ultimii ani în aşa fel încât literatura de specialitate nu mai poate fi urmărită în toate detaliile sale. La temele tradiţionale – cum ar fi funcţii recursive, teorema lui Rice, ierarhia aritmetică, ierarhia analitică, limbaje Post etc. –, au fost adăugate multe altele, făcând acest domeniu al logicii şi mai bogat. Unii au încercat, de exemplu, să extindă noţiunea de calculabilitate prin maşini Turing sau funcţii recursive, cum este cazul lui Smale şi al colaboratorilor săi.

Tot ce a fost amintit mai sus reprezintă dovezi pentru teza că dezvoltarea logicii pure este la fel ca dezvoltarea matematicii pure. A înţelege natura şi semnificaţia sa înseamnă a înţelege, în general, semnificaţia şi natura matematicii pure. Este suficient să notăm aici că progresul ei, cel puţin în principiu, este realizat pe un nivel *a priori* şi abstract; experienţa (la care ne referim într-un sens comprehensiv) legată atât de viaţa obişnuită, cât şi de ştiinţă are doar o valoare euristică.

Cu privire la logica aplicată, lucrurile sunt destul de diferite, la fel ca în cazul matematicii aplicate. Logica, gândită, de exemplu, ca ştiinţa formelor de inferenţă valide este plasată în acest domeniu, adică în domeniul logicii aplicate. Problema în acest caz constă în descoperirea structurilor abstracte care reflectă mecanismul real al inferenţelor deductive într-un anumit domeniu. Astfel, se studiază inferenţele descoperite în viaţa cotidiană atât în matematica tradiţională şi constructivă, cât şi în mecanica cuantică şi ştiinţele naturii.

Opusă componentei pure, logica aplicată nu este articulată pe un nivel abstract şi *a priori*. Din contră, ea depinde într-o anumită manieră de experienţă (într-un sens comprehensiv) şi, de asemenea, de factorii pragmatici (simplitate

teoretică, intuitivitate, capacitatea de sistematizare şi aşa mai departe). Din acest motiv studiul *constructiv* al gândirii matematice *constructive* nu se potriveşte cu schemele logicii clasice; cu alte cuvinte, categoriile şi procesele logicii clasice (principiul terţului exclus, metoda clasică de *reductio ad absurdum* etc.) nu pot reflecta mecanismele ce susţin gândirea constructivă. De aici existenţa diferitelor logici *constructive* (Brouwer-Heyting, Griss,...). Analog, mecanica cuantică standard (cum se va argumenta în subcapitolul 3.2 al acestui capitol) pare că duce către logici non-clasice, atunci când se doreşte o apreciere adecvată a ceea ce se petrece în domeniul cuantic (logici modulare, logici orthomodulare, structuri Kochen-Specker (v. Kochen şi Specker, 1967 etc.).

Topicile prezentate în această lucrare, numeroase, dar legate între ele, au fost alese pentru a clarifica anumite aspecte ale naturii logicii paraconsistente, semnificaţia şi importanţa ei. Ar trebui să fie clar de la început, că tot ce se spune privind logica în general se susţine, de asemenea, în mod evident, şi în ceea ce priveşte logica paraconsistentă. În particular, cea din urmă poate fi văzută atât ca un subiect pur cât şi ca unul aplicat. În primul caz, la fel ca restul matematicii înseşi, se discută structurile conceptuale definite şi investigate într-o manieră *a priori*. În al doilea caz, considerată ca o disciplină aplicată, depinde de experienţă şi de constrângerile pragmatice.

Distincţia între logica aplicată şi cea pură în cadrul domeniului para-consistenţei este extrem de importantă, ea permite în particular o examinare mai bună a anumitor probleme. După cum vom vedea în subcapitolul 3.1 al acestui capitol, unii specialişti critică anumite sisteme paraconsistente pentru aceea că în aceste sisteme legea substituţiei echivalenţilor nu se susţine; iar ei preferă ca această lege să fie validă. În orice caz, din perspectiva logicii pure o astfel de critică va fi similară cu aceea făcută de un algebrist ce doreşte ca doar grupurile comutative să fie studiate...

Nu mai puţin, dintr-un punct de vedere aplicat, o astfel de discuţie poate fi relevantă, considerând că se apreciază anumite aplicaţii, de exemplu, în domeniul ştiinţei principiilor şi folosirii calculatorului. Din nefericire, totuşi, de cele mai multe ori nu se întâmplă acest lucru, fiind doar ca şi cum cineva ar avea acces la o logică platonică, luată ca standard de comparare pentru toate logicile alternative avute în vedere. Din contră, când se are în vedere o problemă a logicii paraconsistente aplicate (de exemplu, pentru sistemele specializate) are sens studierea unei anume proprietăţi, cum este cea deja menţionată, dacă este sau nu întâlnită în sistemul logic descris. Mai mult, este posibil să întrebăm dacă în anumite sisteme specializate, pentru a lucra cu părţi contradictorii de informaţii, este bine ca logica presupusă, de natură paraconsistentă, să aibă o a doua negaţie care să se comporte în manieră clasică.

Fiind prezentate aceste consideraţii generale asupra logicii, matematicii şi paraconsistenţei, înainte de a privi, în subcapitolul 3, anumite aspecte ale statutului teoretic al celei din urmă vom examina pe scurt câteva dintre principalele motivaţii pentru prezentarea ei.

2. Motivație: paraconsistență şi teoria mulțimilor

Vorbind despre axiomatizarea teoriilor fizice, Hilbert a scris cuvintele de mai sus pe care noi le-am luat ca *motto*; cuvinte care într-adevăr ghidează orice cercetare axiomatică. În aceeaşi măsură se poate spune că logica paraconsistentă a apărut în urma aplicării acestei norme hilbertiene la axiomatizarea teoriei mulțimilor.

Într-adevăr, teoria naivă a lui Cantor s-a bazat în principal pe două principii fundamentale: postulatul extensionalității (dacă mulțimile x şi y au aceleaşi elemente, atunci ele sunt egale), şi postulatul separării sau comprehensiunii (orice proprietate determină o mulțime compusă din obiectele care au această proprietate). Ultimul postulat, în limbajul standard (de ordinul I) al teoriei mulțimilor, devine următoarea formulă (sau schemă de formule):

(1) $$\exists y\, \forall x\, (x \in y \leftrightarrow F(x))$$

Acum, este suficient să înlocuim formula $F(x)$, în (1), cu $x \notin x$ şi se obține paradoxul lui Russell. Astfel, principiul separării (1) este inconsistent. Deci, dacă se adaugă (1) la logica de ordinul I, concepută ca logică a limbajului teoriei mulțimilor, se obține o teorie trivială.

Există, de asemenea, alte paradoxuri, cum ar fi cele ale lui Curry şi Moh Schaw-Kwei care indică faptul că (1) este trivial sau, mai precis, trivializează limbajul teoriei mulțimilor, dacă logica presupusă este clasică, chiar ignorând negația. Cu alte cuvinte, logica clasică pozitivă este incomparabilă cu (1); acelaşi lucru se poate spune şi despre câteva alte logici, cum ar fi cele intuiționiste.

Teoriile clasice ale mulțimilor se disting prin restricțiile impuse formulei (1), pentru a evita paradoxurile. Pentru ca teoria astfel obținută să nu devină prea slabă, axiomelor de extensionalitate şi separație (cu tot cu restricții) li se adaugă altele, în funcție de fiecare caz în parte.

Astfel, de exemplu, pentru Zermelo-Fraenkel (ZF) separația este formulată în următorul mod:

(2) $$\exists y\, \forall x\, (x \in y \leftrightarrow (F(x) \wedge x \in z)),$$

unde variabilele sunt supuse, evident, unor condiții. Astfel, în ZF, $F(x)$ determină submulțimea de elemente ale mulțimii z ce are proprietatea F (sau satisface formula $F(x)$). Pe de altă parte, în sistemul Kelly-Morse, separația este următoarea:

(3) $$\exists y\, \forall x\, (x \in y \leftrightarrow (F(x) \wedge \exists z\, (x \in z)))$$

Şi, în sfârşit, în NF-ul lui Quine este angajată noțiunea stratificării, iar schema separării are următoarea formă:

(4) $$\exists y\, \forall x\, (x \in y \leftrightarrow F(x)),$$

considerând că formula $F(x)$ poate fi stratificată (pe lângă condițiile standard ce privesc variabilele).

Oricum, adoptând *motto*-ul lui Hilbert, putem întreba dacă va fi posibil să examinăm problema dintr-un punct de vedere diferit: ce este necesar pentru a menține schema (1) fără restricții (fără referire la condițiile variabilelor)? Răspunsul este imediat: trebuie schimbată logica presupusă, astfel încât (1) nu duce inevitabil la trivializare. Schema separației, fără „mari" restricții, duce la contradicții. Astfel, o logică de acest gen trebuie să fie paraconsistentă.

Încet, s-a verificat că există infinit mai multe moduri de a face restricțiile clasice ale schemei separației mai slabe, fiecare corespunzând diferitelor categorii de logici paraconsistente. Mai mult, logicile foarte slabe au fost formulate și pe baza lor se poate angaja, fără trivializare, schema (1). Unele teorii ale mulțimilor în care formulele (2), (3) și (4) de separație sunt fie combinate, fie adoptate izolat au fost, de asemenea, construite.

Un punct important este că unele teorii ale mulțimilor paraconsistente îl conțin pe cel clasic, în formulările Zermelo-Fraenkel, Kelly-Morse și Quine. Astfel, paraconsistența duce, dincolo de domeniul clasic, și permite, printre altele, reconstrucția matematicilor tradiționale (v. da Costa, Béziau și Bueno, 1998; da Costa, 1999; da Costa, Bueno și Volkov, 1999 și Mortensen, 1995). Se poate spune că teoriile paraconsistente extind teoriile clasice, așa cum geometria imaginară a lui Poncelet include geometria standard „actuală".

Mai departe, trebuie să abordăm o dificultate descoperită în însăși temelia logicii. Logica elementară clasică (va fi suficient să luăm în considerare doar o parte din ce este pozitiv) și postulatul separației sunt deopotrivă evidente; suntem chiar obligați să susținem că sunt evidente și intuitive în mod egal. Oricum, ele sunt reciproc incompatibile și constituie astfel un caz de evidențe incompatibile – ceea ce creează o dificultate din perspectiva logicii clasice.

Fără a prezenta detaliile analizei filosofice, vom nota doar că teoriile clasice adoptă o abordare particulară, iar teoriile paraconsistente o altă abordare. Toate acestea sunt în perfectă armonie cu citatul din Hilbert: trebuie explorate toate posibilitățile. Accentuăm că o astfel de explorare contribuie la o mai bună înțelegere a însăși poziției clasice: o mai bună înțelegere a negației; a posibilității discursului, chiar dacă se respinge parțial principiul non-contradicției; a dovedi că acest principiu este cel puțin parțial adevărat, și așa mai departe.

Este natural să credem că fiind întemeiate pe oarecare motivații diferite și prezentând trăsături diferite, logica paraconsistentă și cea clasică pot oarecum să fie în dezacord atât cât le permite statutul lor teoretic. Totuși, situația poate fi alta – problemă de care ne vom ocupa în continuare.

3. Paraconsistenţa: consideraţii asupra statutului teoretic

3.1. Logica pură, logica aplicată şi paraconsistenţa

Logica este de obicei înţeleasă ca un domeniu analitic şi *a priori*; se consideră că este independentă de experienţă, şi că legile sale sunt compatibile cu orice stare de lucruri contingentă ce se poate petrece. Această perspectivă, oricât de răspândită ar fi, nu este pusă la îndoială; într-adevăr aşa cum sublinia Heisenberg cu mult timp în urmă:

> (...) dacă cineva vrea să vorbească despre particulele atomice, trebuie să folosească fie schemele matematice ca unic supliment al limbajului natural, fie să-l combine cu un limbaj ce uzează o logică modificată, fie chiar cu o logică ce nu este bine definită (Heisenberg, 1958, p. 46).

La fel notează şi Schrödinger:

> Aşa cum ochiul minţii pătrunde distanţe din ce în ce mai mici şi momente din ce în ce mai scurte, vedem că natura se comportă cu totul altfel de cum observăm corpurile vizibile şi palpabile ce ne înconjoară, vedem că *nici* un model fasonat după experienţele noastre pe scală largă nu poate fi adevărat (Schrödinger, 1952).

Ambele consideraţii coroborează un fapt uimitor: mecanica cuantică inevitabil conduce la fundamentări logice diferite de cele clasice. Atâta cât ştim, şi după cum vom argumenta în secţiunea următoare, se pare că există o logică cuantică mult diferită de ceea ce se petrece în cadrul logicii tradiţionale. Nu mai puţin, după cum se ştie, întreaga argumentare ce priveşte întemeierea logică a fizicii cuantice nu este dezvoltată în linii *a priori*; în schimb, experimente, cum este cel al lui Gerlach şi Stern asupra spin-ului particulelor, precum şi legile cuantice, cum este principiul lui Heisenberg, trebuie luate în considerare – iar acestea sunt experienţele şi legile ce ne-au făcut să reexaminăm baza logicii presupuse de fizică.

Logica intuiţionistă, în ce o priveşte, este unul din modurile adecvate angajate pentru a sistematiza gândirea constructivă în matematică. Logica clasică nu reflectă în nici un fel activitatea constructivă a matematicienilor deoarece depinde de presupoziţia implicită că ei lucrează în domenii compuse din obiecte *deja date* a căror existenţă nu reprezintă o problemă în cadrul muncii lor constructive.

Astfel, logica cuantică şi cea intuiţionistă aduc dovezi pentru teza că logica, în aplicaţiile sale, depinde de trăsăturile particulare ale domeniului pe care îl organizează. Se înţelege că ne referim aici la sisteme logice aplicate şi nu la logica pură. Desigur, cel care studiază logica pură poate elabora şi studia orice sistem, independent de experienţă. Totuşi, cu privire la aplicaţii, există o inter-conexiune între dimensiunea ei logică şi domeniul aplicaţiei ce se bazează în special pe

considerații pragmatice, totuși, și alte aspecte sunt relevante în vederea individualizării logici proxime în acest context cum ar fi raționarea euristică și natura domeniului studiat.

Privind analiticitatea logicii, aceste lucruri par îndoielnice chiar și în cadrul logicii clasice. Acest fapt generează teme ca independența de axioma alegerii și de ipoteza *continuum*-ului, care nu pot fi ușor catalogate drept enunțuri analitice (după cum nu este analitică nici formularea axiomei lui Zermelo și nici măcar întrebările legate de acest fapt și problemele generate). Însăși logica de ordin superior – logica ordinelor superioare și teoria mulțimilor – ne trimit la axiome de manieră existențială; mai mult, logica elementară are ceea ce putem numi trăsături sintetice legate de semantica sa, care implică topici asupra teoriei mulțimilor de natură non-analitică.

De asemenea, se susține ceva similar pentru semantica fizicii cuantice care nu poate fi bazată pe semantica standard, pe noțiuni ale teoriei mulțimilor. După cum susține Manin:

> Noua fizică cuantică ne-a arătat modele de entități cu diferite comportamente. Chiar „mulțimea" de fotoni dintr-o oglindă, sau electronii dintr-o bucată de nichel sunt mai puțin cantorieni decât „mulțimea" firelor de nisip. În general, o „infinitate fizică" cu o probabilitate ridicată arată mult mai complicat și interesant decât o simplă infinitate de „lucruri". (Manin, 1974, p. 36).

Pe de altă parte, concepții realiste *á la* Frege și Gödel, după care logica procură cele mai generale trăsături ale universului, par a fi susținute doar pe baze foarte speculative (de exemplu, Tarski le consideră un fel de superstiții sau chestiuni mistice). Astăzi, dată fiind proliferarea teoriilor logice heterodoxe, în special existența unei infinități de logici paraconsistente conținând o importantă parte din logica tradițională, susținerea unei perspective realiste extreme devine o sarcină dificilă.

Aceste observații au o importantă motivație: să justifice, deși indirect, unele teze despre logica paraconsistentă. De fapt, când un sistem paraconsistent este construit ca o teorie pură, principalele sale trăsături nu sunt evident deschise, în general, la critici, decât dacă arată că sunt triviale. De exemplu, se obișnuiește să se critice anumite logici propoziționale paraconsistente pentru faptul că nu au relații de congruență ce implică toți conectorii (în particular, nu este cazul ca $\vdash \alpha \leftrightarrow \beta$ implică $\vdash \neg\alpha \leftrightarrow \neg \beta$). În locul acestor logici, unii specialiști au propus alte logici, care prezintă relații de congruență naturale, dar care satisfac legea non-contradicției $\neg (\alpha \wedge \neg \alpha)$, lege care, desigur, nu se susține în celelalte logici. Acum, strict vorbind, o astfel de discuție pare a fi ori lipsită de sens, ori pur speculativă, deoarece logicile care nu au relații de congruență au fost formulate ca logici pure, iar în acest domeniu (ca și în matematica pură), libertatea este enormă – toate alternativele trebuie să poată fi, în principiu, explorate. Oricum, aceste tipuri de critici nu ratează locul, în logica aplicată, unde se pot angaja argumente pragmatice și motive concrete (care depind de experiență, într-un mod comprehensiv).

Pe scurt, credem că o argumentare exclusiv filosofică, luată în sine, nu rezolvă problemele tehnice nici ale logicii pure, nici ale celei aplicate. Oricum,

considerațiile bazate pe alte rațiuni, legate de domenii ce sunt încă în studiu, sunt cele care contează în logica aplicată.

Întâmplător, într-o anumită măsură, una din cele mai importante aplicații ale logicii constă în construcția matematicii; astfel, o logică care nu este suficient de puternică pentru a obține părți considerabile ale matematicii clasice întâmpină o grea dificultate. Acest punct a fost deja remarcat de însuşi Hilbert, când a susținut (deşi poate puțin grăbit în generalizarea rolului legilor logicii lui Aristotel în construcția matematicii):

> Dar noi nu putem abandona nici folosirea principiului terțului exclus şi nici a altei legi a logicii aristotelice exprimate în axiomele noastre, din moment ce construcția analizei este imposibilă fără ele (Hilbert, 1927, p. 471).

Tot ce am argumentat până aici se potriveşte cazului sistemelor paraconsistente care, notăm *en passant,* au găsit multe aplicații în inteligența artificială, în ştiințele principiilor şi folosirii calculatorului şi în bazele ştiințelor empirice (v., e.g., într-o imensă literatură, Subrahmanian, 1987; Blair şi Subrahmanian, 1987 şi 1988; Kifer şi Subrahmanian, 1992).

3.2. Logica, mecanica cuantică şi paraconsistența

O trăsătură uimitoare a cercetării secolului douăzeci constă în faptul că au fost create unele logici, diferite de cea clasică (de exemplu: logica intuiționistă, logica polivalentă, logica cuantică etc.). Astfel, o nouă problemă a luat naştere: cum să justificăm, în fiecare caz particular, legitimitatea angajării uneia din aceste logici? Un exemplu tipic al acestei probleme poate fi găsit în mecanica cuantică în care folosirea logicii tradiționale nu este în nici un fel neproblematică.

Această circumstanță este cea care a condus la o ruptură a logicii în cele două părți menționate mai sus. Accentuez încă odată acest punct: avem pe de o parte, logică pură care se dezvoltă analog matematicii pure, în principiu, într-o manieră abstractă şi *a priori*, iar pe de altă parte, logica aplicată angajată, de exemplu, în inferențele obişnuite, în gândirea constructivă şi în mecanica cuantică. În logica pură se găsesc topici cum ar fi ierarhia analitică, ierarhia aritmetică, modele saturate, algebra poliadică, algebra cilindrică, topologia şi axiomele lui Martin, forțare, modele valorizate boolean etc.

În logica aplicată o temă centrală este cea legată de logica mecanicii cuantice: care este logica naturală presupusă pentru teoria pre-formală despre acest domeniu fizic? Pentru a răspunde la această întrebare trebuie depăşite două probleme de bază.

(1) După cum un copleşitor grup de dovezi tinde să arate, logica cuantică, conform lucrărilor de pionierat ale lui von Neumann şi Birkhoff, încalcă legile distributive ale logici clasice:

$$\alpha \wedge (\beta \vee \gamma) \leftrightarrow (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$$

(2) Particulele elementare distrug teoria uzuală a identității sau, mai precis, noțiunea de identitate (sau de egalitate) nu pare a fi aplicată potrivit la acestea: cum au arătat Schrödinger, Heisenberg, Weyl [cf. Weyl, 1963] și alți fizicieni, discursul despre egalitatea sau diferența particulelor este pur și simplu lipsit de sens.

Putem avea o idee, deși doar schițată și mai degrabă schematică a primei dificultăți prin referirea la un exemplu (destul de simplificat).

În mecanica cuantică standard fiecare electron posedă un moment cinetic unghiular, sau un spin, a cărui valoare este totdeauna +1/2 sau –1/2; deoarece, dacă momentul lui este în direcția x este denotat prin e_x, atunci $e_x = +1/2$ sau $e_x = -1/2$. Pe de altă parte, dat fiind așa-numitul principiu al lui Heisenberg, nu se poate măsura momentul cinetic unghiular care este în două direcții (distincte) simultan.

Fie atunci x și y două direcții distincte. Să presupunem că s-a măsurat momentul lui cinetic unghiular pe direcția x și că $e_x = +1/2$; deci, $e_x = +1/2$ este adevărat. Oricum, după cum s-a spus, $e_y = +1/2 \vee e_y = -1/2$ este totdeauna adevărat (în orice situație). Deci, se poate deduce că conjuncția

(I) $$e_x = +1/2 \wedge (e_y = +1/2 \vee e_y = -1/2)$$

este, de asemenea, adevărată. Din (I), dată fiind distributivitatea conjuncției în relație cu disjuncția, urmează:

(II) $$e_x = +1/2 \wedge (e_y = +1/2 \vee e_y = -1/2) \leftrightarrow$$
$$\leftrightarrow (e_x = +1/2 \wedge e_y = +1/2) \vee (e_x = +1/2 \wedge e_y = -1/2)$$

După cum s-a văzut, componenta din stânga bicondiționalului este adevărată oricum dat fiind că nu se poate măsura simultan momentul lui cinetic unghiular care este în direcții distincte x și y; componenta din dreapta este fie falsă, fie fără sens. Astfel, aplicarea logicii clasice dă naștere unor dificultăți.

Sunt mai multe căi posibile pentru a încerca să menținem logica tradițională și pentru a depăși problema ridicată de (II). Nu mai puțin, până acum nici una nu a primit acceptul tuturor. (Pur și simplu nu funcționează dacă se propune schimbarea mecanicii cuantice standard cu o altă teorie, deoarece despre prima este vorba; de asemenea, nu este suficient să notăm că măsurătoarea este cea care „creează" valoarea de spin, și astfel propoziția „$e_y = +1/2 \vee e_y = -1/2$" nu este nici adevărată și nici falsă, deoarece o asemenea observație contrazice logica clasică etc.)

Problema care privește posibilitatea aplicării categoriei egalității la particulele elementare este într-adevăr delicată, iar soluția ei nu pare a fi simplă. Atât teoria tradițională a mulțimilor, cât și matematica construită în cadrul acesteia presupun teoria egalității. În continuare se poate spune că un grup de electroni, de exemplu, nu constituie o mulțime, în sensul clasic.

Concluzionând, sunt multe obstacole care privesc posibilitatea aplicării logicii clasice la mecanica cuantică.

Chiar şi semantica acestei teorii ridică dificultăți dat fiind că metodele semanticii standard sunt elaborate în interiorul teoriei tradiționale a mulțimilor. O astfel de situație este deja luată în considerare chiar în manualele bune de logică, cum este cel al lui Manin:

> Analizarea fenomenelor mecanicii cuantice relevă o divergență profundă între structurile logice interne ale macrocosmosului şi cele ale microcosmosului. Deşi explicarea acestor diferențe prin mijloacele limbajului natural şi al logicii naturale este foarte dificilă şi, în ultimă analiză, totdeauna rămâne un sentiment de insatisfacție, aceste încercări de explicare continuă. Dezvoltarea acestor baze ale fizicii în secolul douăzeci ne-a învățat o importantă lecție. Crearea şi înțelegerea acestor baze s-a dovedit că are foarte puțin de-a face cu abstracțiile epistemologice care erau foarte importante pentru criticii bazelor matematicii din secolul douăzeci: finitudine, consistență, construibilitate şi, în general, noțiunile carteziene de claritate intuitivă. În schimb, principii cu totul neprevăzute au intrat în centrul atenției: complementaritatea, conjuncția neclasică, funcția probabilistică a adevărului. Electronul este infinit, capricios şi liber, şi nu împărtăşeşte dragostea noastră pentru algoritm (Manin, 1977, pp.82–83).

Întreaga discuție aduce dovezi în favoarea tezei că logica, cel puțin în ceea ce priveşte aplicațiile sale, nu este legată în întregime de condiționări *a priori*. Într-adevăr, principiile ce ghidează aplicațiile sale sunt aceleaşi cu cele ce ghidează aplicațiile oricărei teorii matematice, de exemplu, sunt similare celor ce privesc geometria pură.

În sfârşit, vrem să evidențiem că un nou tip de logică cuantică a fost propusă de Dalla Chiara şi Giuntini: logici cuantice paraconsistente [cf. Dalla Chiara şi Giuntini, 1989]. Acestea sunt forme slabe ale logicii cuantice, în care principiile non-contradicției şi terțului exclus nu se susțin. După cum argumentează autorii, aceste logici pot fi văzute ca „abstracții logice" ale clasei tuturor *efectelor* din abordarea operațională a mecanicii cuantice, având, de asemenea, unele aplicații interesante în acest domeniu.

4. Paraconsistența: câteva aplicații tehnice

Fiind examinate pe scurt unele caracteristici teoretice ale logicii paraconsistente, în cele ce urmează vom lua în considerare unele dezvoltări tehnice din cadrul paraconsistenței. Acum, principalul nostru scop este să indicăm unele trăsături uimitoare ce pot fi găsite atunci când o astfel de logică este angajată ca logică presupusă a raționării matematice. Pe de o parte, deşi poate nu *chiar aşa* de surprinzător, date fiind principalele sale caracteristici ca logică particulară şi non-clasică în care principiul non-contradicției este oarecum restricționat, sunt obținute unele rezultate cu adevărat neobişnuite (cel puțin cu privire la intuițiile noastre clasice) – dar de un remarcabil interes. Pe de altă parte, şi în legătură directă

cu acest punct, contrar naturii acestor rezultate, șablonul și tipul de raționare implicată pentru a le obține sunt chiar standard, complet similare practicii matematice curente. Deşi proprietățile obiectelor „contradictorii" se pot studia într-un cadrul paraconsistent, nu înseamnă că „totul este posibil". Pur şi simplu nu se poate dovedi despre obiecte orice se doreşte. Chiar dacă sunt contradictorii, aceste obiecte, după cum este cazul, *nu* sunt triviale. La fel ca în cazul celor standard studiate în cadrul ramurilor clasice ale matematicii, acest tip de obiecte are aceeaşi independență de gândurile şi dorințele noastre: unele proprietăți se susțin, iar altele nu.

Astfel, din punct de vedere metodologic, o matematică paraconsistentă nu este în nici un fel amenințătoare sau, cel mult, este la fel de înfricoşătoare pe cât poate fi o matematică clasică; iar din perspectivă euristică se obțin unele rezultate interesante. Ce putem spera mai mult de la un cadru matematic? (Aceasta este evident o întrebare retorică; dar pentru aceia care au luat-o în serios, menționăm din nou că până şi în cazul problemei aplicării, un astfel de cadru progresează destul de bine, în particular în cazul inteligenței artificiale şi mai general în ceea ce priveşte părțile inconsistente de informație.)

Mai mult, cu o logică paraconsistentă putem formula definiții şi putem raționa în prezența contradicțiilor, fără a le elimina (cum este cazul folosirii logicilor clasice pentru sistematizarea mulțimilor de credințe consistente asupra unui domeniu). Putem prezenta aici o analogie cu geometria: introducerea elementelor improprii (Desargues, Poncelet, ...), sau a elementelor imaginare ori ideale (Poncelet, Plücker, Klein, ...) în geometrie nu ridică nici o dificultate intrinsecă dezvoltării ei; şi acest lucru se petrece chiar dacă intuițiile spațiului comun nu se mai susțin.

Oricum, în loc să argumentăm aceste puncte în termeni *a priori*, şi în loc să prezentăm unele detalii viitoare despre ele, vom privi un caz particular, concret, relevant pentru scopurile noastre, formulând şi întemeind unele rezultate asupra unui celebru „obiect contradictoriu": mulțimea lui Russell. În subcapitolul 4.2, al acestui capitol, va fi construită o algebră booleană paraconsistentă şi, în final, în subcapitolul 4.3 al acestui capitol vom prezenta pe scurt o analiză semantică a logicii paraconsistente.

4.1. Mulțimea lui Russell şi paraconsistența

Vom lucra în interiorul teoriei paraconsistente a mulțimilor, ale cărei detalii nu le prezentăm (unele dintre aceste detalii, cum sunt acelea ce privesc restricțiile ce sunt incluse în schema separației, pot fi găsite în da Costa, 1964 şi da Costa, 1986; v., de asemenea, da Costa, Béziau şi Bueno, 1998). Este suficient să notăm că, în cadrul teoriei paraconsistente a mulțimilor, există mulțimi cum este cea al lui Russell, mulțimea putere (mulțimea tuturor submulțimilor unei mulțimi date) şi mulțimea unitate a altei mulțimi; mai mult, se susțin regulile logicii intuiționiste sau pozitiv clasice la fel ca şi principiul terțului exclus. La fel ca în cazul logicii clasice, există o infinitate de teorii paraconsistente ale mulțimilor; în unele dintre ele e.g., două mulțimi nu pot fi simultan egale şi diferite, dar în altele da. Mai mult, în unele dintre aceste teorii putem deriva paradoxurile Burali-Forti şi

al lui Cantor (v. da Costa, Béziau şi Bueno, 1998; pentru detalii privind matematicile paraconsistente, v. e.g., da Costa, 1999; Mortensen, 1995 şi da Costa, Bueno şi Volkov, 1999).

Definiția 1 (Mulțimea lui Russell)

$$R = \{x: x \notin x\}$$

Teorema 1

$$R \in R \wedge R \notin R.$$

Demonstrație. Avem dată definiția lui R, $x \in R \leftrightarrow x \notin x$. Deci, înlocuim x cu R: $R \in R \leftrightarrow R \notin R$. Oricum, dacă $R \in R$, urmează că $R \notin R$, şi dacă $R \notin R$ atunci $R \in R$. Prin urmare, conform terțului exclus, $R \notin R$. Similar se poate demonstra că $R \in R$.

Teorema 2

$$y \in \{x\} \leftrightarrow y = x.$$

Demonstrație. Este o consecința imediată a definiției lui $\{x\}$.

Teorema 3

$$x \in R \rightarrow \{x\} \in R.$$

Demonstrație. Fie cazurile: $\{x\} \notin \{x\}$ şi $\{x\} \in \{x\}$. În primul caz, $\{x\} \in R$, prin definiția lui R. În al doilea caz, $\{x\} = x$ şi, dată fiind ipoteza, $\{x\} \in R$.

Teorema 4

$$x, y \in R \rightarrow \{x, y\} \in R.$$

Demonstrație. Avem fie cazul $\{x, y\} \notin \{x, y\}$, fie cazul $\{x, y\} \in \{x, y\}$. În prima ipoteză, $\{x, y\} \in R$. În a doua, urmează fie $\{x, y\} = x$, fie $\{x, y\} = y$, şi, încă odată având ipoteza, rezultă $\{x, y\} \in R$.

Teorema 5

$$\{\{x, R\}\} \in R.$$

Demonstrație. Într-adevăr, fie $\{\{x, R\}\} \in \{\{x, R\}\}$, fie $\{\{x, R\}\} \notin \{\{x, R\}\}$. În al doilea caz este evident că $\{\{x, R\}\} \in R$. În primul caz, conform teoremei 2,

urmează că $\{\{x, R\}\} = \{x, R\}$ şi astfel, $x = R = \{x, R\}$; prin urmare, $x = R$, şi dat fiind că $R \in R$, conform teoremei 4, $\{x, R\} \in R$. În consecință, conform teoremei 3, $\{\{x, R\}\} \in R$.

Teorema 6 (Arruda şi Bates, 1982)

$$\cup R = V, \text{ unde } V = \{x: x = x\}.$$

Demonstrație. Este suficient să dovedim, pentru orice x, că $x \in \cup R$. Presupunem (1) $\{x, R\} \notin \{x, R\}$; deci, $\{x, R\} \in R$ şi, prin definiția reuniunii, $x \in \cup R$. Pe de altă parte, dacă (2) $\{x, R\} \in \{x, R\}$, atunci fie $\{x, R\} = x$, fie $\{x, R\} = R$. Dacă $\{x, R\} = R$, urmează că $x \in \cup R$. Dacă $\{x, R\} = x$, avem $\{\{x, R\}\} = \{x\}$, şi dat fiind că $\{\{x, R\} \in R$ (teorema 5), urmează că $\{x\} \in R$; şi în conformitate, $x \in \cup R$.

Observație. Deci, o teorie a mulțimilor împreună cu mulțimea lui Russell are în general o clasă universală. (O teorie clasică a mulțimilor de tipul ZF cu o clasă universală a fost dezvoltată în Church (1974); în da Costa (1986) a fost extinsă la o teorie paraconsistentă a mulțimilor.)

Definiția 2. $\wp(x)$ denotă mulțimea putere al lui x.

Teorema 7 (Arruda)

$$\ldots \subset \wp(\wp(R)) \subset \wp(R) \subset R$$

Demonstrație. Dacă $x \in \wp(R)$, $x \subset R$. Acum, fie $x \notin x$, fie $x \notin x$. Dacă $x \notin x$, $x \in R$; dacă $x \in x$, dat fiind că $x \subset R$, urmează că $x \in R$. Deci, $\wp(R) \subset R$

Mai mult, dacă $x \in \wp(\wp(R))$, atunci $x \subset \wp(R)$, şi din rezultatul precedent, $x \subset R$; deci, $x \in \wp(R)$. Astfel, $\wp(\wp(R)) \subset \wp(R) \subset R$. Această demonstrație se poate completa uşor.

Rezultatele adiționale privind R sunt următoarele:

Teorema 8

$$\varnothing \in R, \{\varnothing\} \in R, \{\{\varnothing\}\} \in R, \ldots$$

Teorema 9

$$\exists x\,(x \notin R).$$

Teorema 10

$$x, y \in R \rightarrow \langle x, y \rangle \in R.$$

Teorema 11

$$x \subset R \rightarrow x \in R.$$

Teorema 12

$$R \times R \subset R.$$

Dată fiind teorema 5, se poate demonstra că R este, după cum a şi fost, un „model intern“ al teoriei mulțimilor în care lucrăm. Mai mult, dat fiind că $\cup R = V$, urmează că existența lui R implică existența unor mulțimi infinite.

Proprietățile lui R nu sunt în nici un fel arbitrare. Astfel, nu se poate dovedi orice în ceea ce priveşte R, fără a dovedi totodată că unele teorii clasice ale mulțimilor sunt inconsistente (v. da Costa, 1986 şi, de asemenea, da Costa, 1964).

Pe lângă R, nu este dificilă introducerea în studiu a relațiilor lui Russell:

$$<x_1, x_2, ..., x_n> \in R_{n,i} \leftrightarrow <x_1, x_2, ..., x_n> \in x_i.$$

Se dovedeşte uşor că:

Teorema 13

$$R_{n,i} \in R_{n,i} \wedge R_{n,i} \notin R_{n,i}.$$

Teorema 14

$$V \times V \times ... \times V = \cup R_{n,i},$$

unde produsul din stânga are n termeni.

Este clar că $R_{1,1}$ este R, unde obținem $<x> = x$.

4.2. O algebră booleană paraconsistentă

În cadrul diverselor teorii paraconsistente ale mulțimilor de un anumit tip, se poate aprecia intuitiv o mulțime ca o pereche ordonată de mulțimi, în sensul clasic, ce sunt parte a unui univers-mulțime V. Astfel, o mulțime X este perechea $<X_1, X_2>$, unde

(1) $x \in X$ dacă şi numai dacă $x \in X_1$;

(2) $x \notin X$ dacă şi numai dacă $x \in X_2$;

(3) $x \in X$ şi $x \notin X$ este echivalent cu $x \in X_1$ şi $x \in X_2$.

Dat fiind că principiul terţului exclus este menţinut în unele teorii paraconsistente ale mulţimilor trebuie ca $X_1 \cup X_2 = V$. Dacă $X_1 \cap X_2 = \varnothing$, se obţine o mulţime *clasică*.

Să privim colecţia de mulţimi construită pe V, care va fi notată prin $\mathcal{V}$. Un element din $\mathcal{V}$ se numeşte *mulţime paraconsistentă* sau p-mulţime. În ceea ce urmează vom schiţa o algebră a p-mulţimilor $\mathcal{V}$. Vom presupune că p-mulţimile aparţin teoriei clasice a mulţimilor, de exemplu ZF.

Definiţia 1 (*Reuniunea*)
Dacă

$$X = <X_1, X_2> \text{ şi } Y = <Y_1, Y_2>,$$

atunci

$$X \cup Y = <X_1 \cup Y_1, X_2 \cap Y_2>.$$

Definiţia 2. Notăm prin „1" perechea $<V, \varnothing>$ şi prin „0" perechea $<\varnothing, V>$.

Teorema 1. Toate identităţile următoare se susţin:

$$X \cup X = X;$$

$$X \cup Y = Y \cup X;$$

$$(X \cup Y) \cup Z = X \cup (Y \cup Z);$$

$$1 \cup X = 1;$$

$$0 \cup X = X.$$

Definiţia 3 (*Intersectarea*)
Dacă

$$X = <X_1, X_2> \text{ şi } Y = <Y_1, Y_2>,$$

atunci

$$X \cap Y = <X_1 \cap Y_1, X_2 \cup Y_2>.$$

Teorema 2. Identităţile următoare sunt proprietăţi ale intersectării:

$$X \cap X = X;$$

$$X \cap Y = Y \cap X;$$

$$(X \cap Y) \cap Z = Z \cap (Y \cap Z);$$

$$1 \cap X = X;$$

$$0 \cap X = 0.$$

Definiția 4 (*Complementul*)
Dacă

$$X = \langle X_1, X_2 \rangle,$$

atunci

$$X' = \langle X_2, X_1 \rangle.$$

Definiția 5 (*Incluziunea*)
Dacă

$$X = \langle X_1, X_2 \rangle \text{ şi } Y = \langle Y_1, Y_2 \rangle,$$

atunci

$$X \subset Y \text{ implică } X_1 \subset Y_1 \text{ şi } Y_2 \subset X_2.$$

Teorema 3. Se susțin următoarele identități:

$$X'' = X;$$

$$1' = 0;$$

$$0' = 1;$$

$$X \cup X' \subset 1$$

$$0 \subset X \cap X'.$$

Teorema 4. Acestea sunt unele proprietăți ale incluziunii:

$$X \subset X;$$

$$\text{Dacă } X \subset Y \text{ şi } Y \subset X, \text{ atunci } X = Y;$$

$$\text{Dacă } X \subset Y \text{ şi } Y \subset Z, \text{ atunci } X \subset Z;$$

$$0 \subset X;$$

$$X \subset X \cup X';$$

$$X \cap X' \subset X;$$

$$X \subset 1.$$

Definiția 6. Structura

$$P = \langle V, \cap, \cup, ', 0, 1 \rangle$$

se numeşte *algebră booleană paraconsistentă.*

Prin angajarea acestei structuri se pot formaliza câteva şabloane paraconsistente de raționare, aşa cum este cazul algebrei booleene clasice unde se pot pune în termeni algebrici diferitele inferențe clasice. Mai mult, se poate verifica dacă mecanismul logicii paraconsistente, avut în vedere aici, nu exclude logica clasică, dar o extinde într-un anumit sens; deşi, dintr-un alt punct de vedere, el poate fi inclus în structurile logicii tradiționale. Desigur, aceste observații sunt valabile pentru categorii particulare de structuri paraconsistente; oricum, ele sunt de o mare importanță pentru întemeierea faptului că atât logica paraconsistentă, cât şi matematica paraconsistentă, atât cât le înțelegem, nu distrug nici logica tradițională şi nici matematica standard, ci doar le completează şi, în unele cazuri, le extind.

Structura algebrei booleene paraconsistente este în mod evident mai bogată decât cea clasică. Astfel, de exemplu, se pot introduce doi operatori, α_1 şi α_2, aşa încât, dat fiind p-mulțimea X, $\alpha_1(X) = X_1$ şi $\alpha_2(X) = X_2$, unde X_1 şi X_2 fac parte dintr-o altă algebră booleană, algebra clasică a submulțimilor lui $\mathcal{V}$ etc.

Când structura P, în definiția 6, este astfel încât, pentru orice $X = \langle X_1, X_2 \rangle$, se petrece $X_1 \cap X_2 = \varnothing$ se obține o algebră booleană ce în esență este algebra obişnuită a submulțimilor lui $\mathcal{V}$.

În acest fel, se poate construi o teorie generală a structurilor paraconsistente (algebrice, topologice, de ordine etc.) obținând astfel o generalizare a teoriei tradiționale a structurilor, cum este Bourbaki (cf. Bourbaki, 1968). Mai mult, structurile paraconsistente, cum sunt cele descrise în această secțiune, au fost aplicate în mai multe domenii, cum sunt ştiințele principiilor şi folosirii calculatoarelor, inteligența artificială şi programarea logică (v. e.g. Subrahmanian, 1992). Acestea aduc o puternică motivație studiului lor.

4.3. Analiza semantică a unei logici paraconsistente

Nu este dificil de elaborat o logică paraconsistentă cu cuantificatori monadici (extensia la cazul poliadic nu reprezintă o provocare serioasă) cu o semantică bazată pe teoria mulțimilor Zermelo-Fraenkel (ZF). Construcția este similară cazului teoriei fuzzy a mulțimilor care este, de obicei, construită în cadrul ZF.

Logica construită aici o vom numi M. Limbajul său este acela al calculului cuantificațional uniform monadic clasic (există o singură variabilă x individuală), cu constante individuale, dar fără identitate. Simbolurile predicative sunt notate prin majuscule latine, iar constantele individuale prin minuscule latine.

O structură pentru M este o structură semantică de următorul tip:

$$S = \langle V', P', Q', R', ..., a', b', c', ... \rangle,$$

unde V, universul structurii, este o mulțime non-vidă, $P' = \langle P_1, P_2 \rangle$, $P_1 \subset V$, $P_2 \subset V$ şi $P_1 \cup P_2 = V$; $Q' = \langle Q_1, Q_2 \rangle$, $Q_1 < V$, $Q_2 < V$ şi $Q_1 \cup Q_2 = V$ etc., şi a', b', c', ... sunt elemente ale lui V. De exemplu, P' este un predicat (paraconsistent); dacă un element

$k \in V$, astfel încât $k \in P_1$, k satisface P; dacă $k \in P_2$, atunci k nu satisface P. Este evident că dacă k aparține simultan lui P_1 şi lui P_2, k satisface şi nu satisface P.

O interpretare a lui M în S îi corelează fiecărui simbol predicativ din M un predicat paraconsistent din S şi fiecărei constante individuale câte un element a', b', c', ..., după cum este şi normal. Diagrama limbajului $M(S)$ se defineşte în manieră standard şi orice interpretare poate fi extinsă tuturor numelor introduse (în sensul lui Shoenfield; v. Shoenfield, 1967).

Să definim acum o evaluare asociată unei interpretări. Pentru acest lucru vom expune câteva notații.

Dată fiind formula F, vom nota prin F^* formula obținută din F în următorul mod: (*a*) eliminare $\rightarrow$ şi $\leftrightarrow$ prin definițiile uzuale, fie în termeni de $\neg$ şi $\vee$, fie $\neg$ şi $\wedge$; (*b*) fiecare negație este transportată „părții interne“ a formulei, astfel încât afectează doar subformulele atomice sau negațiile acestor subformule din F.

Dacă I este o interpretare a lui M în S, v_1, sau doar v, este evaluarea asociată. Se poate defini astfel, unde F este o propoziție din $M(S)$:

(1) $v(F) = v(F^*)$;

(2) $v(G \vee H) = 1 \Leftrightarrow v(G) = 1$ sau $v(H) = 1$;

(3) $v(G \wedge H) = 1 \Leftrightarrow v(G) = v(H) = 1$;

(4) $v(\neg^{2n+1} P(k) = v(\neg P(k))$;

(5) $v(\neg^{2n} P(k)) = v(P(k))$;

(6) $v(P(k)) = 1 \Leftrightarrow k \in P_1$;

(7) $v(P(k)) = 0 \Leftrightarrow k \notin P_1$;

(8) $v(\neg P(k)) = 1 \Leftrightarrow k \in P_2$;

(9) $v(\neg P(k)) = 0 \Leftrightarrow k \notin P_2$;

(10) $v(\forall x\, G(x)) = 1 \Leftrightarrow v(G(k)) = 1$, pentru orice nume sau constantă k;

(11) $v(\forall x\, G(x)) = 0 \Leftrightarrow v(G(k)) = 1$, pentru orice nume sau constantă k;

(12) „$v(\exists x\, G(x)) = 1$“ este definită în modul uzual;

(13) „$v(\exists x\, G(x)) = 1$“ este, de asemenea, definită în modul uzual.

Este clar că în această definiție se presupune că elementul k denotă un nume sau o constantă individuală, că I îl atribuie pe P lui P' etc.

Astfel, se defineşte în M: $\vDash_M F$ dacă, pentru orice interpretare I şi evaluare v_I, $v_I(F) = 1$.

Fiind dată o formulă F^*, prin $F^{*\circ}$, se denotă următoarea formulă: se înlocuieşte în F^* fiecare ocurență a lui P cu P_1 (noul simbol predicativ) şi $\neg P$ cu P_2 (noul simbol predicativ, altul decât P_1) etc. Deci, pentru orice simbol predicativ P din M, asociem două noi predicate P_1 şi P_2; pentru Q asociem Q_1 şi Q_2 etc.

Să adăugăm la M un nou simbol al implicației, $\supset$, caracterizat semantic prin condiția clasică: $v(G \supset H) = 1$ dacă şi numai dacă $v(G) = 0$ sau $v(H) = 1$. Mai mult, să mai adăugăm lui M noile simboluri predicative P_1 şi P_2, Q_1 şi Q_2, ..., admițând că în nici o formulă nu există ocurențe ale $\supset$ ce vizează negații. Atunci, o axiomatizare pentru M este următoarea:

(1) Un sistem de postulate pentru calculul uniform pozitiv clasic, relativ la $\supset$, $\wedge$, $\vee$, $\forall$ şi $\exists$.

(2) $P_1 \vee P_2$, $Q_1 \vee Q_2$, ...

(3) $F^{*\circ} / F$, pentru orice formulă în care nu există nici o ocurență a $\supset$.

Urmează că: $\vdash_M F \Leftrightarrow \vDash_M F$.

Enunțăm pe scurt câteva teoreme din M:

$$\vdash_M F \wedge F \rightarrow G$$

$$\vdash_M \neg (F \wedge \neg F)$$

$$\vdash_M F \vee (F \supset G)$$

$$\vdash_M \forall x \neg (Px \wedge \neg Px)$$

$$\vdash_M (F \vee \neg F)$$

$$\vdash_M \forall x (Px \vee \neg Px)$$

Oricum, regulile şi propozițiile de mai jos *nu* se susțin în M:

$$F, F \neg G / G$$

$$Pa \wedge \neg Pa \supset G$$

$$\neg (Pa \wedge \neg Pa)$$

Predicatele R, cum ar fi $R_1k \wedge R_2k$, nu sunt satisfăcute de nici un k în V şi sunt numite clasice. În acest caz $v(Ra \wedge \neg Ra) = 0$ pentru orice a în V, iar R are un comportament clasic.

Cum am prezentat deja, M reprezintă într-un punct de plecare, de exemplu, pentru dezvoltarea silogisticii paraconsistente – la fel cum este cea descrisă în secțiunea următoare. Mai mult, poate fi, de asemenea, angajată ca bază pentru o silogistică a cărei natură a fost schițată de N.A. Vasiliév, unul dintre predecesorii logicii paraconsistente. (Pentru o prezentare a perspectivei sale şi pentru referințe la lucrările sale, v. Arruda, 1984.)

5. Studiu de caz: silogismul şi paraconsistența

În această secțiune o aplicație a cadrului general furnizat de logica paraconsistentă va fi făcută la ceea ce este probabil cel mai vechi domeniu al logicii tradiționale: teoria silogismului. Principala sarcină este angajarea logicii paraconsistente în articularea acestei teorii şi examinarea validității inferențelor tradiționale.

După o scurtă trecere în revistă, în subcapitolul 5.1 al acestui capitol, a câtorva aspecte ale silogisticii clasice, în subcapitolul 5.2 al acestui capitol vom prezenta pe scurt câteva răspunsuri posibile la această problemă.

5.1. Silogistica clasică

În cadrul logicii tradiționale, ce ia naştere din diverse surse prin procese de modificare şi adaptare a ideilor lui Aristotel, silogismul categoric are un rol important. S-a dovedit că sistemul tradițional nu este coerent, iar aici îl vom interpreta într-una din manierele posibile.

Există patru tipuri de propoziții categorice ce alcătuiesc nucleul logicii tradiționale: (1) cele universal afirmative: (*A*) orice *a* este *b* (orice om este muritor); (2) cele particular afirmative: (*I*) unii *a* sunt *b* (unii oameni sunt muritori); (3) cele universal negative: (*E*) nici un *a* nu este *b* (nici un om nu este muritor); şi (4) cele particular negative: (*O*) unii *a* nu sunt *b* (unii oameni nu sunt muritori). În propozițiile *A*, *I*, *E*, *O*, *a* şi *b* sunt termeni, legați de copulă (verb); *a* este subiectul, iar *b* este predicatul. Urmând propunerea lui Łukasiewicz putem simboliza aceste propoziții astfel: *Aab*, *Iab*, *Eab* şi *Oab*. (Pentru interpretarea lui Aristotel de către Łukasiewicz, v. Łukasiewicz, 1971.) Presupunem că termenii ce apar în propoziții nu sunt vizi, adică, clasele asociate lor au elemente (aceasta pare a fi poziția lui Aristotel) şi, de asemenea, că astfel de clase nu sunt singulare, i.e., că nu au doar un singur membru (prin urmare nici un termen nu este nume propriu).

Urmând considerațiile standard vom interpreta propozițiile categorice din calculul predicativ monadic clasic de ordinul I în următoarea manieră:

Aab	$\forall x(a(x) \rightarrow b(x))$
Iab	$\exists x(a(x) \wedge b(x))$
Eab	$\forall x(a(x) \rightarrow \neg b(x))$
Oab	$\exists x(a(x) \wedge \neg b(x))$

Fiind dată această interpretare, putem examina mai multe părţi ale logicii tradiţionale determinând validitatea atât a formulelor cât şi a inferenţelor.

Având în vedere propoziţiile categorice, logica tradiţională se ocupă cu patru mari teme: (1) pătratul opoziţiilor; (2) teoria conversiunii; (3) inferenţele imediate; şi (4) teoria silogismului categoric. Le vom prezenta pe scurt pe fiecare.

Opoziţia. După cum se ştie, deşi această figură nu se găseşte în lucrările lui Aristotel, propoziţiile *A*, *I*, *E* şi *O* sunt ordonate pe vârfurile unui pătrat, unde *A* şi *O*, *E* şi *I* sunt numite contradictorii, *A* şi *E* contrare etc. De exemplu, se poate arăta că două propoziţii contradictorii nu sunt ambele adevărate şi nici ambele false (una este negarea celeilalte) etc.

Conversiunea. Conversiunea constă în schimbarea fie a poziţiei termenilor dintr-o propoziţie categorică, fie a cantităţii (faptul de a fi universală sau particulară), fie a calităţii (afirmativă sau negativă), fie a naturii termenilor ei (din pozitivi, de exemplu, *animal*, în negativi, *non-animal*, şi viceversa). Sunt trei tipuri fundamentale de conversiune: cea simplă, cea bazată pe accident şi obversiunea*; prin combinarea lor rezultă noi tipuri de conversiune. Logicianul se ocupă în principal cu determinarea validităţii unor astfel de operaţii: când din propoziţii adevărate derivă alte propoziţii adevărate. De exemplu, făcând apel la conversiunea prin accident se poate conchide că „Unele animale sunt oameni" din propoziţia „Orice om este animal". Pentru a exprima obversiunea prin calcul predicativ monadic, presupunem că pentru orice predicat $p(x)$ există un corelat $p'(x)$, astfel încât $\forall x(\neg p(x) \leftrightarrow p'(x))$.

Inferenţe imediate. Acest tip de inferenţe au doar o premisă. Teoriile opoziţiei şi conversiunii aduc criterii pentru testarea validităţii lor. Astfel, bazându-ne pe teoria conversiunii, din *Aab* putem conchide *Iba*, cum poate fi arătat în cadrul calculului predicativ monadic. Un alt exemplu este următorul: din *Aab* se poate conchide *Iab*, prin subordonare, o relaţie examinată în cadrul teoriei opoziţiilor şi o inferenţă validă în cadrul calculului monadic.

Silogismul categoric. Un silogism categoric, sau, pe scurt, un silogism, constă într-o inferenţă cu două premise şi o concluzie, ambele fiind propoziţii categorice. Se ştie că sunt 256 silogisme posibile, distribuite în patru figuri, fiecare

---

* **Notă**: Este neclar de ce autorii consideră obversiunea şi celelalte inferenţe imediate drept cazuri particulare ale conversiunii (*N.T.*).

dintre ele având moduri valide. În cazul nostru, avem șase moduri valide în fiecare figură, în total, 24 silogisme valide. În mod tradițional aceste silogisme au nume. Pentru prima figură: *Barbara*, *Celarent*, *Darii*, *Ferio*, *Barbari* și *Celaront*; pentru a doua figură: *Cesare*, *Camestres*, *Festino*, *Baroco*, *Cesaro* și *Camestrop*; a treia figură: *Darapti*, *Disamis*, *Datisi*, *Felapton*, *Bocardo* și *Ferison*; și a patra figură: *Bramantip*, *Camenes*, *Dimaris*, *Fesapo*, *Fresison* și *Camenop*. Vocalele și consoanele din aceste nume au anumite sensuri care nu sunt relevante pentru scopurile noastre aici. (Pentru mai multe detalii istorice asupra silogismului tradițional, cf. Kneale și Kneale, 1988, pp.23–112.)

5.2. Silogistica paraconsistentă

Similar silogisticii tradiționale care a fost interpretată prin calculul predicativ monadic, putem dezvolta o silogistică paraconsistentă. Ea se bazează, de exemplu, pe calculul monadic corespunzător logicii paraconsistente a predicatelor C_1^*. Pentru a ajunge acolo este suficient să transformăm propozițiile *A*, *I*, *E* și *O* în C_1^*: transformările sunt la fel, din punct de vedere formal, cu cele prezentate deja în ultima secțiune ce se bazează pe cadrul clasic.

Două observații scurte trebuie făcute în acest context: (1) Deducțiile pozitive valide în C_0^*, calculul predicativ clasic, sunt, de asemenea, valide și în C_1^*; adică, atunci când nu este implicată nici o negație explicită, deducțiile pozitive din C_0^* și cele din C_1^* sunt aceleași; (2) În C_1^* se pot găsi predicate „paraconsistente“ astfel că, de exemplu, există elemente ce satisfac predicatul și, în același timp, nu satisfac predicatul; i.e., pentru unele predicate *p* se susține:

$$\exists x\,(p(x) \wedge \neg\, p(x)).$$

Astfel, bazându-ne pe argumente mai degrabă similare celor găsite în cazul clasic, se poate verifica validitatea inferențelor și se pot schimba în conformitate teoriile opoziției, conversiunii, inferențelor imediate și silogismului. (Fiecare predicat din universul de discurs are trei părți: cea a elementelor ce-l satisfac, cea a elementelor ce nu-l satisfac și cea a elementelor care îl satisfac și nu-l satisfac. Simpla reprezentare grafică procură evidența pentru validitatea, sau pentru ne-validitatea anumitor inferențe și conversiuni.)

Bazându-ne pe o astfel de abordare se poate argumenta următorul rezultat. În logica paraconsistentă C_1^* toate modurile primei și celei de a treia figuri a silogismului sunt valide; din figura a doua nu este valid nici unul, iar din figura a patra doar modurile *Bramantip* și *Dimaris* sunt valide.

Merită menționat că C_1^* are o negație puternică, de manieră clasică, și dacă se adoptă o astfel de negație în interpretarea raționării silogistice, se obține teoria clasică.

Cum se știe, Łukasiewicz a axiomatizat teoria silogismului categoric bazată pe calculul propozițional clasic admițând anumite propoziții categorice drept axiome specifice, precum și câteva definiții adecvate. Bazându-se pe calculul propozițional paraconsistent, de exemplu, calculul C_1 (cf. da Costa, 1974), putem, de asemenea, formula o axiomatizare pentru silogistica paraconsistentă articulată în linii paralele celei deja menționate. În plus, notam că există mai multe extensii sau modificări a silogisticii lui Aristotel ce admit, de asemenea, versiuni paraconsistente, cum ar fi cele ale lui Hamilton, de Morgan și Gergone.

6. Observații finale

Din observațiile anterioare se pot trage câteva concluzii ce schițează perspectiva unică a logici paraconsistente și, în general, a logicii contemporane. Vom rezuma câteva, lăsând dezvoltarea lor unor lucrări viitoare.

(1) Logica paraconsistentă, ca opusă celei clasice, chiar dacă este o logică ce ne permite să examinăm proprietățile „obiectelor contradictorii", cum este mulțimea lui Russell, nu conduce la trivializare și, în plus, pur și simplu *nu* este cazul ca aceste obiecte să aibă orice trăsătură imaginabilă. Într-o oarecare măsură, ele se comportă la fel de normal ca un alt obiect clasic standard.

(2) Ceea ce am vrut să sugerăm aici este că logica paraconsistentă este neutră din punct de vedere filosofic, în același sens în care este neutră și matematica. Cea din urmă, la fel ca și prima, nu poate justifica prin ea însăși vreo poziție metafizică sau, în general, „speculativă". (Nu mai trebuie menționat că, oricum, logica și matematica la fel ca și activitățile logicienilor și matematicienilor pot fi interpretate filosofic.)

(3) În această privință vrem să accentuăm că *nu se poate* dovedi că interpretările filosofice „speculative" ale logicii paraconsistente *nu pot fi adevărate* (deși poate fi, de asemenea, dificil de a dovedi că sunt adevărate). Interpretarea noastră, nu mai puțin, nefiind implicată în astfel de abordări „speculative" pare a fi mai acceptabilă din punct de vedere filosofic.

(4) Odată făcută distincția între logica pură și cea aplicată, pare normal să susținem că ultima nu este limitată exclusiv la considerente *a priori*, ci depinde de trăsăturile particulare ale domeniului în care este aplicată (sau de modul propozițional de reprezentare). După cum susține von Neumann:

> Ideea de bază este că sistemul logic ce este folosit trebuie derivat din experiențe acumulate, relative la principala aplicație pe care vrem să o facem – logica trebuie să se inspire din experiență. (von Neumann, 1937, p. 2)

Bibliografie

[1] ARRUDA, A.I. – *A Survey of Paraconsistent Logic*, în Arruda, Chuaqui, și da Costa (eds.) (1980), pp. 1–41, 1980.

[2] ARRUDA, A.I. – „N.A. Vasiliév: A Forerunner of Paraconsistent Logic", *Philosophia Naturalis* 21, pp. 472–491, 1984.

[3] ARRUDA, A.I., BATENS, D. – „Russell's Sec versus the Universal Set in Paraconsistent Set Theories", *Logique et Analyse* 25, pp. 121–136, 1982.

[4] ARRUDA, A., CHUAQUI, R., ȘI DA COSTA, N.C.A. (eds.) – *Mathematical Logic in Latin America*, Amsterdam, North-Holland, 1980.

[5] BATENS, A., ș.a. (eds.) – *Proceedings of the World Congress of Paraconsistency*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1999.

[6] BELTRAMETTI, E., VAN FRAASSEN, B.C. (eds.) – *Current Issues in Quantum Logic*, New York, Plenum Press, 1981.

[7] BLAIR, H.A., SUBRAHMANIAN, V.S. – „Paraconsistent Logic Programing". *Proc. 7th Intl. Canf. on Foundations of Software Technology and Theoretical Computer Science.* Lecture Notes in Computer Science, vol. 310, Berlin, Springer-Verlag, pp. 340–360, 1987.

[8] BLAIR, H.A., SUBRAHMANIAN, V.S. – „Paraconsistent Foundations for Logic Programming", *The Journal of Non-Classical Logic 5*, pp.45–73, 1988.

[9] BOURBAKI, N. – *Theory of Sets*, Boston, Mass., Addison-Wesley, 1968.

[10] BROWDER, F.E. (eds.) – *Mathematical Developments Arising from Hilbert Problems* (Proceedings of the Symposium in Pure Mathematics, *XXVIII*), Providence, American Mathematical Society, 1974.

[11] CHURCH, A. – *Set Theory with a Universal Set*, in Henkin (ed.) (1974), pp. 297–308, 1974.

[12] DA COSTA, N.C.A. – „Sur un Systeme Inconsistant de la Theorie des Ensembles", *Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l'Academie des Sciences*, Paris, 258, pp. 3144–3147, 1964.

[13] DA COSTA, N.C.A. – „On the Theory of Inconsistent Formal Systems", *Notre Dame Journal of Formal Logic* 15, pp. 497–510, 1974.

[14] DA COSTA, N.C.A. – „On Paraconsistent Set Theory", *Logique et Analyse* 115, pp. 361–371, 1986.

[15] DA COSTA, N.C.A. – „Paraconsistent Mathematics"; forthcoming in Batens ș.a. (eds.) [1999], 1999.

[16] DA COSTA, N.C.A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. – „Aspects of Paraconsistent Logic", *Bulletin of the Interest Group in Pure and. Applied Logics* 3, pp.597–614, 1995a.

[17] DA COSTA, N.C.A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. – „Paraconsistent Logic in a Historical Perspective", *Logique et Analyse* 150, pp. 151–152, 111–125, 1956.

[18] DA COSTA, N.C.A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. – *Elements of Paraconsistent Set Theory* [in Portuguese], Campinas, Colecao CLE, 1998.

[19] DA COSTA, N.C.A., BUENO, O. – „Consistency, Paraconsistency and Truth (Logic, the Whole Logic and Nothing but the Logic)", *Ideasy Valorei* 100, pp. 48–60, 1996.

[20] DA COSTA, N.C.A., BUENO, O., BÉZIAU, J.-Y. – „What is Semantics? A Brief Note on a Huge Question", *Sorites-Electronic Quarterly of Analytical Philosophy* 3, pp. 43–47, 1995.

[21] DA COSTA, N.C.A., BUENO, O., VOLKOV, A. – *Outline of a Paraconsistent Category Theory*, University of Sao Paulo, California State University and University of Parana, 1999.

[22] DALLA CHIARA, M.L., GIUNTINI, R. – „Paraconsistent Quantum Logics", *Foundations of Physics* 19, pp. 891–904, 1989.

[23] D'OTTAVIANO, I. – „On the Development of Paraconsistent Logic and da Costa's Work", *The Journal of Non-Classical Logic* 7, pp. 89–152, 1990.

[24] HEISENBERG, W. – *Physics and Philosophy*, London, Allen & Unwih, 1958.

[25] HENKIN, L. (eds.) – *Proceedings of the Tarski Symposium*, Providence, American Mathematical Society, 1974.

[26] HILBERT, D. – *The Foundations of Mathematics*. English translation of the original 1927 German paper reprinted in van Heijenoort (eds.) (1967), pp. 464–479, 1927.

[27] KIFER, M., SUBRAHMANIAN, V.S. – „Theory of Generalized Annoted Logic Programming and its Applications", *Journal of Logic Programming* 12, pp. 335–367, 1992.

[28] KNEALE, W., KNEALE, M. – *The Development of Logic*, Oxford, Clarendon Press. First published in 1962, 1988.
[29] KOCHEN, S., SPECKER, E. – „The Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics", *Journal of Mathematics and Mechanics* 17, pp. 59–87, 1967.
[30] LUKASIEWICZ, J. – „On the Principle of Contradiction in Aristotle", *Review of Metaphysics* 24, pp. 485–509, 1971.
[31] MANIN, YU.I. – *Problems of Present Day Mathematics – Foundations*, in Browder (eds.) (1974), 1974.
[32] MANIN, YU.I. – *A Course in Mathematical Logic*, New York, Springer-Verlag, 1977.
[33] MORTENSEN, C. – *Inconsistent Mathematics*, Dordrecht, Kluwer, 1995.
[34] SCHRODINGER, E. – *Science and Humanism*, Cambridge, Cambridge University Press, 1952.
[35] SHOENFIELD, J.R. – *Mathematical Logic*, Reading, Mass., Addison-Wesley Publishing Company, 1967.
[36] SUBRAHMANIAN, V.S. – „On the Semantics of Quantitative Logic Programs", *Proc. 4th IEEE Symp. on Logic Programing*, San Francisco, Computer Society Press, pp. 173–182, 1987.
[37] TAKEUTI, G. – *Quantum Set Theory*, în Beltrametti și van Fraassen (eds.) (1981), 1981a.
[38] TAKEUTI, G. – *Two Applications of Logic to Mathematics*, Princeton, Princeton University Press, 198lb.
[39] VAN HEIJENOORT, J. (eds.) – *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1967.
[40] VON NEUMANN, J. – *On Alternative Systems of Logics*, manuscris nepublicat, von Neumann Archives, Library of Congress, Washington, D.C., 1937.
[41] WEYL, H. – *Philosophy of Mathematics and Natural Science*, New York, Atheneum, 1963.

Mulțumiri

Dorim să-i mulțumim lui Steven French pentru comentariile asupra unei versiuni anterioare a acestei lucrări. De asemenea, datorăm mulțumiri celor doi cititori anonimi pentru folositoarele lor sugestii.



Sistemele logicii paraconsistente[1]

Graham PRIEST

Richard ROUTLEY

1. Paraconsistența: caracterizare și motivare

Fie $\vDash$ o relație de consecință logică. Relația $\vDash$ poate fi definită fie semantic, fie teoretic[2], fie în alte feluri. Din punct de vedere semantic, $\Sigma \vDash A$ are loc dacă și numai dacă toate formulele din Σ sunt adevărate într-o evaluare oarecare, iar A este și ea adevărată. Teoretic, $\Sigma \vDash A$ are loc dacă și numai dacă, pentru o anumită mulțime de reguli, există o derivare a lui A, ale cărei premise se găsesc, toate, în Σ. $\vDash$ este *explozivă* dacă și numai dacă pentru orice A și B, $\{A, \sim A\} \vDash B$. Ea este *paraconsistentă,* dacă și numai dacă nu este explozivă. O logică este *paraconsistentă* dacă și numai dacă relația sa de consecință logică este de acest fel. Dacă o logică este definită în termenii unei mulțimi de teze, ea poate avea mai multe relații de consecință asociate. De exemplu, $\{A_1 \ldots A_n\} \vDash B$, dacă și numai dacă $\vdash (A_1 \wedge \ldots \wedge A_n) \rightarrow B$ sau $\vdash (A_1 \rightarrow (\ldots \rightarrow A_n \rightarrow B) \ldots$ sau $A_1, \ldots, A_n \rightarrow B$ (ultima reprezentând relația de conservare a teoremei sau inferența slăbită). În acest caz toate relațiile de consecință asociate ar trebui să fie paraconsistente.

Fie Σ un sistem de propoziții (*statements*). Σ este *inconsistent,* dacă și numai dacă, pentru anumiți A, $\{A, \sim A\} \subseteq \Sigma$. Σ este *trivial* dacă și numai dacă pentru oricare B, $B \in \Sigma$. Ceea ce este important de spus despre logica paraconsistentă este că ea oferă baza pentru teoriile inconsistente dar non-triviale. Cu alte cuvinte, există sisteme de propoziții legate prin consecință logică, ce sunt inconsistente dar non-triviale. Acest lucru este uneori considerat ca o definiție

[1] G. Priest, R. Routley, *Systems of Paraconsistent Logic*, în G. Priest, R. Routley, J. Norman (eds.), în *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag, München, 1989. **Traducere de Claudiu Mesaroş** (*N.T.*).

[2] Se mai spune „sintactic“ (*N.T.*).

alternativă a „paraconsistenţei" şi, deoarece consecinţa logică este tranzitivă, ea este echivalentă cu definiţia originară. Ideea este aceasta: dacă Σ este o teorie inconsistentă dar non-trivială atunci, evident, relaţia de consecinţă este paraconsistentă. În mod convers, să presupunem că $\{A, \sim A\} \nvdash B$. Fie Σ închiderea (*closure*) tranzitivă pentru $\{A, \sim A\}$ prin consecinţă logică. Atunci Σ este inconsistentă, dar $B \notin \Sigma$. Datorită echivalenţei, orice teorie inconsistentă dar non-trivială poate fi numită *paraconsistentă;* în aceeaşi situaţie se află orice situare teoretică a cărei închidere deductivă oferă o teorie paraconsistentă.

Care ar fi motivaţia interesului pentru logica paraconsistentă? Printre multe altele, există o motivaţie ce provine din teoria demonstraţiei şi o motivaţie semantică.

1.1. Motivaţia teoriei demonstraţiei

Această motivaţie pleacă de la faptul că există teorii interesante *T* care sunt inconsistente dar non-triviale. Evident, logica subiacentă a unor asemenea teorii trebuie să fie paraconsistentă, de unde decurge nevoia studierii logicii paraconsistente. Este uşor să dăm exemple de teorii inconsistente dar non-triviale, după cum se va vedea în cele ce urmează. Un prim exemplu, ce va apărea iar şi iar, este teoria naivă a mulţimilor, acea teorie a mulţimilor bazată pe schema de axiome a abstracţiei complete, $\exists y \forall x (x \in y \leftrightarrow A)$. Aceasta, împreună cu extensionalitatea, caracterizează concepţia intuitivă despre mulţimi. Teoria este inconsistentă deoarece generează paradoxurile teoriei mulţimilor (de exemplu, dacă R este mulţimea Russell, definită ca $\{x: \sim x \in x\}$, argumentele paradoxale standard arată că $R \in$ R şi $\sim R \in$ R). Totuşi este non-trivială deoarece există multe poziţii despre mulţimi pe care noţiunea intuitivă le respinge pe bună dreptate (de exemplu, că $\{\Lambda\} \in \Lambda$, unde Λ este mulţimea vidă). Un exemplu asemănător şi la fel de important este semantica naivă, teoria adevărului bazată pe schema *T* completă, $Tr \ulcorner A \urcorner \leftrightarrow A$. Aceasta caracterizează concepţia intuitivă a adevărului. Ea este inconsistentă deoarece generează paradoxurile semantice (de exemplu, paradoxurile mincinosului). Totuşi, este non-trivială deoarece există multe opinii despre adevăr pe care noţiunea naivă le respinge (de exemplu, că

$$Tr \ulcorner A \vee B \urcorner \leftrightarrow Tr \ulcorner A \urcorner Tr \ulcorner B \urcorner).$$

Alte teorii inconsistente dar non-triviale provin din istoria ştiinţei. Să luăm, de exemplu, versiunea Newton-Leibniz a calculului integral şi infinitezimal. Să ne concentrăm asupra versiunii leibniziene. Aceasta era inconsistentă deoarece avea nevoie de diviziunea prin infinitezimale. Deci, dacă α este orice infinitezimal, $\alpha \neq 0$. Totuşi ea cerea ca infinitezimalele şi produsele lor să fie neglijate în valoarea finală a derivatei. Astfel, $\alpha = 0$ (cum a indicat Berkeley în critica sa asupra calculului)[3]. Cu

[3] Berkeley, 1734. Mai multe detalii despre poveste pot fi găsite în Boyer, 1949.

toate acestea, calculul era cu certitudine non-trivial. Nici Newton, nici Leibniz şi nici Bernoulli, Euler, şi aşa mai departe, nu ar fi acceptat că

$$\int_0^1 x\, dx = \pi$$

Un al exemplu, foarte interesant, de teorie inconsistentă dar non-trivială, din istoria ştiinţelor, este teoria atomului a lui Bohr[4]. În acord cu aceasta, un electron se poate mişca pe orbita nucleului unui atom fără să radieze energie. Dar, în acord cu ecuaţia lui Maxwell, care făcea parte integrantă din teoria lui Bohr despre activitatea atomului, un electron accelerat, cum este cel aflat pe orbită, trebuie să genereze energie. Şi cu toate acestea, teoria lui Bohr era non-trivială. Dacă cineva i-ar fi sugerat lui Bohr că din teoria sa se înţelege că electronii se mişcă pe orbite pătrate, ar fost întâmpinat, pe bună dreptate, cu o reacţie aspră. Multe alte exemple de teorii inconsistente, dar non-triviale din istoria ştiinţelor, s-ar mai putea da[5]. S-ar putea argumenta cu un real succes că întregul corp al ştiinţei, la orice moment dat, este o asemenea teorie[6]. Aceste două exemple sunt însă suficiente pentru scopul nostru, unul pur ilustrativ.

Un al treilea grup de exemple de teorii inconsistente dar non-triviale cuprinde anumite sisteme de informaţii care nu reprezintă teorii decât într-un sens limitat. Ceea ce justifică totuşi includerea lor aici este faptul că din infomaţii se fac, destul de des, inferenţe. În mod ideal, ele pot fi considerate ca fiind sisteme de teorii deductiv închise. Se pot da multe exemple aici, după cum urmează[7].

Printre cele mai interesante exemple nefilosofice se numără anumite corpuri legislative cum sunt sistemele de drept şi constituţiile. Următorul exemplu este unul ipotetic, dar el funcţionează perfect. Constituţia unei anumite ţări poate conţine următoarele clauze:

(a) „Nici o persoană de sex feminin nu are dreptul de a vota“,

şi

(b) „Toţi deţinătorii de proprietăţi au dreptul de a vota“.

Putem, de asemenea, presupune că legea comună stipulează că femeile nu pot deţine proprietăţi. În timp, luminile emancipării aduc schimbări şi acea parte a legii se modifică, permiţând femeilor să deţină proprietăţi. Inevitabil, în cele din urmă, o femeie, să o numim Jan, se va duce la cabina de vot pretinzând dreptul respectiv. Rezultă un caz problematic ce arată că legea este inconsistentă. În acord cu legea, Jan are şi nu are dreptul de a vota. Dar în acelaşi timp legea nu este trivială. Dacă totuşi cineva ar pretinde dreptul de vot pentru pisica sa, în acord cu

[4] Lakatos, 1970, paragraful 3, capitolul 2.

[5] v. de exemplu, Feyerabend, 1978, capitolul IV.

[6] Priest, 1980.

[7] *Introducerile* la părţile III şi IV ale acestui volum (*trimiterile de acest fel se fac la volumul original, din care a fost tradus acest articol – N.T.*)

(a) şi (b), nu ar ajunge prea departe. Există exemple istorice reale, mult mai complexe şi deci mult mai controversabile, de situații legislative inconsistente. Două exemple reale sunt cazurile Riggs *versus* Palmer şi Proclamația de Emancipare a lui Lincoln. În primul caz, dreptul legal de moştenire a fost contrazis de principiul legal conform căruia nimeni nu poate dobândi o proprietate prin crimă: cel decedat fusese de fapt ucis de către binefăcător. În al doilea caz, eliberarea sclavilor fără compensație, sclavii fiind fără îndoială proprietate legală, a contrazis Al Cincilea Amendament, care spune că proprietatea nu poate fi luată fără o compensație justă[8].

Alte exemple de informații inconsistente din care se trag inferențe includ: datele prezentate juraților într-un tribunal; informația introdusă într-un computer; sistemele de credințe ale unei persoane[9]. În fiecare din aceste cazuri inconsistența informației poate fi vădită, deşi, de fiecare dată, din aceste informații se efectuează inferențe. Totuşi, este indiscutabil că nimeni nu este liber să conchidă orice din aceste informații, după bunul său plac. Este deci stabilit că există teorii inconsistente dar non-triviale.

2.2. Motivația semantică

O a doua motivație a interesului pentru logica paraconsistentă este faptul că există contradicții adevărate, altfel spus, există enunțuri adevărate de tipul *A* şi ~ *A*. Din această cauză, unele inferențe de forma *A*, ~ *A* / *B* nu pot fi considerate ca păstrătoare de adevăr (*truth-preserving*), şi cu atât mai puțin valide, din moment ce unele enunțuri sunt neadevărate. Prin urmare, logica este paraconsistentă.

Nu este dificil să găsim exemple de astfel de contradicții adevărate. Sub influența paradoxurilor lui Zenon, Hegel a crezut că un obiect în mişcare realizează o contradicție: un obiect în mişcare este şi nu este în acelaşi timp într-un anumit loc[10]. Oricum, este indiscutabil că validitatea argumentelor lui Zenon este îndoielnică[11]. Putem spune, prin urmare, că aceste exemple dialectice de contradicții adevărate nu sunt cu totul plauzibile. Exemple mult mai plauzibile de contradicții adevărate pot fi însă oferite de paradoxurile logice. Sunt exemple de argumente din teoria mulțimilor şi semantică, ce par a fi argumente perfect valabile dar cu concluzii contradictorii. Dacă lucrurile stau cu adevărat aşa, atunci cu siguranță concluziile contradictorii sunt adevărate. Cei care îşi propun să nege această concluzie trebuie să arate că argumentele paradoxurilor nu sunt de fapt valabile. Această situație ridică problema locului în care trebuie identificată

---

[8] Pentru Riggs şi Palmer, v. 115 N.Y. 506, 22 N.E 188, 1889 şi Dworkin, 1977, p. 23. Despre Proclamația de Emancipare, v. Hook, 1962, p. 28. Secțiunea în care se face această observație conține o discuție a altor câteva inconsistențe din Declarația Americană a Drepturilor Omului.

[9] Pentru multe exemple de sisteme de credințe inconsistente, v. R. şi V. Routley, 1975. Pentru elaborarea exemplului cu computerul, v. N. D. Belnap Jr., 1977.

[10] Hegel, 1812, vol. I, cartea 2, § C.

[11] v. Capitolul II, p. 77f unde pot fi găsite alte discuții asupra lui Hegel şi Zenon (*indicația se referă la volumul original – N.T.*)

nevaliditatea. Este o măsură a indecidabilității locului nevalidității faptul că nu există încă nici un consens asupra acestei localizări, (cum este cazul cu paradoxurile lui Zenon), chiar și la vreo 2000 de ani după descoperirea paradoxurilor logice.

Dar cum se poate ca o contradicție să fie adevărată? Foarte simplu. Să considerăm următorul exemplu de propoziție:

(c) Aceasta este o propoziție falsă în limba română[12]

Propoziția are două componente, un subiect („aceasta“) și un predicat („este o propoziție falsă în limba română“). Fiecare dintre cele două componente are anumite condiții semantice. Astfel, condiția semantică pentru „aceasta“ este referința sa la un anumit obiect, în acest caz chiar (c) însuși. Condiția semantică a predicatului este că se aplică în mod adevărat, la o anumită clasă de obiecte, anume propozițiile false în limba română. Bineînțeles, (c) este contradictorie. Cu alte cuvinte, condițiile semantice ale componentelor lui (c) *supradetermină* valoarea sa de adevăr. O determină să fie atât adevărată, cât și falsă. Evident, se poate afirma, în mod dogmatic, că acest lucru nu este corect, că am fixat greșit condițiile semantice ale componentelor sau ceva de felul acesta. Dar aceasta înseamnă a ridica consistența la condiția unei constrângeri semantice inviolabile; or, de ce am presupune așa ceva? Condițiile semantice nu sunt ceva lăsat de Dumnezeu și nici măcar de vreun Hilbert care să le fi descântat pentru consistență înainte de a le da drumul în lume. Ele au crescut, bucată cu bucată, într-un mod arbitrar. Ar fi chiar miraculos ca ele *să fie* consistente. Condițiile semantice pot fi considerate ca determinând un câmp de sens. Supradeterminarea condițiilor de adevăr produce singularități și discontinuități ale câmpului. Dar ele sunt de așteptat și nu interferă în nici un fel cu restul câmpului. Bineînțeles aceasta este doar o metaforă, dar ne poate ajuta să spargem o prejudecată.

Odată depășite aceste blocaje mentale legate de consistență, putem găsi și alte exemple plauzibile de contradicții adevărate. De exemplu, în corpul legislativ ipotetic descris anterior, se pare că „Jan are dreptul legal de vot“ și „Jan nu are dreptul legal de vot“ sunt ambele adevărate. Un exemplu mai controversat[13] privește aplicarea termenilor multicriteriali. De pildă, pentru a determina dacă o expresie de genul „sub 0 grade Celsius“ se aplică în mod corect la o anumită situație, putem observa fie comportamentul unui termometru cu alcool, fie comportamentul unui termometru termo-electric, dacă oricare dintre ele funcționează corect. Ele funcționează pe principii foarte diferite și nici unul nu este mai fundamental decât celălalt pentru determinarea sau pentru înțelegerea temperaturii. Un anume comportament al oricăruia dintre aceste două instrumente oferă condiții suficiente pentru aplicarea corectă sau pentru negarea termenului „sub 0 grade Celsius“, și, ambele, au șanse egale să determine un sens operațional al expresiei. În mod normal, lumea este în așa fel încât aceste două criterii stau sau cad numai

---

[12] În original: „*This is a false sentence of English*“. (*N.T.*)

[13] Acest exemplu este dezvoltat mai mult în introducerea la partea a patra, unde sunt date alte două exemple plauzibile de contradicții adevărate, cum ar fi cele puse de anumite obiecte imposibile din teoria obiectelor a lui Meinong.

împreună. Totuşi, într-o anume situație ele se diferențiază. Într-o asemenea situație atât aserțiunea că fraza se aplică, cât şi aserțiunea că negația ei se aplică, sunt adevărate. Prin simetrie, nici una din cele două variante nu este mai adevărată decât cealaltă, deci, ori ambele sunt adevărate, ori ambele sunt false. A presupune că ambele sunt false ar însemna în primul rând să negăm caracterul lor de criterii. Deci ambele trebuie să fie adevărate. Un exemplu istoric de particularizare în acest fel a criteriilor este experimentul Michaelson-Morley. Pe baza măsurătorilor barei rigide, „Brațele interferometrului Michaelson-Morley sunt congruente" este un enunț adevărat. Dar pe baza măsurătorilor timpului consumat de razele de lumină, „Brațele interferometrului Michaelson-Morley nu sunt congruente" este adevărat[14].

Există în mod clar o relație între motivațiile teoretică şi semantică pentru paraconistență. Dacă raționamentul semantic este corect, atunci şi cel teoretic este corect. Căci, dacă *S* este mulțimea lucrurilor adevărate într-un domeniu oarecare ce conține contradicții adevărate, atunci *S* este o teorie inconsistentă dar non-trivială. Oricum, este posibilă acceptarea motivației teoretice chiar fără acceptarea celei semantice, mai puternice. Căci se poate susține că există teorii inconsistente dar non-triviale care sunt interesante, au aplicații importante, proprietăți folositoare, şi aşa mai departe, fără acceptarea adevărului lor. Instrumentaliştii şi formaliştii nu ar avea, evident, nici o problemă în acceptarea unei asemenea teme, deşi ar putea la fel de bine să aibă dificultăți în deosebirea clară a poziției dialectice mai puternice față de poziția slabă, mai pragmatică[15]. Dacă fiecare dintre poziții se poate susține pe alte temeiuri, este o altă problemă, pe care o vom analiza în detalii în cele ce urmează. Într-adevăr, unele dintre problemele ridicate până aici vor putea fi detaliate din punct de vedere filosofic în introducerile următoare. Discuția de până aici este menită a indica doar câteva dintre motivațiile interesului pentru paraconsistență.

2. Abordări ale teoriei logice paraconsistente. Taxonomia sistemică inițială a logicii paraconsistente. Formule de gradul zero

După ce am arătat că logica paraconsistentă este bine motivată, ar trebui acum să specificăm o teorie logică paraconsistentă. Un lucru este cât se poate de clar, anume, că logica clasică cu două valori este inutilizabilă: ea este explozivă dar nu este paraconsistentă. Din aceeaşi cauză, nici extensiile ei, cum ar fi logica modală, nu sunt de folos. Nici logica intuiționistă, cu extensiile ei, căci şi acestea sunt explozive, în virtutea principiilor de extindere ca $A \rightarrow .\sim A \rightarrow B$ şi $A \wedge \sim A \rightarrow B$. Multe alte logici mai puțin cunoscute (dar nu mai puțin semnificative) sunt în aceeaşi situație de a nu îndeplini condițiile paraconsistenței, fiind în consecință inadecvate logic pentru a se acomoda cu anumite teorii şi poziții

[14] Pentru mai multe discuții, v. Priest, 1980.

[15] Acesta este unul din *multiplele* motive de suspiciune față de asemenea poziții.

ştiinţifice sau filosofice importante. Printre ele se numără diferitele logici conective sau larg relevante (de exemplu, sistemele ce satisfac anumite principii ce leagă antecedentul de consecvent), în particular logica conectivă ce validează silogismul disjunctiv, $A \wedge (\sim A \wedge B) \rightarrow B$, reţinând anumite forme reziduale ale regulii tranzitivităţii. Reprezentative sunt logicile conceptiviste cum ar fi sistemele Parry şi logica conectivistă[16]. Mai mult, alte logici tehnic paraconsistente, cum este logica minimală, nu sunt *paraconsistent interesante* deoarece, deşi evită dezastrul trivializării teoriilor inconsistente, au acelaşi efect pentru o clasă întreagă de enunţuri sintactic determinată. De exemplu, logica minimală ar trebui să susţină, în orice teorie inconsistentă, toate enunţurile de forma $\sim B$ în virtutea principiului său de răspândire $A \rightarrow .\sim A \rightarrow \sim B$.

În afară de aceste date negative, sunt prea puţine lucruri clare. Cum ar trebui să arate o teorie logică paraconsistentă? Există trei răspunsuri, destul de bine elaborate, la această întrebare. Ceea ce urmează va fi, în mare, o încercare de a explica aceste trei abordări şi de a stabili, pe cât posibil, care este abordarea cea mai viabilă. Deşi nu se pretinde că acestea sunt singurele abordări, o abordare fundamental diferită de ele şi bine motivată în acelaşi timp este dificil de imaginat, din următoarele motive: orice logică adecvată – adecvată pentru relaţia de bază a deducţiei – va conţine un conector de implicaţie, $\rightarrow$, conformă cu *modus ponens,* de exemplu: $A, A \rightarrow B / B$. De unde urmează că orice logică paraconsistentă adecvată va trebui să rupă paradoxurile negative ale implicaţiei, ca $\sim A \rightarrow .A \rightarrow B$, şi există foarte multe strategii generale pentru aceasta, compatibile cu paraconsistenţa. O primă distincţie este cea dintre abordările care nu sparg paradoxurile pozitive corespunzătoare, cum ar fi $A \rightarrow .B \rightarrow A$ şi deci sunt în mod caracteristic obligate să sacrifice părţi din teoria negaţiei, în particular contrapoziţia, iar, pe de altă parte, abordările care, de asemenea, apără paradoxurile pozitive. Abordările de primul tip, numite *plus-pozitive,* pot, precum intuiţionismul, să se folosească la maximum de logica pozitivă a lui Hilbert (sau de extensii ale ei), în timp ce abordările de al doilea tip, putând păstra teoria negaţiei intactă, trebuie să adopte o logică pozitivă mai puţin extravagantă, fie un tip oarecare de logică modală, fie o logică pozitivă relevantă. Abordarea modală nu poate fi chiar cea obişnuită – deşi condiţiile de substituire modale pot fi păstrate, justificând folosirea termenului

---

[16] Detalii ale acestor logici, precum şi dovezi pentru faptul că ele nu îndeplinesc condiţiile de paraconsistenţă, sunt date în capitolul 2 din R Routley ş.a. (1982). v., în special, p. 93 şi p. 101. Logicile conexive devin paraconsistente deoarece admit inferenţa $\{A, \sim A\} \models B$. Ideea, argumentată sintactic (p. 93), poate fi reargumentată semantic, după cum urmează: deoarece în logicile conexive A şi $\sim A$ se anulează reciproc, A şi $\sim A$ nu vor fi niciodată designate împreună, iar $A \wedge \sim A$ este întotdeauna non-designată. Astfel, atât $\{A, \sim A\} \models B$, cât şi $\{A \wedge \sim A\} \models B$ se susţin (pe motive de conservare a designaţiei), iar logicile conexive nu sunt paraconsistente. Separat faţă de acest lucru, logicile conexive ar fi inutilizabile pentru scopuri dialectice. Căci, după cum a procedat şi Wittgenstein (v. discuţia din introducerea la partea întâi a cărţii), contradicţia se opune lucrurilor, eliminând astfel multe raţionamente legitime. Argumentul cum că logica lui Parry şi altele la fel (de exemplu, sistemul lui Zinoviev) nu pot fi paraconsistente, formulat, de asemenea, sintactic (p. 101), poate fi, de asemenea, reformulat semantic. Căci, în semantica dată până acum pentru aceste sisteme, A şi $\sim A$ nu sunt niciodată designate împreună, iar $A \wedge \sim A$ nu este designat.

„modal“[17] – deoarece cerințele de paraconsistență ar fi violate de următoarea trecere prin conjuncție:

(1) $B \wedge \sim B \rightarrow B$, din simplificare, $A \wedge B \rightarrow A$, o teză modală.

(2) $A \wedge \sim A \leftrightarrow .B \wedge \sim B$, din moment ce $A \wedge \sim A$ și $B \wedge \sim B$ nu diferă, de exemplu, în condițiile de adevăr, în orice lumi modale (adică posibile și complete), unde $C \leftrightarrow D$ este $(C \leftrightarrow D) \wedge (D \leftrightarrow C)$

(3) $A \wedge \sim A \rightarrow B$, din 1 și 3 prin condițiile de substituire (modale).

(4) $\{C,D\} \vDash C \wedge D$ adică adjuncția, o regulă modală obișnuită.

(5) $\{A, \sim A\} \vDash B$, din 3 și 4.

Ceva trebuie să rezulte, iar ceea ce a rezultat a și trebuit să rezulte, în abordarea modală, anume adjuncția, rezultând astfel abordarea *non-adjunctivă* a paraconsistenței. Căci pentru a abandona echivalența (2) însoțind substitutivitatea, ar însemna a abandona abordarea modală, în favoarea unei abordări relevante, în timp ce respingerea lui (1) ar însemna opțiunea pentru conectivism care, din moment ce blochează inferența din inconsistență, nu este deloc înrudit cu paraconsistența (cum am arătat deja), și în orice caz conduce din nou la o abordare *larg relevantă* sau conexională.

Cele trei abordări principale sunt, respectiv, abordarea non-adjunctivă, abordarea plus-pozitivă (a lui da Costa) și abordarea (larg) relevantă. Vom investiga aceste tipuri de sisteme prin intermediul semanticilor lor proprii deoarece acestea oferă, în opinia noastră, cea mai clară înțelegere a puterii și slăbiciunii abordărilor. Măsura în care logica paraconsistentă diferă de logica clasică este dată mai ales de nivelul propozițional. Prin urmare, discuția noastră se va concentra în primul rând asupra nivelului de ordin zero. Cuantificatorii și alte instrumente de ordin zero pot fi adăugate într-o manieră evidentă și directă tuturor sistemelor considerate. Oricum, la nivelul de ordin zero este util și relevant să separăm fragmentul de grad zero de restul celorlalte. Fragmentul de grad zero al acestor sisteme privește numai conectorii funcționali de adevăr, $\wedge$, $\vee$, $\sim$, și câteva dintre dezacordurile teoretice importante între abordări apar deja la acest nivel. Gradele mai înalte privesc comportamentul arătat al implicației, $\rightarrow$, probleme de care este cel mai bine să ne ocupăm separat. În consecință, vom începe discuția la nivelul de grad zero și vom păstra problemele implicaționale pentru secțiunea următoare.

[17] v. de exemplu, abordarea asupra logicii modale în *RLR*, capitolul 1, de care depinde argumentul din text.

2.1. Sisteme non-disjunctive: sistemul lui Jaśkowski

Abordarea non-disjunctivă a fost inițiată de către Jaśkowski[18] (v. Studiu introductiv). Această direcție a fost dezvoltată mai departe din punct de vedere formal de către da Costa şi câțiva colaboratori[19], pentru ca, recent, să reapară în discuție, într-o formă uşor deghizată, în opera lui Rescher şi Brandom[20]. Ideea de bază este următoarea: un (segment de) discurs poate fi produs de către diferiți participanți. Fiecare contribuie la discurs prin producerea unei informații presupuse a fi autoconsistentă, dar care poate contrazice informația celorlalți. (Poate că un exemplu reprezentativ ar fi cel al informației prezentate unui juriu la tribunal; un alt exemplu este cel al datelor din diferite surse introduse într-un computer). Lucrurile care se susțin (sau sunt adevărate) în discurs sunt cele spuse de către un participant[21]. Cum poate fi formalizată această abordare? Putem presupune că fiecare participant are o poziție. Aceasta este povestea pe care el/ea intenționează să o spună, setul de lucruri în care crede etc., şi, dacă este autoconsistentă, ea poate fi identificată cu setul de lucruri adevărate într-o evaluare propozițională clasică, sau o lume posibilă din logica modală standard. Discursul reprezintă suma pozițiilor participanților. De unde, lucrurile care se susțin în discurs sunt lucrurile care se susțin în oricare dintre lumile reprezentate de către pozițiile participanților. Prin urmare, fie $\mathcal{M}$ un model de lume posibilă din logica modală. Să spunem S_5, pentru precizie. (Diferitele logici modale vor da naştere la diferite logici paraconsistente; vom interveni atunci când diferențele devin semnificative). Definiția „A se susține în lumea w ($w \vDash A$)“ este una obişnuită. Vom defini „A se susține discursiv în $\mathcal{M}$($\mathcal{M} \vDash_{df} A$) după cum urmează:

$$\mathcal{M} \vDash_{df} A, \text{ dacă şi numai dacă pentru o lume } w \text{ în } \mathcal{M}, w \vDash A. \qquad (\alpha)$$

Vom putea acum defini validitatea logică discursivă şi consecința logică discursivă într-un fel evident:

$$\vDash_{df} A, \text{ dacă şi numai dacă pentru oricare } \mathcal{M}, \mathcal{M} \vDash_{df} A$$

$$\Sigma \vDash_{df} A \text{ dacă şi numai dacă pentru oricare } \mathcal{M}, \text{ fie } \exists B \in \Sigma\ \mathcal{M} \nvDash_{df} B, \text{ ori } \mathcal{M} \vDash_{df} A.$$

Este evident că lucrurile care sunt valide logic discursiv sunt exact lucrurile care sunt valide S5. În particular, o formulă A adevărată funcțional, de grad zero, este validă logic discursiv dacă şi numai dacă ea este o tautologie cu două valori. Prin contrast, relația de deductibilitate nu este una clasică. Căci, în mod clar, $\{A, \sim A\} \nvDash_{df} B$. Un contramodel este uşor de specificat; el nu face decât să reflecte imaginea discursului cu *input*-uri contradictorii.

[18] Jaśkowski, 1948.

[19] v. de pildă da Costa şi Dubikajtis, 1968; Kotas şi da Costa, 1978.

[20] Rescher şi Bradnom, 1980. O formă mai sofisticată poate fi găsită în Scotch şi Jennings, 1987. Majoritatea criticilor noastre se aplică şi acolo.

[21] Ideea poate fi identificată până şi la jaini. Ea reapare în gândirea clasică greacă (v. cap.1).

Dar, deşi motivaţia pentru logica paraconsistentă discursivă este clară şi inteligibilă, având rădăcini istorice sănătoase, există îndoieli grave privind adecvarea sa la motivaţia de bază a paraconsistenţei. Căci o logică discursivă incipientă nu este adjunctivă. Este uşor de observat că $\{A \wedge B\} \vDash_{df} A$. Oricum, este la fel de uşor vizibil că $\{A, B\} \nvDash_{df} A \wedge B$. Aceasta înseamnă că conjuncţia are un comportament non-standart, ceea ce nu înseamnă că, în sine, aceasta ar fi o problemă dificilă. În orice logică paraconsistentă există *ceva* cu comportament non-standard (adică non-clasic). Oricum, în acest caz particular se aruncă o îndoială asupra faptului dacă conjuncţia *este cu adevărat* o conjuncţie în logica discursivă. Căci conjuncţia este acel conector care are următoarele condiţii de adevăr: $\ulcorner A \wedge B \urcorner$ este adevărat (într-o lume) dacă şi numai dacă A este adevărat şi B este adevărat (în acea lume). Deci ceva care neagă adjuncţia nu mai este o conjuncţie. Bineînţeles, nu există nici o obiecţie particulară împotriva existenţei operatorului non-standard „$\wedge$ " cu condiţii de adevăr curioase şi deci semnificaţie ciudată. Dar există o critică serioasă că „$\wedge$ " nu are condiţii de adevăr recursive, adică, este imposibil de găsit o condiţie ψ astfel încât

$\mathcal{M} \vDash_{df} A \wedge B$, dacă şi numai dacă ψ ($\mathcal{M} \vDash_{df} A$, $\mathcal{M} \vDash_{df} B$)[22].

O observaţie şi mai importantă este aceea că nu există nici o obiecţie împotriva existenţei unei conjuncţii genuine în sistem. Poate că, atunci, logica discursivă suferă de o omisiune? Să presupunem că adăugăm o conjuncţie genuină la limbaj cu următoarele condiţii

$\mathcal{M} \vDash_{df} A + B$, dacă şi numai dacă $\mathcal{M} \vDash_{df} A$ şi $\mathcal{M} \vDash_{df} B$ (β)

Problema este în acest moment dată de felul în care putem defini condiţiile de adevăr ale funcţiilor de adevăr ale propoziţiilor de forma $A + B$. Există două posibilităţi.

Prima este să putem găsi anumite formule care ţin de limbajul modal neargumentat, cu doi parametri propoziţionali, cu care + poate fi identificat. Condiţia (α) oferă condiţiile de adevăr ale formulelor în mod direct. Această abordare a fost adoptată de către da Costa, care defineşte conjuncţia discursivă folosind functorul de posibilitate M astfel:

$$A \wedge_{df} B = \mathrm{M}A \wedge B$$[23].

---

[22] De ce semantica non-recursivă este nesatisfăcătoare filosofic se explică mai jos. Adevărul enunţului se vede imediat din faptul că putem avea $\mathcal{M} \vDash_{df} B$ şi $\mathcal{M} \vDash_{df} C$ în timp ce $\mathcal{M} \vDash_{df} A \wedge B$ dar $\mathcal{M} \nvDash_{df} A \wedge C$. Astfel, nu există o asemenea condiţie ψ în metalimbajul set-teoretic standard (extensional) al logicii modale.

[23] v. de exemplu, da Costa şi Dubikajtis, 1968.

Se poate vedea foarte repede că această conjuncţie discursivă satisface condiţia (β), cel puţin în S5. De fapt lipsa simetriei dintre A şi B în definiţia lui $\wedge_{df}$ este neplăcută şi face ca definiţia să pară una plutitoare. Ar fi mai clar dacă am defini

$$A + B = \mathrm{M}A \wedge \mathrm{M}B \qquad (\gamma)$$

Condiţia (β) este încă satisfăcută.

Problemele acestei abordări ale conjuncţiei sunt de două feluri. mai întâi, este complet opac de ce un functor modal ca M trebuie să-şi bage nasul în sensul conjuncţiei extensionale ordinare. Dacă (β) fixează extensiunea lui +, (γ) fixează sensul. Ceea ce face clară ideea că + nu este o conjuncţie ordinară, chiar dacă are extensiunea potrivită.

În al doilea rând, această abordare a conjuncţiei distruge cu totul relaţiile normale dintre conjuncţie, disjuncţie şi negaţie. De exemplu, nimic din ceea ce urmează nu se susţine:

$$\{\sim A\} \models_{df} \sim (A + B);$$

$$\{\sim A + \sim B\} \models_{df} \sim (A \vee B);$$

$$\{\sim A \vee \sim B\} \models_{df} \sim (A + B).$$

Aceasta reprezintă puţin mai mult decât consecinţele faptului că un functor modal a încurcat lucrurile în conjuncţie. Trebuie spus din nou că anumite relaţii logice clasice vor trebui să devină paraconsistente. Oricum, această distrugere a relaţiilor menite să funcţioneze între conjuncţie, negaţie şi disjuncţie este un avertisment împotriva conjuncţiei discursive. Acest lucru este adevărat cu precădere atunci când există şi alte opţiuni (cum este cea relevantă) care conservă virtual toate aceste relaţii.

Cealaltă posibilitate este să refuzăm identificarea lui $A + B$ cu orice alt functor propoziţional din limbajul neargumentat, dar să dăm condiţiile de adevăr ale compuşilor propoziţiilor + în felul obişnuit, de exemplu

$$\mathcal{M} \models_{df} \sim (A + B), \text{ dacă şi numai dacă } \mathcal{M} \not\models_{df} A + B$$

şi, în mod similar, pentru conjuncţie şi disjuncţie. Acest lucru conservă toate relaţiile clasice dintre conjuncţie, disjuncţie şi negaţie. Apar însă alte probleme. În particular, se reinstanţiază o formă foarte generală de non-paraconsistenţă. Putem vedea uşor că

$$\{A + B, \sim (A + B)\} \models_{df} C$$

şi, ca un caz special,

$$\{A + A, \sim (A + A)\} \models_{df} C.$$

Este mai dificil să discernem existența unei relații între premise și concluzie, dar este oricum o situație mai bună decât oribila *ex falso quodlibet*. Dacă un participant la discuție ar spune „Plouă și plouă“, iar *celălalt* ar spune „Nu, nu este cazul“, întreaga situație ar exploda într-un mod anti-intuitiv. Nimeni nu poate accepta această opțiune, dacă ia în *serios* paraconsistența.

Cea de a doua obiecție la abordarea discursivă a logicii paraconsistente este mult mai serioasă decât prima. Ea privește relația de consecință logică, relație care este (cum se potrivește unei logici paraconsistente!) prea puternică și prea slabă în același timp.

Mai întâi, este prea puternică. Se vede ușor că $\{A\} \vDash_{df} B$ dacă și numai dacă B este o consecință clasică cu două valori a lui A. Aceasta înseamnă că logica discursivă este numai pe jumătate paraconsistentă, căci totul rezultă în mod discursiv dintr-o contradicție conjugată: $\{A \wedge {\sim} A\} \vDash_{df} B$. Ceea ce protejează logica discursivă de căderea în non-paraconsistență este tocmai comportamentul non-standard al conjuncției. Pentru că validitatea discursivă bazată pe o singură premisă coincide cu validitatea clasică, logica discursivă nu se potrivește deloc cu logica subiacentă a unora din cele mai importante teorii inconsistente[24]. De exemplu, în mod clasic, $\{\exists y\, \forall x\, (x \in y \leftrightarrow x \notin x)\} \vDash \exists y\, (y \in y \wedge y \notin y)$, și $\exists y\, (y \in y \wedge y \notin y) \vDash B$. Deci, dacă Σ este mulțimea de instanțe ale schemei de abstracție a teoriei mulțimilor, atunci $\Sigma \vDash_{df} B$. Astfel, logica paraconsistentă discursivă este total nepotrivită, ca și logica subiacentă a teoriei naive a mulțimilor. Similar, este la fel de nepotrivită ca și logica subiacentă a semanticii naive.

Rescher și Brandom încearcă să evite această dificultate[25] sugerând că instanțele schemei abstracției care dau naștere la probleme care trebuie să fie împărțite în două jumătăți. Astfel instanța care generează paradoxul lui Russell devine o pereche ce cuprinde $\forall x\, (x \in R \rightarrow x \notin x)$ și $\forall x\, (x \notin x \rightarrow x \in R)$. Teoria mulțimilor este atunci împărțită în două teorii esențial diferite, dintre care una o conține pe prima, iar cealaltă pe a doua dintre jumătăți. Fiecare dintre aceste două teorii se susține într-o lume posibilă diferită.

De fapt, această strategie are numai aparența paraconsistenței. În esență ea nu este decât o poziție clasică revizionistă. Căci, curățarea unei teorii inconsistente până la obținerea unor subteorii consistente este un joc[26] pe care teoreticienii clasici ai mulțimilor l-au jucat timp de optzeci de ani. Clasicii sunt foarte satisfăcuți cu ambele din cele două fragmente ale teoriei mulțimilor prezentate mai sus. Deci, această linie nu ia în serios prima motivație a teoriilor inconsistente (ca fiind opuse fragmentelor consistente ale teoriilor inconsis-

---

[24] Provocarea este una serioasă din moment ce aceasta este una din motivațiile fundamentale ale paraconsistenței, alături de cea citată de Jaśkowski, 1948, p. 143 ff.

[25] Rescher și Brandom, 1980, cap. 10. O propunere similară, ce slăbește drastic teoria mulțimilor, fusese investigată mai devreme de Gilmore, 1973, în teoria sa parțială a mulțimilor.

[26] Rămâne un joc important, care, cu ajutorul teoriei paraconsistenței, poate fi abordat într-o manieră absolut sistematică pentru prima dată. Pentru a fi partiționată, teoria poate fi acum formalizată non-trivial.

tente). Tot ceea ce Rescher şi Brandom adaugă la poziţia clasică este insistenţa asupra adevărului ambelor fragmente. Oricum, clasicul va înţelege acest lucru ca însemnând „adevărat într-o anumită lume posibilă“ şi nu va exista nici un dezacord. Nici discursivistul nu va putea obiecta la adresa înţelesului clasic. Căci acesta este, în cele din urmă, punctul în care ajunge şi propria sa înţelegere asupra adevărului paraconsistent.

Cealaltă parte a obiecţiei la adresa consecinţei logice discursive acuză slăbiciunea sa. Mai exact, fie Σ un set nenul de formule de gradul zero şi fie A o formulă de gradul zero. Atunci, dacă $\Sigma \vDash_{df} A$, există un oarecare $B \in \Sigma$ astfel încât $\{B\} \vDash_{df} A$. Pentru vizualizare, să presupunem, prin *reductio,* că nu există nici un $B \in \Sigma$ astfel încât $\{B\} \vDash_{df} A$. Pentru orice B vom putea găşi un model $\mathcal{M}_B$ astfel încât, relativ la o lume oarecare w în $\mathcal{M}_B$, B este adevărat în w, în timp ce, pentru nici o lume w, A nu este adevărat în w. Fie $\mathcal{M}$ colecţia tuturor lumilor în fiecare $\mathcal{M}_B$. Atunci $\mathcal{M}$ este un contramodel pentru $\Sigma \vDash_{df} A$.

Prin urmare nu există ceva numit inferenţă discursivă validă cu mai multe premise![27] Ceea ce arată că, în calitate de logică destinată realizării inferenţelor în situaţiile reale de viaţă, logica discursivă este inutilă. (Acest lucru este important deoarece una dintre principalele motivaţii ale paraconsistenţei este aceea că concluziile utile trebuiau să fie extrase din datele inconsistente reale, cum ar fi legi, evidenţe judiciare etc. Logica paraconsistentă ar trebui să fie, cum spune Jaśkowski, „destul de bogată pentru a permite inferenţa practică“)[28]. Nu există premise care să poată fi combinate pentru a trage concluzii. Ne putem închipui că fiecare participant la discuţie ar oferi câte un enunţ lung, conjugat. Ori, chiar prin motivaţie, contribuţia fiecărui participant nu trebuie să fie considerată ca fiind conjugată. Urmarea unui discurs este nici mai mult nici mai puţin decât urmarea contribuţiei fiecărui participant în parte. (Din enunţul martorului A, cum că Jones era în cameră, şi din enunţul martorului B, cum că nu mai era nimeni în cameră, judecătorul nu poate infera că Jones era singura persoană aflată în cameră!). Ceea ce arată că logica discursivă nu este cu totul acceptabilă nici măcar în acord cu propria sa *raţiune de a fi,* anume extragerea inferenţelor raţionale din datele inconsistente provenite din diverse surse. Or, ambele abordări ale paraconsistenţei pe care le vom lua în discuţie sunt mai adecvate acestui scop.

Putem sintetiza simplu discuţia anterioară. Logica discursivă poate avea fie o singură premisă, fie mai multe. În primul caz este una clasică. În al doilea caz ea nu este de fapt o logică. În nici unul dintre cazuri însă ea nu este potrivită pentru investigarea teoriilor inconsistente. Problema principală a abordării discursive este că ea nu ia în serios cea de a doua motivaţie, cea dialectică (că există contradicţii adevărate). Contradicţiile pot fi „adevărate“, dar aceasta se reduce pentru ele la „adevărat în lumi posibile diferite“. Mai mult, fiecare lume posibilă este consistentă, pe gustul clasicilor: abordarea este mult prea modală pentru a se putea

---

[27] Abordarea lui Jennings şi Scotch evită această dificultate.

[28] Jaśkowski, 1948, p. 145.

adecva în mod satisfăcător la inconsistență[29]. Pentru toate aceste motive, abordarea modală non-adjunctivă a paraconsistenței trebuie să fie abandonată.

2.2. Sistemele plus-pozitive: sistemele principale ale lui da Costa

Studiul cel mai detaliat al sistemelor plus-pozitive a fost inițiat (cum am văzut deja) de către da Costa, care a propus o familie de logici paraconsistente, C_i, unde $1 \leq i \leq \omega$[30]. Sistemele diferă în anumite detalii, dar împărtășesc aceeași motivație semantică de bază. De fapt, sistemele axiomatice au fost primele, semantica fiind ulterioară[31]. Dar semantica este calea cea mai relevantă către abordarea lui da Costa, așa încât ne vom concentra asupra ei, în particular asupra semanticii sistemului C_ω.

Spre deosebire de logica discursivă, da Costa ia în serios ideea că există contradicții adevărate, pe care le formalizează în felul următor. Dat fiind un limbaj propozițional, o *evaluare da Costa* este o funcție v care dă fiecărei formule valoarea 1 (adevărat) sau 0 (fals), satisfăcând următoarele condiții:

(1) $v(A \wedge B) = 1$, dacă și numai dacă $v(A) = 1$ și $v(B) = 1$

(2) $v(A \vee B) = 1$, dacă și numai dacă $vA(A) = 1$ sau $v(B) = 1$

(3) $v(\sim A) = 1$, dacă $v(A) = 0$

(4) $v(A) = 1$, dacă $v(\sim \sim A) = 1$

Există, de asemenea, condiții și pentru $\supset$, pe care le vom lua în considerare mai târziu. Poate fi arătat că aceste condiții de mai sus sunt caracteristice pentru partea de grad zero a lui C_ω. Condițiile pentru $\wedge$, $\vee$ sunt normale și asigură faptul că ele sunt cu adevărat conjuncție și disjuncție. Deviația de la logica clasică se găsește numai în condițiile pentru ~. (3) asigură că cel puțin unul din A, $\sim A$ este adevărat (deși ambii pot fi). Iar rațiunea de a fi pentru (4) pare să fie ceva de genul următor: dacă nu este cazul că non-A, atunci, dacă (din (3)) unul dintre A și $\sim A$ este adevărat, A este adevărat. Adevărul logic și consecința sunt definite în modul uzual:

---

[29] O critică detaliată a abordărilor modale asupra chestiunilor non-modale (cum ar fi deductibilitatea, implicarea, paraconsistența) este cuprinsă în *RLR*, capit.1, mai ales 1.6. Aceasta nu înseamnă că nici un functor intensional nu violează adjuncția: unii o fac cu siguranță, dar abordarea potrivită nu este una modală.

[30] Acest autor a scris câteva lucrări pe această temă. Punctul de pornire cel mai indicat este da Costa, 1974. Sistemele *C* nu sunt singurele sisteme paraconsistente după da Costa: lui i se datorează, de asemenea, alături de Arruda, sistemele de bază *P*; v. prima introducere la partea întâi a cărții. O abordare pozitivă diferită este a lui Peña, 1989.

[31] da Costa și Alves, 1976; Loparić, 1977.

$\Sigma \vDash_C A$, dacă şi numai dacă pentru toate evaluările v, $v(A) = 1$, sau pentru un oarecare $B \in \Sigma$, $v(B) \neq 1$.

$\vDash_C A$, dacă şi numai dacă, pentru toate evaluările v, $v(A) = 1$.

În mod clar, nici $\{A, \sim A\} \vDash_C B$, nici $\{A \wedge \sim A\} \vDash_C B$ nu au loc.

Problemele abordării da Costa nu sunt atât de evidente ca şi cele ale sistemelor non-adjunctive. Oricum, în final ele spun acelaşi lucru.

Prima obiecţie este că această condiţie (4) a semanticii lui da Costa este rău motivată. (4) pare să urmeze din (3). (De fapt nu urmează, căci ar fi redundant). Argumentul decurge prin citirea lui „$v(\sim \sim A) = 1$“ ca „nu este cazul că $\sim A$“, presupunând apoi că aceasta înseamnă $v(\sim A) = 0$. Aceasta este eroarea echivocaţiei, din moment ce inferenţa de la $v(\sim \sim A) = 1$ la $v(\sim A) = 0$ este nevalidă chiar şi în termenii lui da Costa.

Fără acest argument, motivaţia pentru condiţia (4) este total obscură în această abordare. Dacă valorile de adevăr ale lui A, $\sim A$ şi $\sim \sim A$ sunt suficient de independente pentru ca toate trei să fie adevărate, de ce nu ar fi suficient de independente şi pentru a-i permite primei să fie false şi celorlalte două să fie adevărate? Putem compara această situaţie cu următoarea abordare de care ne vom ocupa, unde conexiunea în valori de adevăr între un enunţ şi negaţia lui cade, în mod natural, în afara motivaţiilor. Bineînţeles, condiţia (4) ar putea fi eliminată din semantica lui da Costa. În acel caz negaţia nu ar avea virtualmente nici una din proprietăţile asociate în mod tradiţional cu negaţia. (Şi sunt destul de puţine în orice caz). Acest lucru ar întări argumentul nostru cum că negaţia lui da Costa nu este o negaţie reală.

A doua obiecţie la semantica lui da Costa este că nu este recursivă. Deşi semantica non-recursivă este indispensabilă pentru o mulţime de scopuri tehnice, există motive suficiente pentru ca ea să nu fie satisfăcătoare din punct de vedere filosofic. Argumentele sunt bine cunoscute, punctul crucial fiind următorul: din moment ce vorbitorii unei limbi sunt capabili să înţeleagă propoziţii pe care nu le-au mai auzit niciodată, sensul sau semnificaţia unei propoziţii trebuie să fie determinată prin semnificaţia componentelor ei. În particular, o semantică adecvată trebuie să specifice recursiv semnificaţia unei propoziţii în termenii semnificaţiilor componentelor ei. Astfel, în general, specificarea condiţiilor semantice trebuie să fie recursivă. Or, semantica lui da Costa nu este deloc recursivă din moment ce condiţiile de adevăr pentru $\sim A$ nu sunt determinate prin condiţiile de adevăr ale lui A. (Dacă $v(A) = 1$, $v(\sim A)$ poate fi 1 sau 0). Astfel, această semantică este una problematică. Şi încă, acest argument împotriva semanticii lui da Costa nu este concludent. El ar putea fi întâmpinat spunând că semnificaţia nu este complet determinată de către condiţiile de adevăr şi că mai există un factor implicat, să-l numim *sens*. Se poate astfel argumenta că, în timp ce condiţiile de semnificaţie sunt recursive, condiţiile de adevăr ale unei sintagme pot depinde de sensul (mai degrabă decât de valoarea de adevăr) a componentelor ei. În particular, valoarea de adevăr a lui $\sim A$ poate fi determinată prin „factorul de sens X“ al lui A. Această

abordare generală a semnificației este desigur cea adoptată în semantica lui Montague. Nu ne vom întoarce la analiza adecvării acestei abordări generale la teoria semnificației, este suficient doar să observăm câteva lucruri. Mai întâi, chiar dacă această abordare ar putea fi făcută funcțională (şi, în general, acest lucru nu este posibil[32]), semantica lui da Costa, în forma ei dată, este radical incompletă. În al doilea rând, dacă această abordare ar funcționa ea ar arăta că ~ nu este negația extensională cu care suntem obişnuiți, ci un oarecare functor radical intensional. Desigur, această idee poate fi contrazisă, dar ea este prima evidență pe care o invocăm spre dovedirea faptului că negația lui da Costa nu este o negație adevărată.

Să ne întoarcem de la evaluările lui da Costa spre adevărurile logice de grad zero din abordarea lui. Din moment ce fiecare evaluare clasică este o evaluare da Costa atunci obținem că dacă $\models_C A$, A este o tautologie clasică cu două valori. Conversa nu este adevărată, oricum. Excepția cea mai notabilă este legea non-contradicției:

$$\sim (A \wedge \sim A) \qquad (\varepsilon)$$

Omisiunea acesteia dintr-un sistem de logică paraconsistentă nu este surprinzătoare şi nici nu este o coincidență faptul că ea se întâmplă în sistemul lui da Costa. El pune drept condiție a adecvării cu o logică paraconsistentă faptul ca (ε) să nu fie valid[33]. Rațiunea de a fi a omisiunii lui (ε) pare să fie destul de clară: anumite enunțuri de forma $A \wedge \sim A$ *sunt* adevărate. În orice caz, trebuie să procedăm cu prudență. Aceasta nu rezolvă problema, nici măcar pentru standardele lui da Costa. Căci, faptul că $A \wedge \sim A$ este adevărat nu interzice lui $\sim(A \wedge \sim A)$ să fie, de asemenea, adevărat. De fapt, insistența asupra absenței lui (ε) ca şi condiție de adecvare la o logică paraconsistentă este mult prea puternică. Este suficient pentru un paraconsistentist să adopte (ε), după cum se va vedea din următoarea abordare pe care o vom examina. Evident, dacă aderăm la (ε), atunci orice contradicție $A \wedge \sim A$ (să o numim *contradicție primară*) va genera o alta, $(A \wedge \sim A) \wedge \sim (A \wedge \sim A)$ (să o numim *contradicție secundară*). Nu există, oricum, o oprelişte *a priori* pentru ca un paraconsistentist să facă acest lucru.

Înseamnă că cel mai bine este să menținem sau să respingem (ε)? Nu dorim să fim prea dogmatici. Oricum, probabil că orice caz împotriva lui (ε) se va articula în jurul indezirabilității contradicțiilor secundare. Am putea invoca în mod verosimil „briciul", spunând că contradicțiile nu trebuie multiplicate mai mult decât necesar. Chiar dacă acest lucru este corect (chiar este?), nu ne va duce prea departe decât dacă ştim ce este „necesitatea". Considerăm cazul favorabil lui (ε) mult mai plauzibil. Iată cum se desfăşoară o parte din el. Legea non-contradicției a

---

[32] De fapt, se poate arăta că, până şi sub condiția slabă că nici o non-teoremă nu are acelaşi sens cu o teoremă oarecare, sistemul mai puternic C_1 al lui da Costa nu are o semantică a sensului recursivă non-trivială. Presupunând că ar avea, fie S mulțimea sensurilor (submulțimilor lumilor posibile sau orice altceva) şi fie $\cong$ relația dintre două formule care au acelaşi sens. Atunci mulțimea de formule formate prin $\cong$ ar fi o algebră cât non-trivială pentru C_1. Dar nu există o asemenea algebră pentru C_1, după cum arată Mortensen (1980).

[33] da Costa, 1974, p. 498.

fost considerată tradițional ca o proprietate centrală, dacă nu o caracteristică definitorie, a negației. Lucru valabil nu numai pentru logicienii tradiționali sau clasiciști, ca Aristotel sau Russell, dar și pentru cei care au crezut în adevărul contradicției, cum este cazul lui Hegel[34]. Dacă o considerare a negației violează legea non-contradicției, aceasta este o evidență *prima facie* a faptului că acea considerare este eronată. Aceasta este cea de-a doua dovadă a faptului că *negația da Costa nu este negație.*

De fapt, putem formula și mai precis această teză. În mod tradițional, A și B sunt sub-contrarii dacă $A \vee B$ este un adevăr logic. A și B sunt contradictorii dacă $A \vee B$ este un adevăr logic *și* dacă $A \wedge B$ este logic fals. Distincția dintre contradicție și sub-contrarietate este făcută, deci, de cea de a doua condiție. Or, în abordarea lui da Costa avem $A \vee \sim A$ ca adevăr logic. Dar $A \wedge \sim A$ nu este logic fals. Astfel, A și $\sim A$ sunt sub-contrarii, nu contradictorii. Deci negația lui da Costa nu este negație, din moment ce negația este un functor de contradicție, nu un functor de sub-contrarietate.

Să ne întoarcem acum la relația de consecință logică. Din nou, se vede imediat că ea este o sub-relație de consecință logică clasică cu două valori. Relațiile următoare nu se susțin, ceea ce arată că este vorba despre o sub-relație clară.

$$\{\sim A\} \vDash_C \sim (A \wedge B)\ ;\quad \{\sim (A \vee B)\} \vDash_C \sim A$$

$$\{A\} \vDash_C \sim\sim A\ ;\quad \{\sim A \wedge \sim B\} \vDash_C \sim (A \vee B) \qquad (\kappa)$$

$$\{\sim A \vee \sim B\} \vDash_C \sim (A \wedge B)$$

Nici acestea nu se susțin, după cum vom vedea mai târziu:

$$\{A \supset B\} \vDash_C (\sim B \supset \sim A)$$

$$\{A \supset B, A \supset \sim B\} \vDash_C \sim A \qquad (\lambda)$$

De aici se vede că negația da Costa nu are virtualmente nici una din proprietățile inferențiale tradițional asociate cu negația. (Am putea compara această situație cu negația din următoarea abordare pe care o vom discuta, care are toate proprietățile de mai sus). Aceasta este încă o dovadă care arată că negația lui da Costa nu este negație reală. Am invocat dovezi suficient de puternice până aici și cazul se poate considera închis. Este momentul să ne întrebăm ce este de fapt negația da Costa?

Cheia acestei probleme este oferită de discuția despre adevărurile logice. Am văzut că negația da Costa se comportă ca un operator de sub-contrarietate, nu ca un operator de contradicție. Într-adevăr, condițiile de adevăr ale negației lui (3)

---

[34] Cel puțin pentru logica formală. (v. Hegel, 1830, nota la §20, p. 32).

fac această înțelegere a negației aproape obligatorie. Prin urmare sugerăm că negația lui da Costa este un operator ce transformă o formulă într-una sub-contrară. Aceasta nu numai că explică condițiile de adevăr ale lui ~ ca şi comportamentul adevărurilor logice, dar, de asemenea, este confirmată şi din alte motive. Mai întâi, dacă ~ este un operator de sub-contrarietate, atunci ar trebui să ne aşteptăm ca toate principiile inferențiale (κ), (λ) să cadă, ceea ce se şi întâmplă. În al doilea rând, acest lucru explică de ce ~ nu este veri-funcțional. Căci, valoarea de adevăr a unei sub-contrare a lui A nu este determinată de valoarea de adevăr a lui A. Astfel, ~ nu este un functor extensional. Toate acestea se încadrează în tabloul nostru.

Prin urmare, $\sim A$ este o sub-contrară a lui A, dar care? Căci, deşi contradictoria unui enunț este unică, el poate avea mai multe sub-contrarii. Care este $\sim A$? Trebuie să fie o sub-contrarie care să satisfacă condiția (4) a semanticii. Ceea ce, oricum, nu este deloc suficient pentru a determina functorul ~ în mod unic. Dacă A şi B sunt sub-contrarii *oarecare,* atunci functorul care face trecerea de la A la B şi invers satisface această condiție. Nu există alte constrângeri asupra lui ~, care să determine care functor subcontrar este el. De unde, răspunsul la această întrebare trebuie să fie radical indeterminat.

Reprezintă lipsa unui operator de negație simplă în sistemele C o simplă problemă de omisiune? Răspunsul este un rapid şi elementar „Nu". Căci, dacă am adăuga un operator, –, împreună cu condițiile evidente pentru negație,

$$v(-A) = 1, \text{ dacă şi numai dacă } v(A) = 0,$$

ar fi uşor să observăm că non-paraconsistența ar fi reinstanțiată. Căci, atunci, $\{A \wedge -A\} \vDash_C B$. Astfel, sistemele C îşi obțin paraconsistența numai cu prețul renunțării la negație.

Cât despre abordarea generală a lui da Costa asupra formulelor de grad zero, ea proiectează aceeaşi situație şi asupra abordărilor plus-pozitive mai comprehensive. Înainte de a lăsa deoparte aceste abordări, oricum, merită să discutăm felul în care da Costa întăreşte sistemul C_ω pentru a obține sistemele C_i, $1 \leq i < \omega$. De dragul exactității, ne vom fixa atenția asupra lui C_1 (deşi toate observațiile se aplică în mod asemănător celorlalte).

Este clar că într-o evaluare da Costa există două feluri de enunțuri: cele „paradoxale", cum ar fi $v(A) = v(\sim A) = 1$, respectiv cele „clasice", de exemplu: $v(A) \neq v(\sim A)$. Deşi logica clasică nu se susține pentru toate propozițiile, este rezonabil să presupunem că se susține pentru propozițiile care au valori clasice (de fapt, în C_ω nu se susține). Mai mult, este suficient de rațional să presupunem că aceasta s-ar putea exprima, într-un anume fel, în limbajul însuşi. În particular, putem scrie „A^0" pentru „A are o valoare de adevăr clasică"; atunci ceea ce urmează este rațional:

Dacă B este un compus al lui $A_1 \ldots A_n$ şi $\Gamma \vDash_C A_1^0 \wedge \ldots \wedge A_n^0$, atunci
$\Gamma \vDash_C B$, dacă şi numai dacă B este o consecință clasică a lui Γ. (ξ)

Obținerea acestei relații este exact mişcarea motivațională de la C_ω la C_1.

Mai întâi, va trebui produs un operator „^{0}" de „clasicitate". Există două abordări diferite cu putință aici. Abordarea sintactică constă în a identifica pe „*A* este paradoxal" cu „$A \wedge \sim A$" şi a defini în consecință „*A* are o valoare clasică (A^0)" ca „$\sim (A \wedge \sim A)$. Abordarea semantică constă în a da condițiile de adevăr pentru A^0 în mod direct:

Dacă $\quad v(A) \neq v(\sim A), v(A^0) = 1$

Dacă $\quad v(A) = v(\sim A) = 1, v(A^0) = 0$

Da Costa vrea să urmeze ambele abordări. El defineşte A^0 ca $\sim (A \wedge \sim A)$. De aici urmează prima dintre condițiile semantice. Căci, dacă $v(A) \neq v(\sim A)$, $v(A \wedge \sim A) = 0$ şi $v(A^0) = v(\sim (A \wedge \sim A)) = 1$. Oricum, a doua nu are loc în semantica C_ω. Deci trebuie întărită cu un nou postulat semantic:

Dacă $\quad v(A \wedge \sim A) = 1, v(\sim (A \wedge \sim A)) = 0$[35]. $\quad (\mu)$

Singurele alte postulate semantice pentru C_1 asigură că toate formulele compuse în întregime din formule cu valori clasice au valori clasice, astfel:

Dacă $\quad v(A^0) = v(B^0) = 1,$
atunci $\quad v((A \wedge B)^0) = v((A \vee B)^0) = v((A \supset B)^0) = v((\sim A)^0) = 1.$

Aceste condiții asigură că (ξ) se susține[36], îndeplinind astfel motivația.

Sunt câteva observații de făcut în legătură cu extinderea lui C_ω cu un operator de „clasicitate". Prima este că ea nu afectează în nici un fel concluziile noastre despre interpretarea negației da Costa. Chiar şi în C_1, negația este non-extensională, legea non-contradicției cade şi la fel toate principiile de inferență (κ) şi (λ). Astfel, concluzia noastră cum că ~ este un operator de sub-contrarietate rămâne în picioare (deşi, bineînțeles, constrângerile extra-semantice asupra lui ~ adaugă alte constrângeri asupra problemei identificării lui ~*A*, sub-contrara lui *A*). A doua şi cea mai importantă observație este că adăugarea unui operator de clasicitate în acest fel conduce la o nouă problemă. Este uşor verificabil că pentru orice formulă *B*, $v(B \wedge \sim B \wedge B^0) = 0$, pentru oricare *v*. Astfel,

$$\{B \wedge \sim B \wedge B^0\} \models_{C_1} A. \qquad (\zeta)$$

De unde, dacă am putea cumva demonstra o teoremă de forma $B \wedge \sim B \wedge B^0$, lucrurile se reduc la trivialitate. Dar este simplu să producem o teoremă de această formă într-un limbaj semantic închis (cum observă da Costa)[37]. Din construcția uzuală auto-referențială putem găsi un enunț β astfel încât $\beta \leftrightarrow (\sim \beta \wedge \beta^0)$. (Această

---

[35] Formularea da Costa este echivalentul: dacă $v(A \supset B) = v(A \supset \sim B) = 1$, atunci $v(A) = 0$.
[36] da Costa, 1974, teorema 18.
[37] da Costa, 1974, pag. 505.

propoziție este falsă și are o valoare de adevăr clasică). Este atunci ușor să demonstrăm cu un raționament valid în C_1 (de fapt, în C_ω) că $\beta \wedge \sim\beta \wedge \beta^0$. Un argument similar poate fi obținut în teoria naivă a mulțimilor. În concluzie, C_1 este total nepotrivit pentru a formaliza două dintre cele mai importante teorii paraconsistente. Mai mult, problema se extinde mult mai mult asupra altor teorii paraconsistente, ca și la formele restrânse ale teoriei mulțimilor[38].

Acesta reprezintă, bineînțeles, un argument suplimentar major împotriva abordării de tip C_1 a paraconsistenței. Oricum, învățătura pe care trebuie să o tragem de aici este una mai generală. Din moment ce situația nu apare în același fel în C_ω, problema privește operatorul de clasicitate. Putem localiza problema mult mai precis. În demonstrația lui $\beta \wedge \sim \beta \wedge \beta^0$, singurul fapt specific despre β^0 care este folosit este că $\sim(\beta^0) \rightarrow \beta \wedge \sim \beta$ și aceasta este garantată de către definiția sintactică a lui A^0. Ceea ce produce cazul special de *ex falso quodlibet* (ζ) sunt, anume, condițiile semantice ale lui B^0. Astfel, abordarea semantică asupra unui operator de clasicitate și abordarea sintactică sunt incompatibile. Deși ele pot părea plauzibile, una trebuie să cedeze. Să mergem acum la cea de a treia abordare a paraconsistenței. Este cea relevantă, considerată de către ambii autori[39].

2.3. Abordarea relevantă

Există câteva moduri de a începe, din punct de vedere semantic. Vom alege una care a părut (mai ales clasiciștilor) a fi mai simplu de abordat[40]. La fel ca și abordarea lui da Costa, abordarea relevantă ia în serios ideea că anumite enunțuri sunt adevărate *și* false. Oricum, în loc să insiste asupra unicității valorii de adevăr pe care poate să o ia fiecare propoziție, permite dualitatea valorii de adevăr a fiecărui enunț.

Formal, fie $V=\{\{1\}\{0\}\{1,0\}\}$. Aici, $\{1\}$ este (clasicul) adevărat și numai adevărat; $\{0\}$ este (clasicul) fals și numai fals; $\{1,0\}$ este (paradoxalul) adevărat și fals.

O evaluare este o aplicație v a mulțimii formulelor de grad zero pe mulțimea V astfel încât:

(1a) $1 \in v(\sim A)$, dacă și numai dacă $0 \in v(A)$

(1b) $0 \in v(\sim A)$, dacă și numai dacă $1 \in v(A)$

(2a) $1 \in v(A \wedge B)$, dacă și numai dacă $1 \in v(A)$ și $1 \in v(B)$

(2b) $0 \in v(A \vee B)$, dacă și numai dacă $0 \in v(A)$ sau $0 \in v(B)$

(3a) $1 \in v(A \wedge B)$, dacă și numai dacă $1 \in v(A)$ sau $1 \in v(B)$

(3b) $0 \in v(A \vee B)$, dacă și numai dacă $0 \in v(A)$ și $0 \in v(B)$

---

[38] v. mai ales, Arruda, 1982. De asemenea, Arruda și Batens, 1982.

[39] v. de exemplu, Priest, 1980a și Routley, 1979.

[40] Aceasta este calea lui Priest, 1979, deși am formulat-o în maniera lui Dunn, 1976. Pentru o abordare alternativă asupra semanticii logicii relevante de grad zero, v. Routley și Routley, 1972. Acestea și alte abordări sunt elaborate și discutate în *RLR*, subcapitolele 3.1. și 3.2.

Adevărul logic şi consecinţele sunt definite în manieră evidentă.

$\Sigma \vDash_R A$, dacă şi numai dacă, pentru toate evaluările v,
fie $1 \in v(A)$, fie, pentru un anumit $B \in \Sigma$, $1 \notin v(B)$;

$\vDash_R A$, dacă şi numai dacă, pentru toate evaluările v, $1 \in v(A)$

Este simplu să observăm că aceste condiţii de adevăr sunt paraconsistente, de exemplu $\{A, \sim A\} \nvDash_R B$. Mai mult, condiţiile de adevăr par foarte familiare. Într-adevăr, ele nu sunt altele decât cele clasice. Bineînţeles, în cazul clasic, cea de a doua condiţie din fiecare pereche este redundantă, dar nu mai este cazul în momentul în care am obţinut înţelegerea paraconsistentă conform căreia lucrurile pot fi atât adevărate, cât şi false.

Câteva dintre caracteristicile cele mai importante ale relaţiei de deductibilitate sunt după cum urmează:

$\{A, B\} \vDash_R A \wedge B$

$\{A \wedge B\} \vDash_R A$

$\{A\} \vDash_R A \vee B$

Dacă $\{A\} \vDash_R C$ şi $\{B\} \vDash_R C$, atunci $\{A \vee B\} \vDash_R C$

Dacă $\{A\} \vDash_R B$ şi $\{B\} \vDash_R C$, atunci $\{A\} \vDash_R C$

$\{\sim A\} \vDash_R \sim (A \wedge B)$

$\{\sim A, \sim B\} \vDash_R \sim (A \vee B)$

$\{\sim (A \vee B)\} \vDash_R \sim A$

$\{A\} \vDash_R \sim \sim A$

$\{\sim \sim A\} \vDash_R A$

$\{\sim A \vee \sim B\} \vDash_R \sim (A \wedge B)$ (şi toate celelalte principii de Morgan)

Mai mult, este la îndemână să stabilim că $\vDash_R A$, dacă şi numai dacă A este o tautologie clasică cu două valori[41].

Aceste proprietăţi ne permit să observăm mai uşor că această abordare evită problemele celor două abordări anterioare. Spre deosebire de sistemele non-adjunctive, ea are o conjuncţie adecvată şi o relaţie de deductibilitate cu mai multe premise, non-trivială. Proprietăţile negaţiei sunt clare şi simple, fără a mai fi nevoie de adăugarea unor postulate semantice suplimentare, ca şi în abordarea lui da Costa, pentru asigurarea negaţiei duble. Mai mult, nu există nici o îndoială că negaţia acestei abordări *este* negaţie. Semantica este recursivă şi extensională. Astfel, ~ nu este un functor intensional. Atât legea terţului exclus, cât şi cea a non-contradicţiei se susţin, iar negaţia are toate relaţiile de deductibilitate

[41] Priest, 1979, teorema III.8.

necesare[42]. S-ar putea încerca să se arate că negația acestui sistem nu este cu adevărat o negație. Dar, în virtutea tuturor punctelor anterioare, nu s-ar prea găsi temeiuri pentru așa ceva. Negația lui *A* este acel enunț care este adevărat dacă *A* este fals și fals dacă *A* este adevărat. Dar aceasta este exact ceea ce spun condițiile relevante de adevăr.

O caracteristică convenabilă a semanticii este că mulțimea de adevăruri logice de grad zero este exact mulțimea de tautologii clasice. Acest lucru arată că este vorba despre o mulțime stabilă de formule valide în ambele contexte, clasic și inconsistent. Mai mult, arată că, într-un sens, logica paraconsistentă relevantă subsumează logica clasică la nivelul său de grad zero.

Întorcându-ne la relația de deductibilitate, este simplu de observat că ea este o sub-relație a celei clasice. Într-adevăr, spre necazul non-paraconsistenței, aceasta trebuie să fie o sub-relație adecvată. Cei care ar parcurge lista de consecințe valide dată mai sus, fără a fi familiari cu logica relevantă, s-ar putea întreba ce anume din logica clasică este paraconsistent nevalid. Răspunsul este: principiul silogismului disjunctiv:

$$\{A, \sim A \vee B\} \models B$$

precum și congenerele sale, ca

$$\{A, \sim (A \wedge B)\} \models \sim B$$

acesta este de fapt singurul principiu important al inferenței clasice care este respins de către abordarea paraconsistentă relevantă. În ciuda acestui fapt, respingerea lui a atras numeroase polemici din diverse direcții. O discuție detaliată a problemei ar necesita un ocol important[43]. Oricum, este bine să facem câteva remarci. Mai întâi, așa cum am arătat chiar la început, dacă este să luăm paraconsistența în serios, ceva din logica clasică trebuie respins. Nu există prin urmare nici un argument împotriva acestei abordări *per se* care să arate că silogismul disjunctiv este respins. Într-adevăr, abordarea relevantă evită pierderile din logica clasică la un minimum la nivelul de grad zero. Ambele abordări pe care le-am discutat anterior pierd silogismul disjunctiv și altele pe lângă el. Aceasta este singura pierdere a poziției paraconsistente relevante. Mai mult, pierderea silogismului disjunctiv nu este un dezastru atât de mare pe cât s-ar crede. Mai întâi, multe din cazurile de silogism disjunctiv care apar în practica naturală folosesc un „sau" intensional, $\underline{\vee}$. Acesta poate fi definit simplu

$$A \underline{\vee} B = \sim A \rightarrow B.$$

Silogismul disjunctiv intensional

$$\{A, \sim A \underline{\vee} B\} \models B$$

este cu siguranță valid[44]. De fapt este ceva mai mult decât *modus ponens*.

[42] Toate relațiile (κ) din subcapitolul 2.2. din această secțiune se susțin. Vom vedea la implicație că și cele pentru (λ) se susțin.

[43] O discuție aprofundată se găsește în Priest, 1989 și Routley, 1978. Detalii, în *RLR*.

[44] Anderson și Belnap, 1975, §16.3.

Al doilea şi cel mai important motiv este că, deşi silogismul disjunctiv este în general nevalid, el este utilizabil în anumite contexte. Problema trebuie tratată cu grijă, cum se arată într-o altă lucrare a acestui volum[45]. Oricum, în linii mari, problema este aceasta. Motivul pentru care silogismul disjunctiv cade este că propoziția *A* poate fi paradoxală. Dacă *A* şi ~*A* sunt adevărate, atunci vor fi adevărate şi *A* şi ~*A* v *B*, oricare ar fi *B*. Oricum, dacă acest caz este eliminat, nu se mai pot găsi alte contra-exemple la silogismul disjunctiv. Astfel, dat fiind că nu suntem într-o situație paradoxală (una în care *A* să fie şi adevărată şi falsă), silogismul disjunctiv poate fi utilizat în mod legitim. Putem observa imediat că dacă silogismul disjunctiv este adăugat la logica paraconsistentă relevantă de grad zero, ceea ce rezultă este logica clasică. Prin urmare, vedem că în contexte consistente non-paradoxale (care sunt oricum singurele permise de către logica clasică), logica clasică este acceptabilă. Astfel, slăbiciunea generală a silogismului disjunctiv nu mai este o problemă.

O dată cu această respingere – a celei mai importante obiecții la adresa logicii paraconsistente relevante – putem conchide că abordarea relevantă a paraconsistenței este cea mai bună, cel puțin la nivelul de grad zero.

O ultimă observație: dacă admitem saturarea valorilor de adevăr (de exemplu: în cazul propozițiilor care sunt adevărate şi false), ar putea părea firesc să acceptăm şi suspendarea valorilor de adevăr (de exemplu: propoziții care nu sunt nici adevărate şi nici false). De fapt, toate abordările asupra paraconsistenței pe care le-am discutat pot fi modificate într-un mod evident, astfel încât să accepte această posibilitate. Oricum, problema suspendării valorilor de adevăr este una separată, neimplicată în nici un fel de către poziția paraconsistentă. În consecință, problemele ridicate de modificarea acestor logici în vederea acceptării suspendării valorilor de adevăr nu sunt, strict vorbind, relevante pentru paraconsistență. Pentru acest motiv putem evita luarea lor în discuția de față[46].

---

[45] Priest, 1989.

[46] Drept exemplu pentru felul în care pot fi modificate semanticile, putem lua în considerare pe cele prezentate în această secțiune. Nu facem decât să extindem v pentru a include mulțimea vidă (ca şi în Dunn, 1976). Restul rămâne la fel. Este uşor să verificăm că principalul efect este garantarea faptului că $\not\models$ *A* v ~*A* şi că de fapt nu există teoreme! Relația de consecință este evident non-trivială. Un fenomen similar se întâmplă atunci când semantica este extinsă pentru a permite un operator de implicație. În acest caz, deşi logica are teoreme, nici una nu este pur extensională, adică nu conține doar ∧, v şi ~. Existența sau eliminarea teoremelor pur extensionale are o relevanță mică pentru paraconsistență: ea poate fi construită în ambele feluri. Oricum, pentru motivele indicate în text, considerăm că o semantică ce nu validează legile terțului exclus şi non-contradicției se expune acuzației de a nu oferi o interpretare semantică a *negației*. O discuție asupra slăbiciunilor valorilor de adevăr în contextul teoriei lui Meinong poate fi consultată în *EMJB* §1.2.

3. Abordări ale teoriei logice paraconsistente: implicația

Până acum ne-am concentrat asupra trăsăturilor unor diverse abordări ale paraconsistenței la nivelul de grad zero. În orice caz, toate abordările au operatori de implicație diferiți, ceea ce nu este accidental. Implicația este un conector logic esențial. Orice logică adecvată trebuie să-și justifice funcționalitatea. Analiza clasică a operatorului de implicație $\rightarrow$ identifică $A \rightarrow B$ cu $A \supset B$ (sau $\sim A \vee B$). Aceasta duce la o ecuație a lui *modus ponens*, A, $A \rightarrow B / B$, cu silogismul disjunctiv, care (cum am văzut la sfârșitul subcapitolul anterior) este respinsă în toate abordările semantice pe care le-am discutat. Totuși, *modus ponens* este principiul fundamental al implicației. Nici un alt operator care nu îndeplinește această condiție nu este implicație. De unde, fiecare dintre abordări trebuie să găsească un calcul diferit, non-clasic, al implicației.

3.1. Sisteme non-adjunctive: sistemul lui Jaśkowski

Din moment ce abordările non-adjunctive utilizează semantica lumilor posibile, operatorul implicației naturale în acest context ar părea să fie implicația strictă. Să definim $A \dashv B$, în mod uzual, ca fiind $\Box (A \supset B)$. Se verifică atunci imediat că $\{A, A \dashv B\} \vDash_{df} B$. Observăm că, deși implicația strictă suferă din cauza paradoxurilor care *par* să o facă nepotrivită pentru paraconsistență (de exemplu: $(A \wedge \sim A \dashv B)$), totuși nu este cazul *dat fiind că* adjuncția cade. Jaśkowski este conștient de această posibilă definiție a implicației[47], deși optează pentru o altă posibilitate pe care o vom discuta pe scurt. În plus, vom discuta problema dacă implicația strictă este un operator de implicație satisfăcător în contextul logicii discursive.

Răspunsul este că nu. Primul punct este că, deși *modus ponens* se susține pentru implicația strictă dacă logica modală subiacentă este S5, el cade pentru alte logici mai slabe. Oricum, cele două obiecții mai importante le vom întâlni de câteva ori în această secțiune, fiind util să le numim.

Prima obiecție este ***obiecția irelevanței.*** Ideea este că o implicație ar trebui să se susțină între A și B numai în virtutea unui conținut comun între A și B. Valoarea de adevăr a unei implicații nu ar trebui să depindă numai de valoarea de adevăr a uneia din componentele ei, nici de valoarea modală a unei componente. Implicația este *esențial relațională.* Deși destul de banal, acest lucru se opune ortodoxiei clasice (deși nu celei tradiționale). Este semnul eficienței îndoctrinării clasice faptul că irelevanța logicii clasice nu a fost văzută ca un defect ce trebuia remediat, fiind nevoie de acea imensă cantitate de argumente[48] în încercarea de a deschide ochii oamenilor în fața

[47] Jaśkowski, 1948, p. 147.
[48] De exemplu, v. Anderson, Belnap, 1975; Routley ș.a., 1982; Routley, Norman, 1988.

problemei şi a le reorienta mintea către Adevăr. Oricum, dată fiind imensa cantitate de texte care s-au scris cu privire la relevanţă, ar fi inutil pentru noi să mai reluăm argumentele aici. Nu putem decât să subscriem, sau să re-subscriem, la argumentele lui Anderson, Belnap, Meyer, ale noastre şi ale altora, asupra relevanţei implicaţiei. Logica relevanţei şi logica paraconsistentă nu sunt unul şi acelaşi lucru. Este posibil să avem o logică paraconsistentă irelevantă (cum vom vedea în cele ce urmează) şi invers[49]. De unde, relevanţa nu este *de rigeur* pentru un paraconsistentist. Totuşi, în procesul re-elaborării logicii am putea foarte bine să obţinem o re-acreditare a implicaţiei, caz în care irelevanţa ar fi o eroare a logicii paraconsistente.

Toate bune până aici. Dar ce *este*, exact, cerinţa de relevanţă? Iarăşi, aceasta este o întrebare adâncă, dar, din moment ce cartea de faţă este una despre paraconsistenţă, din fericire o putem ocoli. Tot ceea ce este necesar pentru scopurile noastre este un test de irelevanţă, scop pentru care testul de împărţire a variabilei al lui Anderson şi Belnap va fi cât se poate de folositor[50]. O condiţie suficientă pentru ca o logică (pur) propoziţională să fie irelevantă este ca ea să aibă o teoremă (adevăr logic) de forma $A \rightarrow B$, unde A şi B nu au nici o variabilă propoziţională comună. Într-un asemenea caz, A şi B nu au nici un conţinut comun. Ajungând până aici, se observă imediat că implicaţia strictă este irelevantă, chiar şi în context discursiv. Căci $\vDash_{df} (A \wedge \sim A) \multimap B$, $\vDash_{df} B \multimap (A \vee \sim A)$, precum şi toate celelalte orori ale implicaţiei stricte. Astfel, această abordare a implicaţiei cade în faţa obiecţiei asupra relevanţei.

A doua obiecţie este ***obiecţia Curry***. Există un argument, datorită lui Curry[51], conform căruia, în anumite condiţii, teoria naivă a mulţimilor şi semantica sunt triviale, adică în ele se poate demonstra orice. Argumentul poate lua diferite forme. Iată una dintre ele.

Fie β propoziţia „Dacă această propoziţie este adevărată, atunci şi A este adevărată“, unde A este arbitrară, de exemplu:

$$\beta = \ulcorner Tr\,\beta \rightarrow A \urcorner .$$

Prin schema de adevăr a semanticii naive,

$$Tr\,\beta \leftrightarrow (Tr \rightarrow A). \qquad (1)$$

De unde, prin absorbţia $(C \rightarrow (C \rightarrow D)) \,/\, C \rightarrow D$, de la stânga la dreapta,

$$Tr\,\beta \rightarrow A . \qquad (2)$$

Astfel, din (1), (2) şi *modus ponens,*

$$Tr\,\beta , \qquad (3)$$

iar din (2), (3) şi *modus ponens,*

$$A.$$

---

[49] De exemplu, studiul original al lui Ackermann, *Strenge Implikation*, în 1956, care utilizează silogismul disjunctiv în formarea regulilor.

[50] Anderson, Belnap, 1975, p. 32f.

[51] Curry, 1942. Versiuni diferite se găsesc în Priest, 1979 şi Meyer, Routley, Dunn, 1979.

Astfel, dacă semantica naivă se bazează pe o logică ce conține *modus ponens* şi absorbția, ea este trivială. Un rezultat similar se obține în teoria naivă a mulțimilor. Unul din motivele principale ale logicii paraconsistente era investigarea teoriilor inconsistente interesante, dintre care, poate cele mai interesante, sunt teoria naivă a mulțimilor şi semantica. Astfel, orice logică ce conține atât *modus ponens*, cât şi absorbția, este o logică paraconsistentă inadecvată. De fapt, din moment ce *modus ponens* este esențial pentru orice operator de implicație, urmează că o logică paraconsistentă este criticabilă dacă conține absorbția.

Se vede uşor că *absorbția este adevărată despre implicația strictă, de exemplu* $\{A\} \prec (A \prec B) \vDash_{df} A \prec B$. Prin urmare aceasta nu este o implicație paraconsistentă adecvată.

A treia şi ultima obiecție împotriva implicației stricte, pe care o prezentăm, este ***similară cu a doua***, dar puțin mai parohială. Există un motiv în plus pentru care implicația strictă nu este adecvată rolului de implicație subsidiară a teoriei naive a mulțimilor şi a semanticii. Aceasta deoarece $\{A \succ\prec \sim A\} \vDash_{df} B$, unde $\succ\prec$ reprezintă co-implicația strictă. O aplicație a axiomei abstracției din teoria naivă a mulțimilor (sau schema de adevăr a semanticii naive), cu operatorul de implicație considerat ca implicație strictă, dă $\{x \mid x \notin x\} \in \{x \mid x \notin x\} \succ\prec \sim\{x \mid x \notin x\} \notin \{x \mid x \notin x\}$, de unde, din nou, teoria naivă a mulțimilor şi semantica sunt triviale.

Cum am spus mai înainte, Jaśkowski nu a acceptat „candidatul" modal evident, implicația strictă, ca pe o implicație. El a acceptat ceva numit „implicație discursivă" ($\supset_d$), definită astfel:

$$A \supset_d B \text{, dacă şi numai dacă } MA \supset B.$$

Amintindu-ne că lucrurile adevărate într-o lume posibilă reprezintă povestea sau poziția unui anumit participant la discurs, putem înțelege sensul dat de Jaśkowski pentru $A \supset_d B$ că „dacă cineva spune că A, atunci B"[52]. Lăsând deoparte problema adecvării acestui sens, este uşor de verificat că implicația discursivă satisface cel puțin *modus ponens:*

$$\{A, A \supset_d B\} \vDash_{df} B.$$

În orice caz, implicația discursivă o duce un pic mai bine decât implicația strictă. Se poate stabili imediat, cum a făcut Jaśkowski însuşi[53], lucrul următor:

Fie A orice formulă care conține numai conectorul $\supset$, şi fie A_d, A cu fiecare ocurență a lui „$\supset$ " înlocuită cu „$\supset_d$ ". Atunci $\vDash_{df} A_d$, dacă şi numai dacă A este o tautologie cu două valori.

Demonstrația este următoarea: să presupunem că A este o tautologie cu două valori. Trebuie să arătăm că pentru fiecare $\mathcal{M}$, A_d se susține în $\mathcal{M}$, care, datorită teoremei de completitudine pentru S5 este adevărat dacă şi numai dacă MA_d este o teoremă a lui S5. Să considerăm acum MA_d. Se verifică uşor că

[52] Jaśkowski, 1948, p. 150.
[53] Jaśkowski, 1948, teoremele 1,3.

$\vDash_{S5}$ M $(A \supset_d B)$ $\equiv$ (M $A \supset$ M B). Prin aplicarea repetată a acestei echivalenţe stricte putem transforma pe toţi „M " în M A_d, înlocuind fiecare „$\supset_d$" cu „$\supset$ ". Vom ajunge la o formulă care este o instanţă de substituţie a lui A, cu siguranţă demonstrabilă în S_5. Invers, să presupunem că A nu este o tautologie. Fie w o lume clasică în care el nu se susţine şi fie $\mathcal{M}$ modelul care conţine numai acea lume. Atunci $\mathcal{M} \vDash \mathcal{M}\, B \equiv B$ şi, din moment ce A_d este obţinut din A prin inserarea potrivită a lui M, $\mathcal{M} \nvDash A_d$.

Astfel, calculul pur al implicaţiei discursive este tocmai calculul pur al implicaţiei materiale. Nu este adevărat că fragmentul de logică discursivă $\sim, \wedge, \vee, \supset_d$, este identic cu logica clasică. De exemplu, este uşor de verificat că $\nvDash_{df} A \supset_d (\sim A \supset_d B)$. Oricum, rezultatul iniţial face destul rău, căci el arată, mai întâi, că implicaţia discursivă, ca şi implicaţia materială, cade în faţa obiecţiei de irelevanţă, din moment ce, de exemplu, $\vDash_{df} A \supset_d (B \supset_d B)$; în al doilea rând, arată că implicaţia discursivă cade în faţa obiecţiei lui Curry din moment ce $(A \supset (A \supset B)) \supset (A \supset B)$ este o tautologie clasică.

Implicaţia discursivă nu cade însă în faţa altei obiecţii formulate faţă de implicaţia strictă, şi aceasta numai datorită dexterităţii lui Jaśkowski. Să presupunem că ar trebui să definim echivalenţa discursivă $\equiv_d$ în felul acesta: $A \equiv_d B =$ $= (A \supset_d) \wedge (B \supset_d A)$; va fi uşor de verificat că $\{A \equiv_d \sim A\} \vDash_{df} B$, iar astfel obiecţia se va aplica. Dându-şi seama de aceasta (dar neputând da nici un argument), probabil că Jaśkowski va opta să definească $A \equiv_d B$ ca $(A \supset_d B) \wedge (B \supset_d$ M $A)$. Prin aceasta se evită problema. Oricum, se introduce o versiune nesimetrică a echivalenţei care este, în mod intuitiv, o operaţie simetrică. Mai mult, rezultatul este eşecul formulei clare şi dezirabile $(A \equiv_d B) \supset_d ((A \supset_d B) \wedge (B \supset_d A))$, deşi implicaţia conversă rămâne.

S-ar putea crede că ar fi mai bine să definim $A \supset_d B$ ca M $A \supset$ M B. Aceasta acceptă interpretarea perfect naturală „dacă A se susţine discursiv, B se susţine discursiv". Definită astfel, ea va satisface în continuare *modus ponens* şi, acum mai mult, echivalenţa discursivă va putea fi definită evitând dezastrul, din moment ce

$$\{(\mathrm{M}\,A \supset \mathrm{M} \sim A) \wedge (\mathrm{M} \sim A \supset \mathrm{M}\,A)\} \nvDash_{df} B.$$

Oricum, această definiţie a lui $\supset_d$ nu ar fi rezolvat celelalte probleme. Căci, un argument analog celui anterior arată că, chiar şi redefinit, fragmentul pur $\supset_d$ al teoriei este acelaşi cu fragmentul pur de implicaţie materială din logica clasică. De unde, abordarea cade atât în faţa obiecţiei de irelevanţă, cât şi în faţa celei a lui Curry.

Implicaţia discursivă, definită fie în felul lui Jaśkowski, fie în felul sugerat de noi, are câteva trăsături indezirabile. Mai precis, ea încalcă câteva reguli ale implicaţiei naturale, de exemplu:

$$\{A \supset_d B\} \nvDash_{df} \sim B \supset \sim A \qquad \{A \supset_d B, A \supset_d \sim B\} \nvDash_{df} \sim A,$$

în timp ce satisface reguli curioase cum ar fi:

$$\vDash_{df} (A \wedge \sim A) \supset_d B \qquad \vDash_{df} A \supset_d (B \vee \sim B).$$

Pentru toate aceste motive implicația discursivă este o abordare inadecvată a implicației. O întrebare firească ce trebuie pusă este dacă există vreo definiție a implicației discursive care să fie satisfăcătoare. Natural, consecințele fiecărei definiții trebuie să fie tratate separat. Totuşi, este simplu să găsim o singură obiecție adresată *oricărei* definiții.

Fie $\varphi(p, q)$ orice enunț modal cu doi parametri propoziționali p, q. Atunci $\varphi(p, q)$ nu este o definiție adecvată pentru implicație. Căci, ori $\nvDash_{df} \varphi(p, p)$, adică identitatea implicațională cade, ori $\vDash_{df} \varphi(p, p)$. În acest caz fie A orice propoziție logic adevărată. Cu siguranță, $\vDash_{df} \varphi(A, A)$. Apoi, fie q orice parametru propozițional care nu se află în A. Atunci, din moment ce $\vDash_{S5} A \Leftrightarrow q \vee \sim q$, $\vDash_{df} \varphi(A, q \vee \sim q)$. Astfel implicația cade în fața obiecției de relevanță.

În mod similar, sistemele plus-pozitive nu respectă cerințele de adecvare pentru paraconsistență, după cum vom explica în continuare.

3.2. Sistemele plus-pozitive: sistemele principale ale lui da Costa

Din nou vom începe cu sistemul cel mai accesibil al lui da Costa, C_ω. Semantica pentru sistemul complet C_ω, incluzând şi operatorul său de implicație, grație lui Loparić[54], ia următoarea formă: o *semievaluare* este orice aplicație v de la formule la $\{0,1\}$ care satisface condițiile pentru o evaluare da Costa de grad zero (vezi mai sus), plus următoarele condiții pentru $\supset$:

dacă $v(A\supset B)=0$, atunci $v(B)=0$;

dacă $v(A \supset B) = 1$, atunci $v(A) = 0$ sau $v(B) = 1$.

O *evaluare* C_ω este orice semievaluare v astfel încât pentru orice formulă B de forma $A_1\supset (A_2\supset A_3...A_n)...)$, unde A_n nu este de forma $C\supset D$, dacă $v(B) = 0$ există o semievaluare v' astfel încât $v'(A_i)=1$, pentru orice i astfel încât $1 \leq i < n$, şi $v'(A_n) = 0$. Adevărul logic şi consecința sunt acum definite în maniera uzuală.

Aceste semantici pentru C_ω complet nu sunt, prin ele însele, de foarte mare folos. Ne vom îndepărta deci de maniera noastră obişnuită de analiză logică prin intermediul semanticii şi vom aborda, în schimb, pe C_ω, prin intermediul teoriei demonstrației (*proof theory*). Axiomele standard pentru C_ω sunt următoarele[55].

[54] Loparić, 1977.
[55] Newton C.A.da Costa, 1974.

(1) $A \supset (B \supset A)$

(2) $(A \supset B) \supset ((A \supset (B \supset C)) \supset (A \supset C))$

(3) $(A \wedge B) \supset A$ $[(A \wedge B) \supset B]$

(4) $A \supset (B \supset (A \wedge B))$

(5) $A \supset (A \vee B)$ $[B \supset (A \vee B)]$

(6) $(A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset ((A \vee B) \supset C))$

(7) $A \vee \sim A$

(8) $\sim\sim A \supset A$

Singura regulă de inferență este *modus ponens* pentru $\supset$.

Cunoscătorii intuiționismului vor recunoaște că axiomele (1) și (2) sunt axiome pentru calculul pur al implicației intuiționiste, iar axiomele (1) – (6) sunt axiome pentru calculul intuiționist pozitiv. Astfel, C_ω conține ambele aceste teorii. De fapt, axiomele sugerează că fragmentul implicațional al lui C_ω este tocmai calculul pur al implicației intuiționiste iar partea pozitivă a lui C_ω este tocmai partea pozitivă a logicii intuiționiste. Într-adevăr, semantica lui Loparić poate fi folosită pentru a arăta că această sugestie este corectă. C_ω este o extensie conservativă a logicii intuiționiste pozitive[56].

Astfel, vedem că C_ω este esențialmente logica intuiționistă pozitivă plus operatorul de „negație" – de fapt un operator de subcontrarietate – ~. Cum bine se știe, nici (7) și nici (8) nu sunt intuiționist valide, deși „opusele" lor, $\sim(A \wedge \sim A)$ și $A \supset \sim\sim A$, sunt. Aceasta arată o anumită simetrie între negația lui C_ω și cea a logicii intuiționiste[57], care se potrivește foarte bine în discuția negației lui C_ω în subcapitolul 2.2 al acestui capitol. Căci, negația intuiționistă este privită în mod plauzibil ca un operator de contrarietate (mai degrabă decât unul de contradicție): $A \wedge \sim A$ este logic fals, iar $A \vee \sim A$ nu este logic adevărat. Iar legătura dintre logica modală și logica intuiționistă sugerează că negația intuiționistă a lui A trebuie înțeleasă ca ceva de felul „$\sim A$ este demonstrabil" sau „A nu va fi niciodată adevărat"; ambele sunt contrare lui A (cel puțin în accepțiunea normală). „Opusul" unui operator de contrarietate este un operator de sub-contrarietate. Ceea ce este exact obiectul argumentației noastre relative la negația lui C_ω.

Ajungând până aici, putem vedea imediat că operatorul de implicație al lui C_ω este inadecvat, căci el, la fel ca și implicația strictă, cade atât în fața obiecției de irelevanță (din moment ce logica intuiționistă conține irelevanțe ca $A \supset (B \supset B)$ și $C \supset (A \supset (A \vee B)))$, cât și în fața obiecției lui Curry (din moment ce conține $(A \supset (A \supset B)) \supset (A \supset B))$.

---

[56] Loparić, 1977, p. 838.

[57] Acordarea unei garanții etichetei „anti-intuiționism" se aplică uneori logicilor cum sunt sistemele *C*.

Tranziția de la C_ω la C_1 (și celelalte sisteme C_i) nu face situația mai acceptabilă, dimpotrivă. Căci, dacă adăugăm la axiomele lui C_ω și pe cele cerute de operatorul de clasicitate C_1, cum sunt

$$B^0 \supset ((A \supset B) \supset ((A \supset \sim B) \supset \sim A))$$

și

$$A^0 \wedge B^0 \supset ((A \wedge B)^0 \wedge (A \vee B)^0 \wedge (A \supset B)^0 \wedge (\sim A)^0),$$

atunci legea lui Pierce $(((A \supset B) \supset A) \supset A)$ devine demonstrabilă și de aici C_1 conține implicația materială clasică[58]. De fapt, dacă adăugăm postulatul semantic pentru operatorul de clasicitate la cele ale semanticii lui Loparić din C_ω, vom putea apoi simplifica condiția semantică pentru $\supset$ la cea clasică

$$v(A \supset B) = 1, \text{ dacă și numai dacă } v(A) = 0 \text{ sau } v(B) = 1,$$

iar diferența dintre evaluări și semievaluări dispare. Această semantică poate fi apoi folosită pentru a arăta că fragmentul pozitiv din C_1 este tocmai fragmentul pozitiv din logica clasică bivalentă. Astfel, C_1 nu este altceva decât logica pozitivă clasică plus „negația" lui da Costa.

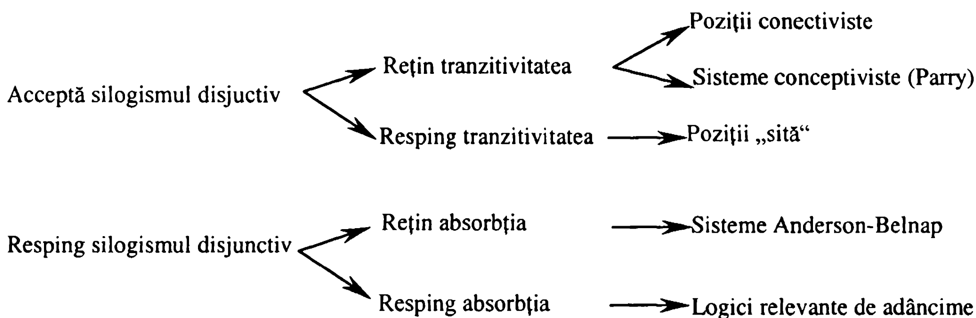
Faptul că C_ω (C_1) conține în mod conservator fragmentul pozitiv al logicii intuiționiste (clasice) nu este un accident. Căci, unul din principiile de motivare ale lui da Costa pentru construcția sistemelor C este că ele „trebuie să conțină cea mai mare parte a regulilor schematice ale ... (logicii clasice) care nu ... (interferă cu paraconsistența lor, sau fac $\sim (A \wedge \sim A)$ demonstrabil)"[59]. În acest fel, el se obligă față de un operator de implicație foarte puternic. Aceasta este o greșeală, nu numai pentru că operatorii de implicație puternici sunt irelevanți, dar și pentru că acest lucru îl forțează pe da Costa să trateze negația în mod inadecvat. De exemplu, faptul că teoria conține paradoxul $A \supset (B \supset A)$ înseamnă că contrapoziția trebuie eliminată. Ceea ce (împreună cu tranzitivitatea implicației) conduce imediat la $A \supset (\sim A \supset \sim B)$, din punct de vedere paraconsistent inacceptabil. În mod similar, faptul că teoria conține paradoxul $A \supset (B \vee \sim B)$ înseamnă că ori contrapoziția, ori legea lui de Morgan trebuie eliminată. Căci dacă ar rămâne, am avea și $\sim (\sim B \vee B) \supset \sim A$, și $B \wedge \sim B \supset \sim (\sim B \vee B)$, dat fiind $(B \wedge \sim B) \supset \sim A$, inacceptabil din punct de vedere paraconsistent. Aceeași observație poate fi făcută cu privire la eșecul contrapoziției în logica discursivă. Mai mult, faptul că $\vDash_{df} (B \wedge \sim B) \supset_{df} A$ forțează orice paraconsistentist discursivist să renunțe la legea adjuncției $\{A, B\} \vDash_{df} A \vee B$. Astfel, deși relevanța este o chestiune separată de paraconsistență, o atitudine cavalerească față de relevanță aduce numai nenorociri, cel puțin într-o teorie logică paraconsistentă. Nici implicația materială, nici cea intuiționistă, nici cea discursivă, nu este o abordare potrivită pentru un paraconsistentist.

[58] Newton C.A.da Costa, Guillaume, 1965.

[59] Newton C.A. da Costa, 1974, p. 498.

3.3. Abordarea relevantă

Toate acestea ne forțează spre o a treia abordare paraconsistentistă a implicației: cea prin intermediul implicației relevante. Pentru scopul lucrării de față luăm din nou o logică propozițională larg relevantă drept una care satisface condiția de împărțire a variabilei a lui Anderson și Belnap[60]. În mod clar, orice logică relevantă va evita execrabilul – din punct de vedere paraconsistent – *ex falso quodlibet* și, prin urmare, va fi un candidat *prima facie* la o logică paraconsistentă. Oricum, există multe abordări ale logicii relevante. Ele pot fi clasificate, în mod util pentru scopurile noastre, după cum urmează:



O parte din aceste abordări nu sunt adecvate pentru paraconsistență (uneori chiar explicit). Am văzut deja cazul sistemelor colectiviste și conceptiviste, care permit răspândirea inconsistenței.

Cea de a treia abordare a logicii irelevante insistă asupra faptului că o logică adecvată trebuie să fie obținută prin impunerea unei condiții de relevanță de relaționare (ca o sită) asupra conservării adevărului clasic[61]. Astfel, $A \rightarrow B$ este presupus a se susține dacă A implică material (sau strict) B și $R(A, B)$, unde R este o relație adecvată de relevanță, se susține, de obicei, luată drept un fel sau altul de relație de semnificație[62]. Această abordare noi o considerăm fundamental eronată, din mai multe motive. Iată câteva.

Mai întâi, asemenea abordări iau, în mod normal (și cu o plauzibilitate superficială) împărțirea variabilei drept un criteriu suficient pentru relevanță. Dacă este așa, atunci fiecare din relațiile $(A \wedge B) \rightarrow B$, $A \rightarrow (A \vee B)$, $(A \wedge (\sim A \vee B)) \rightarrow B$ devin relevant valide. Dar, acestea, plus tranzitivitatea lui „$\rightarrow$" conduc, prin

[60] Ca și înainte, o logică pur propozițională este (în sens slab) relevantă dacă și numai dacă nu există nici o teoremă de forma $A \rightarrow B$, unde A și B nu au nici o variabilă propozițională în comun.

[61] Pentru exemple ale acestei abordări v. Epstein, 1979; Copeland, 1980; Epstein și Szcerba, 1979.

[62] De fapt, diverse condiții de relevanță (începând cu cerințele sintactice simple cum ar fi incluziunea ori suprapunerea variabilă) pot fi impuse asupra unei varietăți mari de logici. Procedura cea mai generală permite nu doar diferitelor logici non-tranzitive, dar și unor anumite logici Parry și unor logici relevante de adâncime, să fie reprezentate ca impunând un filtru asupra logicilor clasice sau modale.

argumentul obişnuit al lui Lewis, la $(A \wedge \sim A) \rightarrow B$, ceea ce este vădit irelevant. Astfel, tranzitivitatea implicației trebuie abandonată[63]. Acesta pare a fi un principiu fundamental al implicației, aproape la fel de important ca şi *modus ponens*, încât ar trebui abandonat numai în situații extreme. Din moment ce există alte abordări ce validează tranzitivitatea, aceste circumstanțe nu se obțin[64].

În al doilea rând, deşi aceste abordări mai degrabă evită obiecția irelevanței, ele nu scapă de obiecția lui Curry. Pentru absorbție, $A \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow .A \rightarrow B$ este o teză a acestor sisteme, alături de *modus ponens*. Căci $A \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow .A \rightarrow B$ este o teză clasică (sau strictă), iar antecedentul şi consecventul sunt legate, ca în $R(A \rightarrow (A \rightarrow B),\ A \rightarrow B)$ din moment ce $R(A \rightarrow B, A \rightarrow B)$ (deoarece R este reflexiv) şi astfel se leagă consecventul lui $A \rightarrow (A \rightarrow B)$ de $(A \rightarrow B)$. Astfel, asemenea sisteme sunt inadecvate pentru scopurile majore ale paraconsistenței[65].

În al treilea rând, relația de relevanță R ar părea să fie, cum este şi luată de obicei, simetrică (dacă nu este, natura relevanței devine obscură)[66]. Dar să considerăm exemplul adevărat: „Astăzi este luni" implică „Mâine nu este luni". Să scriem aceasta ca $A \rightarrow B$. Dacă este adevărată, atunci $R(A, B)$ se susține, iar din moment ce R este simetrică, $R(B, A)$ se susține de asemenea. Să presupunem acum că azi este duminică, deci B este fals. Astfel, inferența de la B la A este material conservativă de adevăr. De unde, este adevărat că „Mâine nu este luni" implică „Astăzi este luni" – o absurditate evidentă. Un exemplu similar poate funcționa şi împotriva celor care vor să impună relevanța asupra implicației stricte. „31 este un număr par mai mare decât 2" implică „31 este un număr compus". Oricum,

---

[63] Teoriile non-tranzitive ale implicației, aceasta fiind o trăsătură mai ales pentru tradiția de la Cambridge, merg înapoi cel puțin până la Strode, în Evul Mediu. În mod tipic, non-tranzitivitatea rezulta prin adăugarea mai multor cerințe la implicația materială sau strictă, cel mai adesea cerințe de ordin epistemologic privind felurile în care putem cunoaşte adevărul implicației. Relația inițial nespecificată, R, a implicației relaționale, este cel mai recent şi, în anumite privințe, cel mai crud exemplu de încercare de eliminare a „răului"; dar, cum se întâmplă cu orice „sită", rămâne fără fund în înfruntarea cu această sarcină, prin admiterea silogismului disjunctiv şi eliminarea tranzitivității. (Asupra virtuților acestor principii, v. *RLR*, cap. 2). O altă cale, mai subtilă, de impunere a filtrului, cu o finalitate similară, este cea a lui Tennant (1984). sistemul relevant ce rezultă satisface silogismul disjunctiv, cu costul evitării tranzitivității. Astfel, sistemul este nepotrivit pentru reprezentarea multor teorii inconsistente care sunt legate prin consecință logică. Mai mult, sistemul este vulnerabil obiecției Curry.

[64] Un caz pentru tranzitivitate şi evitarea respingerii ei este dezvoltat în *RLR*, mai ales în primele părți ale cap. 2

[65] Unii dintre cei mai importanți exponenți ai logicilor relaționale par să uite faptul că un rol important al logicii deductive (ca şi al celei inductive de fapt) este raționarea din (sau alături de) inconsistență. Altfel, probabil că Woods şi Walton nu şi-ar fi început textul despre erori cu următoarea falacie atipică: „Spre deosebire de logica deductivă şi inductivă, modelul plauzibil al argumentului ne permite să ne ocupăm de cazurile în care întâlnim contradicții" (1982, p. vii).

[66] O relație R pentru care simetria nu este necesară este luată în considerare de către Epstein, 1979. Ea rămâne însă neinterpretată, decât în mod formal, în timp ce relația simetrică poate fi interpretată în termenii topicii distribuite sau subiectului material. Natural, există aici relații non-simetrice care prezintă interes, de exemplu relația tranzitivă a incluziunii variabile, importantă pentru anumite logici Parry. Dar acestea nu sunt, sau nu sunt *doar* relații de relevanță. (Pentru o discuție a logicilor Parry, v. *RLR*).

„31 este un număr compus" nu implică „31 este un număr par mai mare decât 2". Astfel, relevanța nu este o condiție suplimentară de luat în seamă, mai presus de conservarea adevărului[67]. Mai degrabă, relevanța ar trebui definită, cum face logica tradițională, în termeni de implicație[68].

O abordare mult mai inspirată a logicii relevante este cea a lui Anderson şi Belnap, care *încep* prin a încerca să dea seama de implicație[69]. Oricum, abordarea lor nu a ținut seama niciodată cu precizie de paraconsistență şi toate sistemele lor de logică relevantă, anume *E*, *T* şi *R*, cad în fața obiecției lui Curry. Toate conțin regula jignitoare $A \rightarrow (A \rightarrow B) / A \rightarrow B$[70]. Astfel, o logică paraconsistentă relevantă poate fi găsită numai în sistemele mai slabe decât *E*, *T* şi *R*, care au devenit cunoscute drept „logici relevante de adâncime"[71]. Din nou, există câteva abordări diferite de acestea, dar din moment ce scopul nostru nu este acela de a trece în revistă logicile relevante, vom sublinia una singură, care are un conținut intuitiv puternic[72].

Fie *L* un limbaj. Dacă *A* este o propoziție din *L*, fie $[A]$ sensul sau conținutul obiectiv al lui *A*. Fie $\leq$ relația de conținere de sens, ca în exemplul $[A] \leq [B]$ dacă şi numai dacă sensul lui *A* conține sensul lui *B* (adică, tot conținutul lui *B* este inclus în cel al lui *A*). În mod clar, $\leq$ este o ordonare parțială. Mai mult, asumând că sensul unui compus este o funcție a sensurilor părților sale, putem defini funcțiile $\cup$, $\cap$ şi $*$ astfel: $[A] \cup [B] = [A \vee B]$; $[A] \cap [B] = [A \wedge B]$; $[A]^* = [\sim A]$. Se poate argumenta în mod convingător că aceste operații transformă ordonarea parțială a sensurilor într-o latice de Morgan, cum ar fi o latice distributivă pentru care $\cup$ este alăturare, $\cap$ este întâlnire, iar $*$ este o involuție, de pildă o funcție astfel încât $a^{**}=a$ şi dacă $a \leq b$, atunci $b^* \leq a^*$. Astfel, de exemplu, sensul lui $A \wedge B$ conține atât sensul lui *A*, cât şi pe cel al lui *B*. Mai mult, tot ceea ce conține ambele sensuri va conține şi pe cel al lui $A \wedge B$. Astfel, o latice de Morgan poate fi considerată ca o latice de sensuri.

---

[67] Există mult mai multe nereguli în ideea înlănțuirii, aşa cum este, de exemplu, implementată în logica relațională. De pildă, ea validează falaciile Ackermann, cum ar fi $A \rightarrow .(A \rightarrow B) \rightarrow B$, care sunt şi ele imediat contrazise în calitate de principii implicaționale şi condiționale. De asemenea, ea deteriorează condițiile de substituire aşteptabile şi legitime, cum ar fi inter-substituirea co-implicaților, şi poate interfera cu substituția pe variabile.

[68] Astfel, de exemplu, *A* este (implicațional) relevant pentru *B*, dacă şi numai dacă *A* nu este independent de *B*, de pildă, dacă şi numai dacă *A* este fie superimplicant, fie subimplicant, fie echivalent, fie contrar, fie sub/contrar sau contradictoriu cu *B*, de exemplu, dacă şi numai dacă una din relațiile $A \rightarrow B$, $B \rightarrow A$, $A \rightarrow \sim B$, $\sim A \rightarrow B$ se susține.

[69] Anderson şi Belnap, 1975.

[70] Chiar şi o versiune a lui *R* fără axiome de absorbție conține o versiune a paradoxului Curry: v. Slaney, 1989. Mai multe argumente împotriva sistemelor Anderson şi Belnap şi în favoarea logicilor relevante de adâncime pot fi găsite în Priest şi Routley, 1982.

[71] Pentru termen, v. Brady, 1982.

[72] Acest lucru este dat în Priest, 1980a. Este similar cu semanticile de arie a lui Routley şi Routley, 1972, cu eliminarea restricției asupra *Wff* de primul grad, ceva legat de aceasta fiind tratat – şi făcut explicit pentru semanticile de conținut duale – în *EMJB*, Apendix, unde se pot găsi mai multe detalii. Mai mult, aceste semantici sunt imediat încorporate în semantici mult mai familiare pentru logica relevantă; vezi de exemplu *RLR*, cap. 3.

O algebră a sensurilor ne permite să definim implicația (*entailment*) într-o manieră foarte naturală. Este plauzibil să presupunem, cum au făcut-o mulți, că o implicație (*entailment*) este adevărată numai dacă sensul antecedentului îl conține pe cel al consecventului. Astfel $A \rightarrow B$ este adevărat, dacă şi numai dacă $[A] \leq [B]$. Formal, dacă T este mulțimea sensurilor propozițiilor adevărate, $[A \rightarrow B] \in T$, dacă şi numai dacă $[A] \leq [B]$. Este, de asemenea, rațional să presupunem că T este cel puțin un filtru primar al laticei, anume că $a \cap b \in T$, dacă şi numai dacă $a \in T$ şi $b \in T$; $a \cup b \in T$, dacă şi numai dacă $a \in T$ sau $b \in T$; şi dacă $a \in T$ şi $a \Rightarrow b \in T$, $b \in T$ (unde $[A] \Rightarrow [B]$ este $[A \rightarrow B]$).

Celelalte detalii ale laticei şi filtrului de adevăr T sunt mult mai negociabile, dar este deja clar că aceste semantici arată că ceea ce urmează este logic adevărat

$$A \rightarrow A, A \rightarrow \sim\sim A, \sim\sim A \rightarrow A, A \wedge B \rightarrow A, A \rightarrow A \vee B,$$

iar următoarele inferențe sunt conservative de adevăr

$$A \rightarrow B, B \rightarrow C / A \rightarrow C \qquad A \rightarrow B / \sim B \rightarrow \sim A$$
$$A \rightarrow B, A \rightarrow C / A \rightarrow B \wedge C \qquad A \rightarrow C, B \rightarrow C / A \vee B \rightarrow C$$
$$A, A \rightarrow B / B$$

ceea ce este exact lucrul pe care îl aşteptăm de la un operator de implicare (*entailment*) $\rightarrow$. De unde este clar că aceste detalii oferă baza unei semantici pentru implicare.

S-ar putea să nu fie destul de clar cum se leagă aceste semantici de cele pentru cazul de grad zero pe care le-am discutat în subcapitolul 2.3 al acestui capitol. Legătura este aceasta[73]: Să presupunem că definim o aplicație v de la formulele de grad zero până la $\{0, 1\}$, după cum urmează : $1 \in v(A)$, dacă şi numai dacă $A \in T$; şi $0 \in v(A)$, dacă şi numai dacă $\sim A \in T$. Atunci v este o evaluare de grad zero de felul specificat în subcapitolul 2.3 al acestui capitol. Pentru a fi mai precis, semantica de felul celei specificate face v o aplicație la $V \cup \{\varphi\}$, permițând astfel absența valorilor de adevăr (vezi nota 46). Condiția următoare: $a \in T$ sau $a^* \in T$ face din v o aplicație la V. Astfel, aceste semantici subsumează semanticile de grad zero şi le extind la grade mai mari.

O implicație bazată pe aceste semantici este extrem de satisfăcătoare pentru scopurile paraconsistenței şi nu suferă din cauza nici uneia din problemele implicației specifice celor două abordări anterioare: este relevantă. Formula generatoare a paradoxului de tip Curry, $A \rightarrow (A \rightarrow B) / A \rightarrow B$, cade; negația are proprietățile corespunzătoare (contrapoziția, de Morgan, dubla negație) etc. Mai mult, cum vom vedea, teoria naivă a mulțimilor şi semantica bazată pe acest fel de logică relevantă, deşi ele pot fi inconsistente, sunt demonstrabil non-triviale[74].

[73] Priest, 1980a, Appendix.
[74] Bradley, 1989.

De unde conchidem că aceasta este abordarea cea mai potrivită a implicației din punctul de vedere al scopurilor paraconsistenței și, că, mai general, abordarea relevantă a paraconsistenței este cea mai satisfăcătoare.

Bibliografie

[1] ACKERMANN, W. – „Begrundung einer stregneg Implikation“, *Journal of Symbolic Logic* 21, pp. 113–128.
[2] ANDERSON, A.R., BELNAP, N.D. – *Entailment*, Princeton University Press, 1975.
[3] ARRUDA, A.I. – „Remarks on da Costa's paraconsistent set theories“, în *Proceedings of the Fifth Latin american Symposium on Mathematical Logic*, Marcel Dekker, 1982.
[4] ARRUDA, A.I., BATENS, D. – „Russell's set versus the universal set in paraconsistent set theories“, *Logique et Analyse*, 25, pp. 121–136, 1982.
[5] BELNAP, N.D., JR. – *A useful four-valued logic*, în J. M. Dunn și G. Epstein (eds.), *Modern Uses of Multiple-Valued Logic*, Dordrecht, Reidel, pp. 5–37, 1977.
[6] BERKELEY, G. – *The Analyst*, în *Collected Works*, eds. A.C.Fraser, Oxford, vol. III, (1734), 1901.
[7] BOYER, C. – *The History of the Calculus and its Conceptual development*, New York, Dover, 1949.
[8] BRADY, R. –*The Non-triviality of Dialectical Set Theory*, volumul de față, pp. 437–471, 1989.
[9] BRADY, R. – „Depth relevance of some paraconsistent logics“, *Studia Logica*, 43, pp. 63–74, 1984.
[10] COPELAND, B.J. – „The trouble Anderson and Belnap have with relevance“, *Philosophical Studies*, 37, pp. 325–334, 1980.
[11] CURRY, H. – „The inconsistency of certain formal logics“, *Journal of Symbolic Logic*, 7, pp. 115–117, 1942.
[12] DA COSTA, N. – „On the theory of inconsistenmt formal systems“, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, XV, pp. 497–510, 1974.
[13] DA COSTA, N. ȘI ALVES, E.H. – „Une semantique pour le calcul C_1“, *Comptes Rendus Hebdomadaires des Seances et l'Acad. Des Sciences*, Paris, 283A, pp. 729–731, 1976.
[14] DA COSTA, N. ȘI DUBIKAJTIS, L. – „Sur la logique discoursive de Jaskowski“, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences*, XVI, pp. 551–557, 1968.
[15] DA COSTA N., ȘI GUILLAUME M. – „Negations composees et la loi de Peirce dans les systemes C_n“, *Portugalia Mathematica*, 24, Fasc 4, pp. 201–210, 1965.
[16] DUNN, J.M. – „Intuitive semantics for first-degree entailments and coupled trees“, *Philosophical Studies*, 29, pp. 149–68, 1976.
[17] DWORKIN, R. – *Taking Rights Seriously*, London, Duckworth, 1977.
[18] EPSTEIN, R. – „Relatedness and implication“, *Philosophical Studies*, 36, pp. 137–173, 1979.
[19] EPSTEIN, R., SZCERBA, L. – „Relatedness and interpretability“, *Philosophical Studies*, 36, pp. 225–231, 1979.
[20] FEYERABEND, P. – *In defence of Aristotel*, în *Progress and Rationality in Science*, eds. Radnityky, G., Anderson, G., Dordrecht, Reidel, 1978.
[21] GILMORE, P.C. – „The consistency of partial set theory without extensionality“, *I.B.M. Research Report*, RC 1973, Dec. 21, 1967, 1973.
[22] HEGEL, G.W.F. – *Science of Logic*, English translation by A.V.Miller, London, Allen and Unwin, (1812), 1969.
[23] HEGEL, G.W.F. – *Logic: being part one of the Encyclopedia of Philosophical Sciences*, Transl. by W.Wallace, Oxford University press, 1975.
[24] HOOK, S. – *The Paradoxes of Freedom*, University of California Press, 1962.
[25] JASKOWSKY, S. – „Propositional calculus for contradictory systems, *Studia Logica*, XXIV, pp. 143–157, 1969.

[26] **Kotas, J., da Costa, N.** – *On the problem of Jaskowski and the logics of Lukasiewicz, Math. Logic: Proc. Of the 1st Brazilian Conf.*, eds: A.I.Aruda ș.a., New York, Marcel Dekker, 1978.

[27] **Lakatos, I.** – „Falsification and the methodology of scientific research programs", *Collected Works*, vol.1, Cambridge university Press, (1970), 1978.

[28] **Loparić, A.** – „Une etude semantique de quelques calculs propositionnels", *Comptes Rendus Acad. Des Sciences*, Paris, 284A, pp. 835–838, 1977.

[29] **Meyer, R.K. și Dunn, J.M.** – „Curry's paradox", *Analysis*, 39, pp. 124–128, 1979.

[30] **Mortensen, C.** – „Every quotient algebra for C_1 is trivial", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, XXI, pp. 694–700, 1980.

[31] **Pena, L.** – *Verum et Ens Convertuntur*, vol. de față, pp. 563–612, 1989.

[32] **Priest, G.** – „Logic of paradox", *Journal of Philosophical Logic*, 8, pp. 219–241, 1979.

[33] **Priest, G.** – *A Dialectical Account of the Growth of Science*, unpublished typescript, 1980.

[34] **Priest, G.** – „Sense, entailment and *modus ponens*", *Journal of Philosophical Logic*, 9, pp. 415–435, 1980a.

[35] **Priest, G.** – *Reductio ad absurdum et Modus Tollendo Ponens*, vol de față, pp. 613–626, 1989.

[36] **Priest, G., Routley, R.** – „Lessons from PseudoScotus", *Philosophical Studies* 42, pp. 189–199, 1982.

[37] **Rescher, N., Brandom, R.** – *The Logic of Inconsistency*, Oxford, Blackwell, 1980.

[38] **Routley, R.** – „The choice of logical foundation: non-classical choices and the ultralogical choice", *Studia Logica*, 39, pp. 77–88, 1978.

[39] **Routley, R.** – „Dialectical logic, semantics and metamathematics", *Erkenntnis*, 14, pp. 301–331, 1979.

[40] **Routley, R.** – *Exploring Meinong's Jungle and Beyond*, Canberra, Australian National University (notat: *EMJB*), 1980.

[41] **Routley, R. ș.a.** – *Relevant Logics and their Rivals*, Atascadero, CA, Ridgeview (notat: RLR), 1982.

[42] **Routley, R., Norman J. (eds.)** – *Directions in Relevant Logics*, Nijhoff, 1988.

[43] **Routley, R., Routley, V.** – „The semantics of first degree entailment", *Nous*, 6, pp. 335–359, 1972.

[44] **Routley, R., Routley, V.** – „The role of inconsistent and incomplete theories in the logic of belief", *Communication and Cognition*, 8, pp. 185–235, 1975.

[45] **Scotch, P., Jennings, R.** – „On Detonating", vol. de față, pp. 306–327, 1989.

[46] **Slaney, J.** – *RWX is not Curry paraconsistent*, vol. de față, pp. 472–480, 1989.

[47] **Tennant, N.** – „Perfect validity, entailment and paraconsistency", *Studia logica*, 43, pp. 181–200, 1984.

[48] **Woods, J., Walton, D.** – *Argument, the Logic of Fallacies*, New York, McGraw-Hill, Ryerson, 1982.

Logici paraconsistente[1]

Anthony HUNTER

1. Introducere

În raționamentele practice se întâmplă adeseori să avem „prea multă" informație cu privire la o anumită situație. Cu alte cuvinte, se poate întâmpla ca informațiile de care dispunem să fie inconsistente în sensul clasic al cuvântului. Diversitatea logicilor propuse pentru problemele raționamentului practic indică marea complexitate a acestei forme de raționare. Esențială pentru raționarea practică este, se pare, nevoia de a raționa cu informație inconsistentă fără ca logica să fie trivializată (Gabbay și Hunter, 1991; Finkelstein ș.a., 1994). Aceasta este nevoia de a deriva inferențe rezonabile fără a deriva inferențele triviale ce urmează regulii de demonstrare *ex falso quodlibet* care are loc în logica clasică.

$$\frac{\alpha, \neg\alpha}{\beta} \qquad (\textit{ex falso quodlibet})$$

Astfel, de exemplu, dintr-o bază informațională $\{\alpha, \neg\alpha, \alpha \rightarrow \beta, \delta\}$, inferențele rezonabile pot include α, $\neg\alpha$, $\alpha \rightarrow \beta$, și δ prin reflexivitate, β prin modus ponens, $\alpha \wedge \beta$ prin introducerea conjuncției, $\neg\beta \rightarrow \neg\alpha$ și așa mai departe. În opoziție, inferențele triviale pot include γ, $\gamma \wedge \neg\delta$ etc., prin *ex falso quodlibet*.

---

[1] D. Gabbay și Ph. Smets (eds.), ***Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainty Management Systems***, vol. 2, editat de Ph. Besnaid și A. Hunter, ***Reasoning with Actual and Potential Contradictions***, p. 11, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, 1998. **Traducere de S. Francu** (*N.T.*).

Notă:

Întrucât mulți termeni de specialitate nu au corespondent satisfăcător în limba română, traducătoarea și-a asumat libertatea de a găsi soluțiile cele mai convenabile. Eventualele îmbunătățiri ale acestor echivalări trebuie să țină seama de definiția termenului (acolo unde o asemenea definiție există) și de utilizarea lui în context.

Soluțiile la problema informației inconsistente includ revizuirea bazei informaționale şi logicile paraconsistente. Prima abordare elimină efectiv informația inconsistentă din baza informațională pentru a crea o nouă bază informațională consistentă. În opoziție, a doua abordare lasă baza informațională inconsistentă, dar interzice logicilor derivarea inferențelor triviale. Din nefericire, prima abordare presupune posibilitatea pierderii informației folositoare – există posibilitatea de fi forțați să facem o selecție prematură a noii noastre baze informaționale, sau chiar posibilitatea de a nu putea face deloc o astfel de selecție. Ne vom referi, prin urmare, la avantajele şi dezavantajele abordării paraconsistente.

Principalul obiectiv al lucrării este de a prezenta o varietate de logici paraconsistente care oferă inferențe rezonabile din informația inconsistentă. Ne referim la: (1) *logicile slab negative* care folosesc întregul limbaj clasic, dar numai o submulțime a teoriei clasice a demonstrării; (2) *logicile tetravalente* care folosesc o submulțime a limbajului clasic şi o submulțime a teoriei clasice a demonstrării, împreună cu o semantică intuitivă tetravalentă; (3) *logica cvasi-clasică* care foloseşte întregul limbaj clasic, chiar dacă informația şi problemele sunt efectiv rescrise de logică într-o formă conjunctivă normală şi raționarea se exercită în principal asupra găsirii unei propoziții; şi (4) *logicile argumentative* care raționează cu submulțimi consistente de formule clasice.

Aceste opțiuni se comportă în moduri diferite cu informația. Nici una nu poate fi considerată perfectă în tratarea informației inconsistente, în general. Mai degrabă ele creează un spectru de abordări. Totuşi, în toate abordările pe care le-am menționat, scopul este de a nu ne îndepărta de raționarea clasică din moment ce logica clasică are multe trăsături atrăgătoare pentru reprezentarea cunoaşterii şi raționare.

2. Raționarea clasică

În acest subcapitol ne vom referi la raționarea clasică mult mai detaliat prin prezentarea unor definiții de bază ce sunt necesare dezvoltării logicilor paraconsistente.

2.1. Limbajul şi teoria demonstrației

Definiția 1. Fie $\mathcal{L}$ o mulțime de formule clasice propoziționale formate dintr-o mulțime de atomi şi conectorii $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ şi $\neg$. O bază informațională Δ este o submulțime a lui $\mathcal{L}$.

Definiția 2. Pentru fiecare atom $\alpha \in \mathcal{L}$, α este o variabilă şi $\neg\alpha$ este o formulă. Pentru $\alpha_1 \vee \ldots \vee \alpha_n \in \mathcal{L}$, $\alpha_1 \vee \ldots \vee \alpha_n$ este o formulă dacă şi numai dacă

fiecare din $\alpha_1, .., \alpha_n$ este o variabilă. Pentru $\alpha_1 \wedge ... \wedge \alpha_n \in \mathcal{L}$, $\alpha_1 \wedge ... \wedge \alpha_n$ este într-o formă conjunctivă normală (CNF [2]) dacă şi numai dacă fiecare din $\alpha_1, .., \alpha_n$ este o propoziţie.

Definiţia 3. Pentru $\alpha_1 \wedge ... \wedge \alpha_n \in \mathcal{L}$, şi $\beta \in \mathcal{L}$, $\alpha_1 \wedge .. \wedge \alpha_n$ este într-o formă conjunctivă normală (CNF) a lui β dacă şi numai dacă $\alpha_1, .., \alpha_n$ este echivalentul clasic al lui β, şi $\alpha_1, .., \alpha_n$ este într-o CNF.

Pentru orice $\alpha \in \mathcal{L}$, o CNF a lui α poate fi creată prin aplicarea distributivităţii, eliminării dublei negaţii şi legilor de Morgan.

Definiţia 4. Relaţia $\vdash$ este o consecinţă clasică, definită în mod standard peste $\mathcal{L}$. Pentru o bază informaţională Δ, $C_n(\Delta)$ este mulţimea $\{\varnothing \mid \Delta \vdash \varnothing\}$.

2.2. Proprietăţile relaţiilor de consecinţă

Următoarele proprietăţi standard ale relaţiilor de consecinţă au fost adaptate de la cele date de Gabbay (Gabbay, 1985) şi Gärdenfors şi Makinson (Gärdenfors şi Makinson, 1993).

Definiţia 5. Fie $\vdash_x$ o asemenea relaţie de consecinţă, unde $\vdash_x \subseteq \wp(\mathcal{L})\times\mathcal{L}$. Introducem următoarele proprietăţi:

$\Delta \vdash_x \alpha$, dacă $\Delta \vdash \alpha$	(supraclasicalitatea)
$\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \alpha$	(reflexivitatea)
$\Delta \cup \{\beta\} \vdash_x \gamma$, dacă $\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \gamma$ şi $\vdash \alpha \leftrightarrow \beta$	(echivalenţa logică la stânga)
$\Delta \vdash_x \alpha$, dacă $\Delta \vdash_x \beta$ şi $\vdash \beta \rightarrow \alpha$	(implicaţia la dreapta)
$\Delta \vdash_x \alpha \wedge \beta$, dacă $\Delta \vdash_x \alpha$ şi $\Delta \vdash_x \beta$	(conjuncţia)
$\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \beta$, dacă $\Delta \nvdash_x \neg\alpha$ şi $\Delta \vdash_x \beta$	(monotonicitatea raţională)
$\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \beta$, dacă $\Delta \vdash_x \alpha$ şi $\Delta \vdash_x \beta$	(monotonicitatea simplă)
$\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \beta$ dacă $\Delta \vdash_x \beta$	(monotonicitatea)
$\Delta \vdash_x \beta$, dacă $\Delta \vdash_x \alpha$ şi $\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \beta$	(tăietura)
$\Delta \vdash \bot$, dacă $\Delta \vdash_x \bot$	(conservarea consistenţei)
$\Delta \vdash_x \alpha \rightarrow \beta$, dacă $\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \beta$	(condiţionalizarea)

[2] CNF – *Conjunctive Normal Form.* (*N.T.*)

$\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \beta$, dacă $\Delta \vdash_x \alpha \rightarrow \beta$ (deducția)

$\Delta \cup \{\alpha \vee \beta\} \vdash_x \gamma$, dacă $\Delta \cup \{\alpha\} \vdash_x \gamma$ și $\Delta \cup \{\beta\} \vdash_x \gamma$ (disjuncția)

Aceste proprietăți au fost propuse ca și condiții dezirabile ale unei relații de consecință. În particular, identificarea proprietăților care eșuează indică deviația de la logica clasică.

2.3. Noțiuni ale trivializării

În cele ce urmează vom defini noțiunea de *clauză trivială* și de *clauză pură* relativ la o mulțime de formule.

Definiția 6. Fie $\vdash_x$ o relație de consecință, unde $\vdash_x$ este definit prin anumite reguli de demonstrare . Deci, $\vdash_x \subseteq \wp(\mathcal{L}) \times \mathcal{L}$. Relația $\vdash_x$ este trivializabilă dacă și numai dacă pentru orice α, β,$\{\alpha, \neg\alpha\} \vdash_x \beta$.

În continuare avem nevoie de funcția *Atoms* (Δ) – care dă mulțimea de atomi folosiți în mulțimea de formule din Δ.

Definiția 7. Fie $\Delta \in \wp(\mathcal{L})$, și $\alpha, \beta, \gamma_1 \wedge \ldots \wedge \gamma_n, \delta_1 \vee \ldots \vee \delta_n \in \mathcal{L}$,

$$Atoms(\Delta \cup \{\beta\}) = Atoms(\{\beta\}) \cup Atoms(\Delta)$$

$$Atoms(\emptyset) = \emptyset$$

$$Atoms(\{\beta\}) = Atoms(\{\gamma\}, \text{ unde } \gamma \text{ este CNF a lui } \beta$$

$$Atoms(\{\gamma_1 \wedge \ldots \wedge \gamma_n\}) = Atoms(\{\gamma_1\}) \cup \ldots \cup Atoms(\{\gamma_n\})$$

$$Atoms(\{\delta_1 \vee \ldots \vee \delta_n\}) = Atoms(\{\delta_1\}) \cup \ldots \cup Atoms(\{\delta_n\})$$

$$Atoms(\{\neg\alpha\}) = Atoms(\{\alpha\})$$

$$Atoms(\{\alpha\}) = \{\alpha\}, \text{ dacă } \alpha \text{ este un atom}$$

Propoziția 1. Fie $\Delta \subseteq \mathcal{L}$ și $C_x(\Delta)$ închiderea față de relația de consecință a lui Δ prin $\vdash_x$, i.e. $C_x(\Delta) = \{\alpha | \Delta \vdash_x \alpha\}$. Pentru orice $\Delta \subseteq \mathcal{L}$, unde $\Delta \vdash \bot$, relația de consecință $\vdash_x$ este trivială, dacă și numai dacă $C_x(\Delta) = \mathcal{L}$.

O logică paraconsistentă are o relație de consecință non-trivializabilă. În orice caz, din moment ce noțiunea de trivial este destul de generală, am introdus definiția celei pure. Aceasta corespunde relevanței dintre premise și consecințe.

Definiția 8. Un enunț $\alpha \in \mathcal{L}$ este pur relativ la $\Delta \in \wp(\mathcal{L})$, dacă și numai dacă $Atoms(\Delta) \cap Atoms(\{\alpha\}) \neq \emptyset$. O relație de consecință $\vdash_x$ este pură, dacă și numai dacă pentru orice $\alpha \in \mathcal{L}$, $\Delta \in \wp(\mathcal{L})$, α este pur relativ la Δ.

Propoziția 2. Dacă o relație de consecință $\vdash_x$ este pură, atunci $\vdash_x$ este non-trivializabilă. În orice caz, conversa nu se susține cu necesitate.

În mod evident, relația clasică de consecință $\vdash$ este trivializabilă și nu pură.

2.4. Analiza bazei informaționale

Una din cele mai evidente strategii pentru tratarea inconsistenței într-o bază informațională este de a raționa cu submulțimi consistente ale bazei informaționale. Apropiată acestei abordări este aceea de a scoate din baza informațională informația care produce o inconsistență. În continuare analizăm câteva dintre problemele referitoare la aceste abordări în contextul teoriei clasice a demonstrării.

Definiția 9. Fie Δ o bază informațională. Atunci:

$$\mathrm{CON}(\Delta) = \{\Pi \subseteq \Delta \mid \Pi \nvdash \bot\}$$

$$\mathrm{INC}(\Delta) = \{\Pi \subseteq \Delta \mid \Pi \vdash \bot\}$$

$$\mathrm{MC}(\Delta) = \{\Pi \in \mathrm{CON}(\Delta) \mid \forall \Phi \in \mathrm{CON}(\Delta)\ \Pi \not\subset \Phi\}$$

$$\mathrm{MI}(\Delta) = \{\Pi \in \mathrm{INC}(\Delta) \mid \forall \Phi \in \mathrm{INC}(\Delta)\ \Phi \not\subset \Pi\}$$

$$\mathrm{FREE}(\Delta) = \cap\, \mathrm{MC}(\Delta)$$

unde: MC (Δ) este mulțimea de submulțimi maximal consistente ale lui Δ;
MI (Δ) – mulțimea de submulțimi minimal inconsistente ale lui Δ;
FREE (Δ) – mulțimea de informație pe care toate submulțimile maximal consistente ale lui Δ o au în comun.

Propoziția 3 (Elvang-Goransson și Hunter, 1995). Fie Δ o bază informațională. Atunci:

$$\cap \text{MC}(\Delta) = \Delta - \cup \text{MI}(\Delta)$$

Putem considera o submulțime maximal consistentă a unei baze informaționale ca reprezentând o imagine „plauzibilă“ sau „coerentă“ a bazei informaționale. Din acest motiv, mulțimea MC (Δ) este importantă în mai multe definiții prezentate în secțiunea următoare. Mai mult, considerăm FREE (Δ), care este egal cu $\cap$ MC (Δ), ca reprezentând toate informațiile „necontroversate“ din Δ. În opoziție, considerăm mulțimea $\cup$ MI(Δ) ca reprezentând toate informațiile „problematice“ din Δ.

***Exemplu* 1.** Fie $\Delta = \{\alpha, \neg\alpha, \alpha \rightarrow \beta, \neg\alpha \rightarrow \beta, \gamma\}$. Aceasta dă două submulțimi maximal consistente, $\Phi_1 = \{\alpha, \neg\alpha, \alpha \rightarrow \beta, \neg\alpha \rightarrow \beta, \gamma\}$ și $\Phi_2 = \{\neg\alpha, \alpha \rightarrow \beta, \neg\alpha \rightarrow \beta, \gamma\}$. De aici rezultă $\cap$ MC(Δ)=$\{\alpha \rightarrow \beta, \neg\alpha \rightarrow \beta, \gamma\}$ și o submulțime minimal inconsistentă $\Psi = \{\alpha, \neg\alpha\}$.

Propoziția 4 (Elvang-Goransson și Hunter, 1995). Fie Δ o bază informațională și $\alpha \in \mathcal{L}$; fie „max“ un operator ce ia $\subseteq$ – elementele maximale dintr-o mulțime de mulțimi.

$$\text{MC}(\Delta \cup \{\alpha\}) =$$

$$=\{\Phi \in \text{MC}(\Delta) \mid \Phi \vdash \neg\alpha\} \cup \{\Phi \cup \{\alpha\} \mid \Phi \in \max \{\Psi \in \text{CON}(\Delta) \mid \Psi \nvdash \neg\alpha\}\}$$

Putem acum folosi această propoziție pentru a arăta că MC ($\Delta \cup \{\beta\}$) poate fi construită direct din MC (Δ).

***Exemplul* 2.** Fie $\Delta = \{\alpha, \gamma \wedge (\alpha \vee \neg\beta), \neg\gamma \wedge (\neg\alpha \vee \neg\beta)\}$. Atunci:

$$\text{MC}(\Delta) = \{\{\alpha, \gamma \wedge (\alpha \vee \neg\beta)\}, \{\alpha, \neg\gamma \wedge (\neg\alpha \wedge \neg\beta)\}\} \text{ și}$$

$$\text{MC}(\Delta \cup \{\beta\}) = \{\{\alpha, \gamma \wedge (\alpha \vee \neg\beta), \beta\},$$

$$\{\alpha, \neg\gamma \wedge (\neg\alpha \vee \neg\beta)\}, \{\neg\gamma \wedge (\neg\alpha \vee \neg\beta), \beta\}\}.$$

Propoziția 5 (Elvang-Goransson și Hunter, 1995). Fie Δ o bază informațională și $\alpha \in \mathcal{L}$.

$$\text{FREE}(\Delta \cup \{\alpha\}) \subseteq \text{FREE}(\Delta) \cup \{\alpha\}$$

Acest rezultat se aplică în derivarea inferențelor din FREE(Δ) din moment ce alegerea de actualizare (sub forma FREE (Δ ∪ {α}) sau FREE (Δ) ∪ {α}) poate afecta raționarea.

Raționarea cu submulțimi consistente ale bazei informaționale contrastează semnificativ cu logicile slab-negative, logicile tetravalente şi logicile cvasi-clasice. În orice caz, ea formează baza logicilor argumentative.

3. Logici slab-negative

Pentru a evita trivializarea, logicile slab-negative fac un compromis în ceea ce priveşte teoria clasică a demonstrării. Ele permit, de exemplu, noțiunile normale de conjuncție, cum ar fi $\alpha \wedge \beta$ dă α, dar ele sunt substanțial mai slabe cu privire la negație.

Există un număr de moduri în care aceasta poate fi obținută. Un mod este de a slăbi logica clasică astfel încât acel *ex falso quodlibet* şi *reductio ad absurdum* să nu mai fie valabile. Aceasta ne oferă o logică paraconsistentă numită C_ω, propusă de da Costa (Newton da Costa, 1974).

3.1. Teoria argumentării pentru C_ω

În continuare oferim o prezentare a lui C_ω. Toate schemele din logica C_ω sunt scheme din logica clasică.

Definiția 10. Logica C_ω este definită de următoarea schemă axiomatică împreună cu regulile de argumentare *modus ponens.*

$$\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$$
$$(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma))$$
$$\alpha \wedge \beta \rightarrow \alpha$$
$$\alpha \wedge \beta \rightarrow \beta$$
$$\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha \wedge \beta)$$
$$\alpha \rightarrow \alpha \vee \beta$$
$$\beta \rightarrow \alpha \vee \beta$$
$$(\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow ((\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \vee \beta \rightarrow \gamma))$$
$$\alpha \vee \neg\alpha$$
$$\neg\neg\alpha \rightarrow \alpha$$

Această teorie a demonstrării oferă relația de consecință C_ω.

***Exemplul* 3.** Pentru a ilustra folosirea lui C_ω, considerăm următorul exemplu în care există o simetrie cu privire la faptului dacă α este sau nu este un δ. Cu alte cuvinte, există un argument că α este un δ şi un argument că α este $\neg\delta$.

$$\alpha \to (\beta \wedge \gamma)$$

$$\gamma \to \alpha$$

$$\beta \to \neg\alpha$$

$$\alpha$$

Folosind teoria demonstrării putem deriva inferenţe ce includ α, β şi γ. Putem, de asemenea, deriva atât δ cât şi $\neg\delta$.

În C_ω regulile de genul lui *modus tollens* şi ale silogismului disjunctiv eşuează.

$$\frac{\alpha \to \beta, \neg\beta}{\neg\alpha} \qquad (\textit{modus tollens})$$

$$\frac{\alpha \vee \beta, \neg\beta}{\alpha} \qquad (\text{silogism disjunctiv})$$

Multe echivalenţe folositoare, de asemenea, eşuează, cum ar fi,

$$\neg\alpha \vee \beta \not\equiv \alpha \to \beta$$

$$\neg\neg\alpha \not\equiv \alpha$$

În acest sens, logicile slab-negative sunt subsisteme ale logicii clasice. În particular, compromiterea negaţiei înseamnă că multe etape ale inferenţei clasice ce includ negaţia eşuează în logicile slab-negative. Dar pentru a ilustra sensibilitatea acestui compromis, considerăm următorul exemplu de raţionare care nu este valid în C_ω.

***Exemplul* 4.** Din schema

$$\alpha \to (\beta \to \alpha)$$

putem deriva în C_ω o axiomă

$$\alpha \to (\neg\beta \to \alpha)$$

Asumăm contrapoziția, care nu se susține în C_ω:

$$(\neg\beta \rightarrow \alpha) \rightarrow (\neg\alpha \rightarrow \beta).$$

Prin tranzitivitate, va rezulta:

$$\alpha \rightarrow (\neg\alpha \rightarrow \beta)$$

care este o formă a lui *ex falso quodlibet*. Deci, contrapoziția nu poate fi o parte a lui C_ω.

În orice caz, eliminarea regulilor de inferență clasică denotă că acești conectori propoziționali din limbaj nu se comportă într-o manieră clasică. În cazul lui C_ω clasicul „sens" al negației – și, ca rezultat, interdefinibilitatea conectorilor clasici – a fost trădat în schimbul non-trivializării. O astfel de manifestare, după Besnard (1991), este următoarea.

***Exemplul* 5.** În C_ω silogismul disjunctiv, $((\alpha \vee \beta) \wedge \neg\beta) \rightarrow \alpha$, nu se susține, în timp ce *modus ponens*, $(\alpha \wedge (\alpha \rightarrow \beta)) \rightarrow \beta$, se susține. Astfel, de exemplu, α nu rezultă din baza informațională: $\{(\alpha \vee \beta), \neg\beta\}$, în timp ce α rezultă din baza informațională: $\{(\neg\beta \rightarrow \alpha), \neg\beta\}$.

Există multe exemple similare care pot fi considerate ambigue și contra-intuitive dintr-o perspectivă a raționării uzuale.

Propoziția 6 (Hunter, 1996b). Următoarele proprietăți se susțin în cazul relației de consecință C_ω: reflexivitatea, conjuncția, monotonicitatea, tăietura, deducția, condiționalizarea, conservarea consistenței și disjuncția.

Propoziția 7 (Hunter, 1996b). Următoarele proprietăți eșuează în cazul relației de consecință C_ω: supraclasicalitate, echivalența logică la stânga și implicația la dreapta.

Propoziția 8 (Newton da Costa, 1974 și Hunter, 1996b). Relația de consecință C_ω nu este pură și nici trivializabilă.

O prezentare alternativă a lui C_ω este dată de o mulțime de reguli ale demonstrării deductive mai-slabă-decât-cea-clasică (Raggio, 1978).

3.2. O procedură a tablourilor semantice pentru C_ω

Luăm acum în calcul procedura demonstrării pentru C_ω a lui Carnielli ș.a. (1991, 1992). Metoda de demonstrare este derivată din procedura tablourilor semantice a logicii clasice.

Definiția 11. Formula $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$ nu este, în general, validă dar dacă ea este valabilă pentru o formulă α, atunci α este o formulă normală și se va nota cu α°.

Definiția 12. Fiecare formulă α este marcată cu simbolul „+" sau „–". Formulele „+ : α", respectiv, „– : α" se vor numi formule marcate.

Intuitiv, $+ : \alpha$ și $- : \alpha$ pot fi interpretate ca α adevărat și, respectiv, α fals. Orice mulțime de mulțimi de formule marcate este numită *formă*.

Definiția 13. Fie α și β două formule și δ alte formule și/sau alte forme. În continuare sunt date o mulțime de reguli de producere care pot fi utilizate pentru a reduce o mulțime de formule fie la o nouă mulțime de formule, fie la o mulțime de mulțimi de formule:

$$\{\delta, + : (\alpha \wedge \beta)\} \Rightarrow \{\delta, + : \alpha, + : \beta\}$$

$$\{\delta, - : (\alpha \vee \beta)\} \Rightarrow \{\delta, - : \alpha, - : \beta\}$$

$$\{\delta, - : (\alpha \rightarrow \beta)\} \Rightarrow \{\delta, + : \alpha, - : \beta\}$$

$$\{\delta, + : (\neg\neg\alpha)\} \Rightarrow \{\delta, + : \alpha\}$$

$$\{\delta, - : (\neg\alpha)\} \Rightarrow \{\delta, + : \alpha\}$$

$$\{\delta, - : (\neg\neg\alpha)\} \Rightarrow \{\delta, - : \alpha\}$$

$$\{\delta, - : (\alpha \diamond \beta)^{\circ}\} \Rightarrow \{\delta, - : (\alpha^{\circ} \diamond \beta^{\circ})\}, \text{ unde } \diamond \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$$

$$\{\delta, - : (\alpha \wedge \beta)\} \Rightarrow \{\{\delta, - : \alpha\}, \{\delta, - : \beta\}\}$$

$$\{\delta, + : (\alpha \vee \beta)\} \Rightarrow \{\{\delta, + : \alpha\}, \{\delta, + : \beta\}$$

$$\{\delta, + : (\alpha \rightarrow \beta)\} \Rightarrow \{\{\delta, - : \alpha\}, \{\delta, + : \beta\}\}$$

$$\{\delta, + : (\neg\alpha)\} \Rightarrow \{\{\delta, - : \alpha\}, \{\delta, - : \alpha^{\circ}\}\}$$

Fiind dată o formă C, denotăm prin $R(C)$ rezultatul aplicării uneia dintre reguli la formă. Un tablou este o secvență de forme $C_1, \ldots, C_n$, astfel încât $C_{i+1} = R(C_i)$. Pentru a testa dacă o formulă poate fi *inferată* dintr-o mulțime de formule, o notăm cu simbolul –, o adăugăm informației și construim un tablou. Formula poate fi inferată dacă tabloul este închis. Un tablou este închis dacă orice mulțime de formule de această formă este închisă, iar o mulțime de formule este închisă dacă există o formulă α pentru care $+ : \alpha$ și $- : \alpha$ aparțin acelei mulțimi.

***Exemplul* 6.** Considerăm următoarele formule:

$$\alpha \rightarrow (\beta \wedge \gamma)$$

$$\beta \rightarrow \delta$$

$$\gamma \rightarrow \neg\delta$$

$$\alpha$$

Aplicând regulile tabloului pentru această mulțime, tabloul deschis rezultat este soluția propusă problemei introdusă de inconsistență. Aici considerăm doar două forme principale dintre care una este închisă, iar cealaltă nu este închisă. Restul formelor închise vor fi omise.

$$C_0 = \{+ : (\alpha \rightarrow (\beta \wedge \gamma)), + : (\beta \rightarrow \delta),$$

$$+ : (\gamma \rightarrow \neg\delta), + : \alpha\}$$

$$C_1 = C_0 \cup \{+ : (\beta \wedge \gamma)\}$$

$$C_2 = C_1 \cup \{+ : \beta, + : \gamma\}$$

$$C_3 = C_2 \cup \{+ : \delta, + : (\neg\delta)\}$$

$$C_4 = \{C_3 \cup \{- : \delta\}, C_3 \cup \{- : \delta^\circ\}\}$$

Mulțimea $C_3 \cup \{- : \delta\}$ este închisă, iar mulțimea $C_3 \cup \{- : \delta^\circ\}$ nu este închisă. Aceasta înseamnă că putem restrânge considerațiile noastre la următoarea mulțime de expresii elementare marcate ale mulțimii deschise $\{- : \delta^\circ, + : \delta, + : \beta, + : \gamma, + : \alpha\}$. Această mulțime ne dă soluția la problemă în sensul în care considerăm că α, β, γ, și δ se susțin, dar că δ este controversat. Exemplul arată că, dacă baza informațională este inconsistentă, tehnica ne permite să identificăm δ și $\neg\delta$ ca fiind esențiale acestei probleme de inconsistență.

Un rezultat secundar al teoriei demonstrării se poate considera, ca și în cazul metodei tablourilor semantice, că această metodă demonstrativă indică o caracterizare semantică interesantă a logicii slab-negative.

3.3. Aplicabilitatea logicii slab-negative

Logica C_ω este doar una dintr-un număr de logici slab-negative interesante. Mai departe, regulile demonstrării pot fi adăugate la C_ω pentru a da o logică mai puternică și totuși non-trivializabilă. De exemplu, logica *PI* [3] a lui Batens (1980) și

logica VI a lui Arruda (1977). Alte logici slab-negative pot fi definite prin slăbiri alternative, dar similare, cum este cazul logicilor relevante ale lui Anderson şi Belnap (1975).

Logicile slab-negative sunt folositoare pentru raționarea cu informații din moment ce logica suportă *modus ponens*. Ele pot fi folosite pentru a da o orientare asupra inconsistenței şi pentru a facilita acțiuni ce ar trebui luate în baza informațională. Mai mult, ele pot fi folosite fără recurs la verificări ale consistenței. În cele din urmă, logicile paraconsistente pot fi folosite ca o bază formală pentru susținerea adevărului (Matrins şi Shapiro, 1988).

4. Logici tetravalente

Logica tetravalentă a lui Belnap (1977) aduce o interesantă alternativă la logicile slab-negative, întrucât are o nu doar o teorie a demonstrației ci şi o semantică satisfăcătoare.

Definiția 14. Limbajul pentru logica tetravalentă este o submulțime a logicii clasice. Fie $\mathcal{P}$ mulțimea uzuală de formule a logicii clasice care este formată folosind conectorii $\neg$, $\wedge$ şi $\vee$. Astfel, mulțimea de formule a limbajului, denotată Q, este $\mathcal{P} \cup \{\alpha \rightarrow \beta \mid \alpha, \beta \in \mathcal{P}\}$ şi deci implicația nu poate aparține *seriei*.

Definiția 15. O formulă din limbaj poate fi „adevărată", „falsă", „ambele", „nici una" pe care le denotăm prin simbolurile corespunzătoare T, F, B şi N.

***Exemplul* 7.** Pentru baza informațională $\{\alpha, \neg\alpha, \beta\}$, o repartizare acceptabilă a valorilor de adevăr este aceea în care α este B, $\neg\alpha$ este B, β este T şi γ este N.

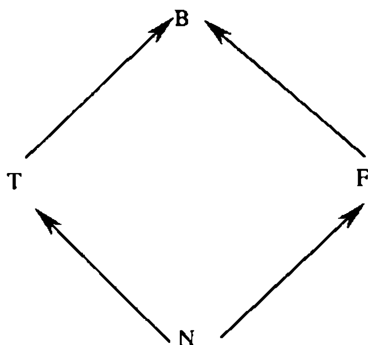


Fig. 1. Grila „aproximării".

Intuitiv, putem privi această formă de repartizare în termenii unei grile a „aproximării" (fig. 1). Cu cât este obținută mai multă „informație" despre o formulă, cu atât „creşte" valoarea ei de adevăr. Cu alte cuvinte, dacă nu ştim nimic despre o formulă, ea este N. Apoi, pe măsură ce dobândim informații ea devine fie T, fie F. În sfârşit, dacă dobândim prea multe informații ea devine B.

4.1. Semantica logicii tetravalente

Definiția 16. Pentru semantică se consideră o latice distributivă, laticea „logică“ (fig. 2). De asemenea, considerăm un operator al involuției * care satisface condițiile: (1) $\alpha = \alpha$ ** și (2) dacă $\alpha \leq \beta$, atunci $\beta^* \leq \alpha^*$, unde $\leq$ este relația de ordine pentru latice.

Definiția 17. Funcția semantică a asignării conservă monotonicitatea și complementaritatea; în laticea logică $x \wedge y$ este intersectarea lui $\{x, y\}$, iar $x \vee y$ este reunirea lui $\{x, y\}$ dând următoarele tabele de adevăr (tabelele 1–3) pentru conectorii $\neg$, $\wedge$, $\vee$. Fie formulele α, β. Inferența lui β din α este validă dacă și numai dacă $\beta \leq \alpha$, unde $\leq$ este relația de ordonare pentru laticea logică. Fie $\alpha \rightarrow \beta$ ce semnifică faptul că inferența de la α la β este validă în cele patru valori ale noastre, i.e. α îl determină pe β.

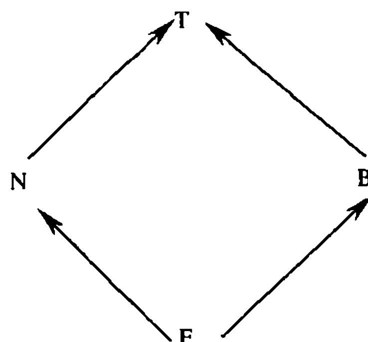


Fig. 2. Laticea „logică“.

Tabelul 1

Tabelul adevărului pentru negație

α	N	F	T	B
$\neg\alpha$	N	T	F	B

Tabelul 2

Tabelul adevărului pentru conjuncție

$\wedge$	N	F	T	B
N	N	F	N	F
F	F	F	F	F
T	N	F	T	B
B	F	F	B	B

Tabelul 3

Tabelul adevărului pentru disjuncție

∨	N	F	T	B
N	N	N	T	T
F	N	F	T	B
T	T	T	T	T
B	T	B	T	B

Nu există $\alpha \in \mathcal{Q}$ astfel încât funcția de repartizare semantică să desemneze totdeauna valoarea T. Totuși, există formule care niciodată nu iau valoarea F, de exemplu: $\alpha \vee \neg\alpha$, iar mulțimea de formule care nu ia niciodată valoarea F nu este închisă prin conjuncție. De exemplu, $(\alpha \vee \neg\alpha) \wedge (\beta \vee \neg\beta)$, când α este N, și β este *B*.

4.2. Teoria argumentării pentru logica tetravalentă

Pentru a completa semantica dăm o definiție pentru relația de consecință FV a teoriei demonstrării pentru logica tetravalentă.

Definiția 18. Fie $\alpha, \beta, \gamma \in \mathcal{L}$. Cele ce urmează sunt reguli de demonstare pentru relația de consecință FV:

$\alpha_1 \wedge \ldots \wedge \alpha_m \rightarrow \beta_1 \vee \ldots \vee \beta_n$ dacă unii α_i sunt β_j

$(\alpha \vee \beta) \rightarrow \gamma$, dacă și numai dacă $\alpha \rightarrow \gamma$ și $\beta \rightarrow \gamma$

$\alpha \rightarrow (\beta \wedge \gamma)$, dacă și numai dacă $\alpha \rightarrow \beta$ și $\alpha \rightarrow \gamma$

$\alpha \rightarrow \beta$, dacă și numai dacă $\neg\beta \rightarrow \neg\alpha$

$\alpha \rightarrow \beta$ și $\beta \rightarrow \gamma$ implică $\alpha \rightarrow \gamma$

$\alpha \rightarrow \beta$, dacă și numai dacă $\alpha \leftrightarrow (\alpha \wedge \beta)$ sau dacă și numai dacă $\beta \leftrightarrow (\alpha \vee \beta)$

Adăugăm o extindere a definiției relației de consecință FV. Fie $\alpha \leftrightarrow \beta$ ce semnifică că α și β sunt echivalente semantic și pot fi intersubstituite în orice context.

$$\alpha \vee \beta \leftrightarrow \beta \vee \alpha$$

$$\alpha \wedge \beta \leftrightarrow \beta \wedge \alpha$$

$$\alpha \vee (\beta \vee \gamma) \leftrightarrow (\alpha \vee \beta) \vee \gamma$$

$$(\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma \leftrightarrow \alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)$$

$$\alpha \wedge (\beta \vee \gamma) \leftrightarrow (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$$

$$\alpha \vee (\beta \wedge \gamma) \leftrightarrow (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)$$

$$\neg\neg\alpha \leftrightarrow \alpha$$

$$\neg(\alpha \wedge \beta) \leftrightarrow \neg\alpha \vee \neg\beta$$

$$\neg(\alpha \vee \beta) \leftrightarrow \neg\alpha \wedge \neg\beta$$

De asemenea,

$$\alpha \leftrightarrow \beta \text{ și } \beta \leftrightarrow \gamma \text{ implică } \alpha \leftrightarrow \gamma.$$

***Exemplul* 8.** Pentru a ilustra folosirea relației de consecință FV considerăm următorul exemplu. Ca și în folosirea lui C_ω, există un argument pentru δ și unul pentru $\neg\delta$:

$$\alpha \rightarrow (\beta \wedge \gamma)$$

$$\gamma \rightarrow \delta$$

$$\beta \rightarrow \neg\delta$$

$$\alpha$$

Din $\alpha \rightarrow (\beta \wedge \gamma)$ avem $\alpha \rightarrow \beta$ și $\alpha \rightarrow \gamma$. Din $\alpha \rightarrow \beta$ și $\beta \rightarrow \neg\delta$ avem $\alpha \rightarrow \neg\delta$. Din $\alpha \rightarrow \gamma$ și $\gamma \rightarrow \delta$ avem $\alpha \rightarrow \delta$. Prin urmare, α este echivalent cu $\alpha \wedge \delta$ și $\alpha \wedge \neg\delta$.

Totuși, relația de consecință FV este *deviată* din relația de consecință C_ω astfel încât nu putem separa δ de α și nici $\neg\delta$ de α. Aceasta se datorează în parte faptului că FV nu include nici *modus ponens* și nici eliminarea.

Propoziția 9 (Hunter, 1996b). Următoarele proprietăți se susțin în cazul relației de consecință FV: reflexivitatea, conservarea consistenței, monotonicitatea și tăietura.

Propoziția 10 (Hunter, 1996b). Următoarele proprietăți eșuează în cazul relației de consecință FV: conjuncția, supraclasicalitatea, disjuncția, echivalența logică la stânga, deducția, condiționalizarea și implicația la dreapta.

Propoziția 11 (Belnap, 1977; Hunter, 1996b). Relația de consecință FV nu este nici pură și nici trivializabilă.

Propoziția 12 (Hunter, 1996b). *Pentru* $\Delta \in \wp(Q)$, fie $C_\omega(\Delta)$ mulțimea de consecințe din Δ prin relația de consecință C_ω și $CFV(\Delta)$ mulțimea de consecințe din Δ prin relația de consecință FV. Rezultă: $C_\omega(\Delta) \not\subseteq CFV(\Delta)$ și $CFV(\Delta) \not\subseteq C_\omega(\Delta)$.

4.3. Aplicabilitatea logicii tetravalente

Logica tetravalentă aduce o alternativă naturală și intuitivă la logicile slab-negative. Caracterizarea semantică bazată pe laticea „aproximării" și pe grila „logică" ar putea fi aplicată raționării asupra faptelor. În particular, logica pare folositoare pentru coagularea informației conflictuale. Totuși, există probleme ale raționării cu reguli, mai ales în cazul lipsei lui *modus ponens*. Ca și în cazul logicilor slab-negative, relația de consecință FV poate fi folosită fără apelul la verificările de consistență.

5. Logica cvasi-clasică

Așa cum am văzut la logicile slab-negative și la logicile tetravalente, slăbirea teoriei demonstrării presupune ca respectivii conectori să nu se comporte într-o manieră clasică. Pentru aceasta, o alternativă numită *logică cvasi-clasică* a fost propusă de Besnard și Hunter (Besnard și Hunter, 1995) care rescriu problemele într-o formă conjunctivă normală, iar teoria argumentării este limitată la căutarea propozițiilor ce rezultă din informație.

5.1. Teoria demonstrării pentru logica QC

În cele ce urmează sunt prezentate regulile demonstrative ale logicii **QC**, care sunt o submulțime a regulilor demonstrative clasice, și se definește noțiunea de *demonstrare* **QC**, care reprezintă o versiune limitată a demonstrării clasice.

Definiția 19. Să admitem că $\wedge$ și $\vee$ sunt operatori comutativi și asociativi.

$$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha}$$ (eliminarea conjuncției)

$$\frac{\alpha \vee \alpha \vee \beta}{\alpha \vee \beta}$$ (contragerea disjuncției)

$$\frac{\alpha \vee \beta}{\neg\neg\alpha \vee \beta}$$ (introducerea negației)

$$\frac{\neg\neg\alpha \vee \beta}{\alpha \vee \beta}$$ (eliminarea negației)

$$\frac{\alpha}{\neg\neg\alpha} \qquad \frac{\alpha}{\alpha \vee}$$

$$\frac{\alpha \vee \beta \quad \neg\alpha \vee \gamma}{\beta \vee \gamma} \qquad \frac{\alpha \quad \neg\alpha \vee \gamma}{\gamma}$$ (rezoluția)

$$\frac{\alpha \vee (\beta \rightarrow \gamma)}{\alpha \vee \neg\beta \vee \gamma} \qquad \frac{\alpha \vee \neg(\beta \rightarrow \gamma)}{\alpha \vee (\beta \wedge \neg\gamma)}$$ (eliminarea implicației)

$$\frac{\beta \rightarrow \gamma}{\neg\beta \vee \alpha} \qquad \frac{\neg(\beta \rightarrow \gamma)}{\beta \wedge \neg\gamma}$$

$$\frac{\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)}{(\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)} \qquad \frac{(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)}{\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)}$$ (distribuția)

$$\frac{\neg(\alpha \wedge \beta) \vee \gamma}{\neg\alpha \vee \neg\beta \vee \gamma} \qquad \frac{\neg(\alpha \vee \beta) \vee \gamma}{(\neg\alpha \wedge \neg\beta) \vee \gamma}$$ (legile lui de Morgan)

$$\frac{\neg(\alpha \wedge \beta)}{\neg\alpha \vee \neg\beta} \qquad \frac{\neg(\alpha \vee \beta)}{\neg\alpha \wedge \neg\beta}$$

$$\frac{\alpha}{\alpha \vee \beta}$$ (introducerea disjuncției – utilizată doar ca ultim pas în argumentare)

Definiția 20. *T* este un arbore demonstrativ, dacă și numai dacă *T* este un arbore în care: (1) fiecare nod este un element al lui $\mathcal{L}$; (2) pentru arborii cu mai mult de un nod, rădăcina este derivată aplicând orice regulă de demonstrare a logicii **QC** unde premisele pentru regula de demonstrare sunt antecedentele „rădăcinii"; (3) „frunzele" sunt asumpții pentru rădăcină; și (4) orice nod, care nu

este frunză sau rădăcină este derivat aplicând orice regulă de demonstrare a logicii **QC** (– cu excepția introducerii regulii disjuncției).

Definiția 21. Fie $\Delta \in (\mathcal{L})$. Pentru o propoziție β există o demonstrare a logicii **QC** a lui β din Δ, dacă și numai dacă există un arbore demonstrativ al logicii **QC**, unde fiecare frunză este un element al lui Δ și o rădăcină a lui β.

Definiția 22. Fie $\Delta \in \wp(\mathcal{L})$ și $\alpha \in \mathcal{L}$. Definim relația de consecință a logicii **QC**, notată cu $\vdash_Q$, după cum urmează:

$\Delta \vdash_Q \alpha$, dacă și numai dacă pentru orice β_i $(1 \leq i \leq n)$ există o demonstrare a logicii **QC** pentru β_i din Δ, unde $\beta_1 \wedge \ldots \wedge \beta_n$ sunt CNF ale lui α.

***Exemplul* 9.** Pentru $\Delta = \{\alpha \vee \beta, \alpha \vee \neg\beta, \neg\alpha \wedge \delta\}$, consecințele lui Δ includ $\alpha \vee \beta$, $\alpha \vee \neg\beta$, α, $\neg\alpha$, și δ, dar nu includ $\neg\delta$, γ, $\gamma \vee \varnothing$, sau $\neg\psi \wedge \neg\varnothing$.

Pentru $\Delta = \{\alpha\vee(\beta\vee\gamma), \neg\beta\}$, consecințele lui Δ includ $\alpha\vee\beta$, $\alpha\vee\gamma$, α și $\neg\beta$.

Propoziția 13 (Besnard și Hunter, 1995; Hunter, 1996a). Următoarele proprietăți se susțin în cazul relațiilor de consecință ale logicii **QC**: reflexivitate, conservarea consistenței și monotonicitate.

Propoziția 14 (Besnard și Hunter, 1995; Hunter, 1996a). Următoarele proprietăți eșuează în cazul relațiilor de consecință ale logicii **QC**: tăietura, implicația la dreapta, echivalența logică la stânga și supraclasicalitatea.

Propoziția 15 (Besnard și Hunter, 1995; Hunter, 1996a). Relațiile de consecință ale logicii **QC** sunt pure și, deci, netrivializabile.

Propoziția 16 (Besnard și Hunter, 1995; Hunter, 1996a). Pentru $\Delta = \varnothing$ nu există $\alpha \in \mathcal{L}$ astfel încât $\Delta \vdash_Q \alpha$.

Relațiile de consecință ale logicii **QC** oferă multe alte inferențe netautologice în baza informațională decât orice logică slab-negativă sau tetravalentă. De exemplu, referitor la silogismul disjunctiv, logica **QC** oferă pe β din $\{\neg\alpha, \alpha \vee \beta\}$, de unde nici logica slab-negativă C_ω, nici logica tetravalentă nu îl pot da pe β.

Propoziția 17 (Hunter, 1996b). Pentru $\Delta \in \wp(\mathcal{L})$, fie $C_\omega(\Delta)$ o mulțime de consecințe C_ω din Δ și fie $CQ(\Delta)$ o mulțime de consecințe QC din Δ. Rezultă $CQ(\Delta) \not\subseteq C_\omega(\Delta)$ și $C_\omega(\Delta) \not\subseteq CQ(\Delta)$.

Propoziția aceasta rezultă din tautologiile clasice, mulțimea vidă nefiind derivabilă în logica QC. Totuși, dacă excludem considerația despre aceste tautologii, atunci logica **QC** este mai puternică decât logica C_ω.

Propoziția 18 (Hunter, 1996b). Pentru $\Delta \in \wp$ (Q), fie CFV(Δ) mulțimea consecințelor FV din Δ și *CQ*(Δ) mulțimea consecințelor *QC* din Δ.

Rezultă

$$CQ(\Delta) \not\subseteq CFV(\Delta) \text{ și } CFV(\Delta) \not\subseteq CFV(\Delta).$$

5.2. Semantica logicii QC

Semantica logicii **QC** este corespunzătoare teoriei demonstrării în logica QC (Hunter, 1996b). Pentru a simplifica discuția din acest capitol ne rezumăm doar la disjuncția $\alpha_1 \vee \ldots \vee \alpha_n$, unde $\{\alpha_1,.., \alpha_n\}$ este o mulțime de variabile.

Definiția 23. Fie *S* o mulțime oarecare. Fie *O* o mulțime de obiecte unde $+\alpha$ este un obiect pozitiv și $-\alpha$ este un obiect negativ.

$$O = \{+\alpha \mid \alpha \in S\} \cup \{-\alpha \mid \alpha \in S\}$$

Numim orice $X \in \wp(O)$ un *model*.

Vom considera următoarele sensuri pentru obiecte pozitive și negative ca fiind în interiorul sau în afara unui model oarecare *X*.

- $+\alpha \in X$ înseamnă că α este realizabil în acest model;
- $-\alpha \in X$ înseamnă că $\neg\alpha$ este realizabil în acest model;
- $+\alpha \notin X$ înseamnă că α nu este realizabil în acest model;
- $-\alpha \notin X$ înseamnă că $\neg\alpha$ nu este realizabil în acest model.

Semantica aceasta poate fi și altfel văzută – dând patru valori numite „ambele" (*both*), „adevăr" (*true*), „fals" (*false*), „nici una" (*neither*). Pentru o variabilă α și complementara ei α^*:

- α este „ambele", dacă α este realizabil și α^* este realizabil;
- α este „adevăr", dacă α este realizabil și α^* nu este realizabil;
- α este „fals", dacă α nu este realizabil și α^* este realizabil;
- α nu este „nici una", dacă α nu este realizabil și α^* nu este realizabil.

Această descriere intuitivă coincide cu logica tetravalentă. Totuși, nu vom urma interpretarea teoretică a laticei tetreavalente a conectorilor, ci vom încerca o semnificativă diferență semantică.

Definiția 24. Fie $\vDash_3$ o relație de realizabilitate, unde $X \in \wp(O)$, și $\alpha, \alpha_1, .., \alpha_n$ sunt variabile. Fie α_i o variabilă în mulțimea de variabile $\{\alpha_1, .., \alpha_n\}$ și β forma disjunctivă a mulțimii de variabile $\{\alpha_1, .., \alpha_n\} - \{\alpha_i\}$.

$$X \vDash_3 \alpha \text{ dacă } +\alpha \in X$$

$$X \vDash_3 \neg\alpha \text{ dacă } -\alpha \in X$$

$$X \vDash_3 \alpha_1 \wedge ... \wedge \alpha_n, \text{ dacă și numai dacă } ((X \vDash_3 \alpha_1 \text{ sau } X \vDash_3 \alpha_n)$$
$$\text{și (dacă } X \vDash_3 \neg\alpha_i \text{ atunci } X \vDash_3 \beta)$$

De aceea realizabilitatea disjuncției încorporează o legătură între realizabilitatea complementului disjuncției și realizabilitatea rezolvantului corespunzător.

Definiția 25. Extindem noțiunea de realizabilitate la cea de slabă realizabilitate, notată prin $\vDash_w$:

$$X \vDash_w \alpha, \text{ dacă } X \vDash_3 \alpha$$

$$X \vDash_w \alpha \vee \beta, \text{ dacă } X \vDash_3 \alpha$$

unde $X \in \wp(O)$ și α, β sunt propoziții

Definiția 26. Fie $\vDash_Q$ o relație de implicare necesară unde $\{\alpha_1 ,..., \alpha_n\}$ este o mulțime de propoziții și β este o propoziție:

$$\{\alpha_1, .., \alpha_n\} \vDash_Q \beta$$

dacă și numai dacă pentru orice model X dacă $X \vDash_3 \alpha_l$ și ...și $X \vDash_3 \alpha_n$, atunci $X \vDash_w \beta$

***Exemplul* 10.** Fie $\Delta = \{\alpha\}$; $X_1 = \{+\alpha\}$ și $X_2 = \{+\alpha, -\alpha\}$. Acum $X_1 \vDash_3 \alpha$, și $X_2 \vDash_3 \alpha$, în timp ce $X_1 \vDash_3 \alpha \vee \beta$, și $X_2 \nvDash_3 \alpha \vee \beta$. Totuși, $X_1 \vDash_w \alpha \vee \beta$ și $X_2 \vDash_w \alpha \vee \beta$, și într-adevăr $\Delta \vDash_Q \alpha \vee \beta$.

Un alt ***exemplu***: fie $\Delta = \{\alpha \vee \beta, \neg\alpha\}$. Pentru orice model X, dacă $X \vDash_3 \alpha \vee \beta$ și $X \vDash_3 \neg\alpha$, atunci $X \vDash_3 \beta$. Rezultă că $\Delta \vDash_Q \alpha \vee \beta$, $\Delta \vDash_Q \neg\alpha$, și $\Delta \vDash_Q \beta$.

Propoziția 19. Pentru orice $\alpha \in \mathcal{L}$, $\{\} \nvDash_Q \alpha$.

***Exemplul* 11.** Considerăm $\alpha \vee \neg\alpha$. Modelele care satisfac inclusiv $\{\}$, de exemplu X, unde $+\alpha \notin X$ și $-\alpha \notin X$, iar $X \nvDash_Q \alpha$ și $X \nvDash_Q \neg\alpha$. Rezultă că X satisface, de asemenea, $\alpha \vee \neg\alpha$.

Propoziția 20. Pentru un limbaj restrâns la propoziții, relația $\vdash_Q$ este profundă și completă relativ la relația $\vDash_Q$.

Semantica și corectitudinea rezultă pentru întreg limbajul logicii **QC** (Hunter, 1996a).

5.3. Aplicabilitatea logicii cvasi-clasice

Dezvoltând o logică non-trivializabilă, sau o logică paraconsistentă, sunt necesare anumite compromisuri sau „slăbiri" ale logicii clasice. Compromisurile impuse pentru a da logica **QC** par a fi mai apropiate decât orice altă logică paraconsistentă pentru aplicațiile în calcule. Logica **QC** propune un înțeles pentru a obține toate soluțiile netriviale dintr-o mulțime de formule, fără problema propozițiilor triviale care urmează. Totuși, constrângerile logicii **QC** rezultă ca fiind non-derivabile, aceasta nefiind în mod uzual o problemă pentru aplicații.

Logica **QC** arată caracteristica pozitivă, și anume că, nu este nevoie de atenție pentru forma specială pe care ar trebui să o aibă premisele. Aceasta este în contrast cu alte logici paraconsistente în care două formule identice prin definirea unui conector în logica clasică pot să nu conducă la o aceeași mulțime de concluzii. Exemplu dat anterior: $\{(\neg\alpha \rightarrow \beta), \neg\alpha\}$ conduce la concluzia β, în vreme ce exemplul: $\{\alpha \vee \beta, \neg\alpha\}$, nu. Logica **QC** se comportă mai bine în acest sens, afirmație ilustrată de faptul că multe concluzii clasice netriviale sunt cuprinse în logica **QC**.

Logica **QC** este, de asemenea, mai apropiată decât altele de raționamentul prin submulțimile consistente de formule (Benferhat, Dubois și Prade, 1993). În particular, logica **QC** nu suferă de limitarea datorată împărțirii mulțimii de formule în submulțimi compatibile: logica **QC** poate utiliza conținutul formulelor fără a fi constrânsă de verificarea consistenței. Mai mult, este evident avantajul logicii **QC**, deși ea are nevoie în toate abordările să raționeze prin submulțimi consistente.

6. Sisteme argumentative

În subcapitolul 2.4 al acestui capitol am trecut în revistă strategia de a trata inconsistenţa prin raţionarea cu submulţimi de baze informaţionale consistente. Problema unei astfel de abordări este că inferenţele ce rezultă din submulţimile consistente ale unei baze informaţionale inconsistente sunt doar slab justificate în general. Pentru a soluţiona această problemă, noţiunea unui argument dintr-o bază informaţională şi noţiunea acceptabilităţii unui argument au fost dezvoltate de Elvang şi Hunter (1995). Un argument este o submulţime a bazei informaţionale, împreună cu inferenţa acelor submulţimi. Utilizând noţiunea acceptabilităţii, mulţimea tuturor argumentelor poate fi partiţionată în mulţimi (de argumente) de grade diferite de acceptabilitate. Aceasta poate fi apoi folosită pentru a defini o clasă de relaţii de consecinţă.

Definiţia 27. Fie Δ o bază informaţională. Un argument din Δ este o pereche $(\pi, \emptyset)$ astfel că $\pi \subseteq \Delta$ şi $\pi \vdash \emptyset$. Un argument este consistent dacă π este consistent. Vom nota mulţimea argumentelor din Δ cu $A_n(\Delta)$, unde $A_n(\Delta) = \{(\pi, \emptyset) \mid \pi \subseteq \Delta \wedge \pi \vdash \emptyset\}$. Γ este o mulţime de argumente din Δ dacă şi numai dacă $\Gamma \subseteq A_n(\Delta)$.

Definiţia 28. Fie Δ o bază informaţională. Fie $(\pi, \emptyset)$ şi (Θ, ψ) orice argumente construite din Δ. Dacă $\neg\emptyset \leftrightarrow \neg\psi$, atunci $(\pi, \emptyset)$ este un ***eliminator***[3] al lui (Θ, ψ). Dacă $\gamma \in \theta$ şi $\neg\emptyset \leftrightarrow \neg\gamma$, atunci $(\pi,\emptyset)$ este un ***diferenţiator***[4] al lui (Θ, ψ) (***specificator***).

Eliminatorul, aşa cum este definit aici, reprezintă o relaţie simetrică. O cale de a schimba acest lucru este de a folosi priorităţile, cum ar fi o întărire epistemică (Gardenfors, 1988) sau o specificitate (Poole, 1985).

Pentru o bază informaţională Δ, o structură argumentativă este orice mulţime de submulţimi din $A_n(\Delta)$. Intenţia ascunsă în spatele definiţiei unei structuri argumentative este aceea că diferite submulţimi din $A_n(\Delta)$ au grade diferite de acceptabilitate. În continuare vom prezenta o structură argumentativă particulară A^* şi apoi vom explica cum poate o definiţie să conţină noţiuni de acceptabilitate.

Definiţia 29. Următoarele submulţimi constituie structura argumentativă A^*, unde Δ este o bază informaţională.

---

[3] *rebutting defeater* – în textul original este tradus prin termenul „eliminator". (*N.T.*)

[4] *undercutting defeater* – în textul original este tradus prin termenul „diferenţiator". (*N.T.*)

$$\mathrm{AT}\,(\Delta) = \{(\varnothing, \varnothing) \mid \varnothing \vdash \varnothing\}$$

$$\mathrm{AF}\,(\Delta) = \{(\pi, \varnothing) \mid \pi \subseteq \mathrm{FREE}\,(\Delta) \wedge \pi \vdash \varnothing\}$$

$$\mathrm{AB}\,(\Delta) = \{(\pi, \varnothing) \mid \pi \in \mathrm{CON}\,(\Delta) \wedge \pi \vdash \varnothing \wedge (\forall \Phi \in \mathrm{MC}(\Delta), \psi \in \pi\, \Phi \vdash \psi)\}$$

$$\mathrm{ARU}\,(\Delta) = \{(\pi, \varnothing) \mid \pi \in \mathrm{CON}\,(\Delta) \wedge \pi \vdash \varnothing \wedge (\forall \Phi \in \mathrm{MC}\,(\Delta), \Phi \nvdash \neg\varnothing) \wedge$$
$$\wedge\, (\forall \Phi \in \mathrm{MC}\,(\Delta), \psi \in \pi\, \Phi \nvdash \neg\psi)\}$$

$$\mathrm{AU}(\Delta) = \{(\pi, \varnothing) \mid \pi \in \mathrm{CON}\,(\Delta) \wedge \pi \vdash \varnothing \wedge (\forall \Phi \in \mathrm{MC}\,(\Delta), \psi \in \pi\, \Phi \nvdash \neg\psi)\}$$

$$\mathrm{A}\,\forall(\Delta) = \{(\pi, \varnothing) \mid \pi \in \mathrm{CON}\,(\Delta) \wedge \pi \vdash \varnothing \wedge (\forall \Phi \in \mathrm{MC}\,(\Delta)\, \Phi \vdash \varnothing)\}$$

$$\mathrm{AR}(\Delta) = \{(\pi, \varnothing) \mid \pi \in \mathrm{CON}\,(\Delta) \wedge \pi \vdash \varnothing \wedge (\forall \Phi \in \mathrm{MC}(\Delta)\, \Phi \nvdash \neg\varnothing)\}$$

$$A\,\exists(\Delta) = \{(\pi, \varnothing) \mid \pi \in \mathrm{CON}\,(\Delta) \wedge \pi \vdash \varnothing\}$$

Convențiile menționate pentru mulțimile de argumente sunt motivate în felul următor. „T“ reprezintă argumentele tautologice – i.e. acestea rezultă din mulțimea vidă a premiselor. „F“ reprezintă argumentele libere (datorită lui Benferhat ș.a., 1993) care sunt argumentele ce urmează din informațiile care sunt lipsite de inconsistențe. „*B*“ reprezintă argumentele ascunse pentru toate premisele ce urmează din toate submulțimile de informații de consistență maximală. „RU“ reprezintă argumentele care nu sunt subiecte nici pentru eliminare, nici pentru diferențiere. „*U*“ reprezintă argumentele care nu sunt subiect pentru diferențiere. „∀“ reprezintă argumentele universale (esențiale datorită lui Manor și Rescher, 1970). „*R*“ reprezintă argumentul care nu este subiect pentru eliminare. „∃“ reprezintă argumentele existențiale (esențiale, datorită lui Manor și Rescher, 1970) care sunt argumente cu premise consistente.

Definițiile pentru *A* ∃, AF, AT ar trebui să fie clare. Totuși le amintim. AR permite un argument $(\pi, \varnothing)$ doar dacă nu există o submulțime de consistență maximală care să dea $\neg\varnothing$. AU permite un argument $(\pi, \varnothing)$ doar dacă pentru toți ψ în π, nu există o submulțime de consistență maximală care să dea $\neg\psi$. ARU combină condițiile lui AR și AU. De notat este faptul că AR și *A*∀ au definiții foarte similare, cu singura diferență că „$\Phi \nvdash \neg\varnothing$“ în *AR* versus „ $\Phi \vdash \varnothing$ “ în *A*∀. O remarcă similară se aplică lui AU și AB. Totuși *A*∀ și *AB* sunt întărite de AR și AU, respectiv (i.e. „$\vdash! \neg\varnothing$“ este înlocuit cu „$\vdash \varnothing$“).

***Exemplul* 12.** Exemplu de bază informațională și câteva elemente în fiecare mulțime de argumente. Fie $\Delta = \{\alpha, \neg\alpha\}$. Atunci $(\{\alpha, \neg\alpha\}, \alpha \vee \neg\alpha) \in A_n(\Delta)$, $(\{\alpha\}, \alpha) \in A\exists(\Delta)$, $(\{\alpha\}, \alpha \vee \beta) \in AR(\Delta)$, dacă $\beta \nvdash \alpha$, $(\{\}, \alpha \vee \neg\alpha) \in A\forall(\Delta)$. Mai mult, $A\forall(\Delta) = AF(\Delta) = AB(\Delta) = ARU(\Delta) = AU(\Delta) = AT(\Delta)$.

***Exemplul* 13.** Considerăm $\Delta = \{\neg\alpha\wedge\beta, \alpha \wedge \beta\}$. Atunci pentru $\Pi = \{\alpha\wedge\beta\}$, $(\Pi, \beta) \in A\exists(\Delta)$, $(\Pi, \beta) \in AR(\Delta)$, și $(\Pi, \beta) \in A\forall(\Delta)$. Dar nu există un $\Pi \subseteq \Delta$ astfel încât $(\Pi, \beta) \in AU(\Delta)$, $(\Pi, \beta) \in ARU(\Delta)$, $(\Pi, \beta) \in AB(\Delta)$, sau $(\Pi, \beta) \in AF(\Delta)$.

Propoziția 21 (Elvang-Goransson și Hunter, 1995).

$$AT(\Delta)\subseteq AF(\Delta)=AB(\Delta)=ARU(\Delta)=AU(\Delta)\subseteq A\forall(\Delta)\subseteq AR(\Delta)\subseteq A\exists(\Delta)\subseteq A_n(\Delta)$$

În diagrama din figura 3 sunt prezentate rezultatele. Principala caracteristică este că A^* are o structura liniară și că există o echivalență a lui AF, AB, ARU și AU.

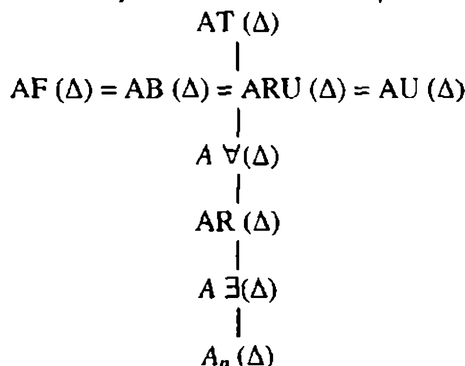


Fig. 3. Ordinea parțială în A^* indusă de $\subseteq$.

6.1. Logicile argumentative induse de A^*

Fiecare mulțime de argumente din A^* induce o relație de consecință. În continuare vom nota cu „x" un membru arbitrar al sufixelor „T, F, *B*, RU, *U*, ∀, *R*, ∃, *n*".

Definiția 30. O închidere față de relația de consecință pentru orice structură de argumente este notată C_x, unde $x \in \{$ T, F, *B*, RU, *U*, ∀, *R*, ∃, *n* $\}$ și este definită astfel:

$$C_x(\Delta) = \{\varnothing \mid \exists\, \Pi \subseteq (\Pi, \varnothing) \in A_x(\Delta)\}$$

O relație de consecință, notată $\vdash_x$ poate fi generată din închiderea consecinței așa cum era de așteptat.

$$\Delta \vdash_x \varnothing, \text{ dacă și numai dacă } \varnothing \in C_x(\Delta).$$

Deşi, $\vdash_n$ este o implicaţie clasică, noi continuăm să omitem indicele.

Propoziţia 22 (Elvang-Goransson şi Hunter, 1995).

$$CT(\Delta) \subseteq CF(\Delta) = CB(\Delta) = CRU(\Delta) =$$
$$= CU(\Delta) \subseteq C\forall(\Delta) \subseteq CR(\Delta) \subseteq C\exists(\Delta) \subseteq C_n(\Delta).$$

În tabelul 4, sunt rezumate proprietăţile relaţiei de consecinţă argumentative. (Elvang-Goransson şi Hunter, 1995). Condiţiile mai slabe în $C\exists$ şi CR permit câteva din axiomele clasice ale relaţiilor de consecinţă pentru a susţine, cum ar fi: echivalenţa logică la stânga, implicaţia la dreapta, dar altele, cum ar fi: tăietura, proprietăţile conjuncţiei şi proprietăţile disjuncţiei, eşuează. În contrast cu cele mai multe definiţii restrictive pentru $C\forall$, CU, CRU, CB şi CF, monotonicitatea eşuează, dar tăietura şi proprietăţile conjuncţiei sunt prezervate. Un număr de proprietăţi reuşesc pentru toate aceste relaţii de consecinţă cum ar fi, echivalenţa logică de stânga, implicaţia la dreapta şi condiţionalizarea, chiar dacă anumite proprietăţi eşuează pentru toate (cu excepţia relaţiilor de consecinţă C_n) cum ar fi supraclasicitatea şi deducţia.

Tabelul 4

Rezumatul proprietăţilor

Proprietăţi	C_n	$C\exists$	CR	$C\forall$	CU	CT
Supraclasicalitatea	•	o	o	o	o	o
Reflexivitatea	•	o	o	o	o	o
Echivalenţa logica la stânga	•	•	•	•	•	•
Implicaţia la dreapta	•	•	•	•	•	•
Conjuncţia	•	o	o	•	•	•
Monotonicitatea raţională	•	•	o	o	o	•
Monotonicitatea slabă	•	•	o	•	•	•
Monotonicitatea	•	•	o	o	o	•
Tăietura	•	o	o	•	•	•
Consevarea consistenţei	•	•	•	•	•	•
Condiţionarea	•	•	•	•	•	•
Deducţia	•	o	o	o	o	o
Disjuncţia	•	o	o	•	o	•

• pentru succes şi o pentru eşec.

De notat este cum totuşi o proprietate poate eşua pentru relaţia de consecinţă, iar restricţiile acceptabilităţii argumentelor pot cauza proprietăţi de susţinere. De exemplu, proprietăţile conjuncţiei, monotonicitatea slabă şi tăietura

eşuează pentru CR, dar se susțin în $C\exists$. Pentru proprietățile disjuncției creşterea restricțiilor acceptabilității cauzează eşecul pentru $C\exists$ şi CR, succesul pentru $C\forall$, iar apoi eşecul pentru CU.

Logicile argumentative sunt, într-un sens cheie, mult mai restrictive decât alte logici paraconsistente considerate în acest capitol: dacă o pereche de formule sunt mutual inconsistente, atunci nici una din aceste logici argumentative nu va deriva vreo consecință din conjuncția celor două formule. Acesta nu este cazul nici al logicii slab negative, nici al celei tetravalente sau cvasi-clasice. Totuşi, următoarele rezultate arată că logicile argumentative oferă alternative folositoare altor logici paraconsistente decât celor pe care le-am considerat.

Propoziția 23 (Hunter, 1996b). Pentru orice $x \in$ T, F, B, RU, U, $\forall$, R, $\exists$ relația de consecință $\vdash_x$ nu este pură şi nici trivializabilă.

Propoziția 24 (Hunter, 1996b). Pentru orice $\Delta \in \wp(\mathcal{L})$, fie $C_\omega(\Delta)$ mulțimea consecințelor C_ω din Δ şi $C_x(\Delta)$ mulțimea consecințelor din Δ prin relația de consecință $\vdash_x$. Rezultă: $C_x(\Delta) \not\subseteq C_\omega(\Delta)$ şi $C_\omega(\Delta) \not\subseteq C_x(\Delta)$.

Propoziția 25 (Hunter, 1996b). Pentru $\Delta \in \wp$ (Q), fie CFV (Δ) mulțimea consecințelor FV din Δ şi C_x (Δ) mulțimea consecințelor din Δ printr-o relație de consecință x. Rezultă: $C_x(\Delta) \not\subseteq CFV(\Delta)$ şi CFV $(\Delta) \not\subseteq C_x(\Delta)$.

Propoziția 26 (Hunter, 1996b). Pentru $\Delta \in \wp(\mathcal{L})$, fie CQ (Δ) mulțimea de consecințe QC din Δ şi C_x (Δ) o mulțime de consecințe din Δ printr-o relație de consecință x. Rezultă $C_x(\Delta) \not\subseteq CQ(\Delta)$ şi $CQ(\Delta) \subseteq C_x(\Delta)$.

Propozițiile de mai sus urmează din tautologiile clasice din mulțimea vidă care nu este derivabilă în logica **QC**. Totuşi, dacă noi excludem considerația asupra acestor tautologii, vom vedea că logica **QC** este mai puternică decât relația de consecință $C\exists$.

6.2. Aplicabilitatea logicilor argumentative

Conceptul de structură argumentativă, împreună cu noțiunile de argument şi acceptabilitate, reprezintă o schemă de conveniență pentru dezvoltarea instrumentelor gândirii critice. Deşi ele se bazează pe definiții simple de argumentare şi acceptabilitate, conceptele prezintă multe posibilități pentru viitoare nuanțări. Rămâne de văzut dacă este o taxonomie generală a structurilor argumentative, cum este cea sugerată de Pinkas şi Loui (1992), şi a proprietăților universale ale logicilor pe care ei le deduc.

Există, de asemenea, şi alte sisteme de argumente care au fost propuse, inclusiv cele ale lui Vreeswijk (1991), Prakken (1993) şi Simari şi Loui (1992). Ele

diferă de logicile argumentative prin aceea că se concentreză asupra gândirii defensive: ei încorporează defensivul, sau lipsa, conectate în limbajul lor, împreună cu mecanismul asociat.

O altă abordare a acceptabilităţii argumentelor este dată de Dung (1993). Această abordare presupune o mulţime de argumente şi o relaţie binară a atacurilor între perechi de submulţimi de argumente. O ierarhie a argumentelor este definită în termenii atacurilor relative „pentru" şi „împotriva" fiecărui argument în fiecare submulţime de argumente. În acest fel, de exemplu, plauzibilitatea argumentului poate fi apărată de un alt argument din aceeaşi submulţime.

7. Discuţie

Logicile paraconsistente permit extragerea de concluzii utile din informaţii. Ele sunt tari, în sensul că aceste concluzii sunt „rezonabile" relativ la informaţii. Nu se pune problema obligaţiei de a rezolva inconsistenţa, logicile funcţionând satisfăcător fără a ţine seama de inconsistenţa care rămâne. Aceste logici ne dau indicii despre sursa inconsistenţei, ridicându-se la puterea deductivă a logicilor consistente.

Din păcate, logicile paraconsistente doar localizeză inconsistenţa. Ele nu oferă strategii de a rezolva inconsistenţa. În contrast, multe abordări forţează consistenţa fără a ţine cont de contextul în care a fost folosită informaţia. Diferitele sisteme (Kleer, 1986; Doyle, 1979) şi teoria revizuirii opiniei (Gardenfors, 1988) asigură consistenţa prin respingerea formulelor care sunt găsite inconsistente. În mod similar, Fagin ş.a. (1983) propun amendarea bazei informaţionale când inconsistenţa este găsită în timpul procesului de actualizare. Chiar mai restrictivă este folosirea constrângerilor în baza informaţională care interzice informaţiile inconsistente chiar înscrise în baza informaţională.

Activităţile intelectuale implică, de obicei, gândirea în diferite perspective. De exemplu, fie negocierea, învăţarea sau unirea multiplelor opinii. Pentru acestea, susţinerea consistenţei absolute nu este posibilă întotdeauna. Adesea nici măcar nu este dezirabil de când aceasta poate constrânge activităţile intelectuale fără a fi necesar şi poate începe prin a pierde informaţii importante. Într-adevăr, de când lumea reală ne forţează să lucrăm cu inconsistenţe, ar trebui să formalizăm o parte din modurile informale uzuale şi extralogice de a le răspunde acestor inconsistenţe. Acest lucru nu se face neapărat eradicând inconsistenţele, ci mai degrabă suplinind regulile logice, specificând cum ar trebui să acţionăm asupra lor (Gabbay şi Hunter, 1991; Gabbay şi Hunter, 1993a).

În acest capitol am restrâns consideraţiile la un limbaj clasic fără conectori în plus sau alte notaţii. Totuşi, au avut loc o mulţime de propuneri interesante pentru gândirea cu informaţii inconsistente care extind limbajul. Acestea includ extinderea limbajului cu notaţii şi semne, conectori absenţi şi anulabili şi operatori

modali. Lăsând la o parte multe discuții detaliate privind folosirea operatorilor anulabili, absenți și modali putem concluziona următoarele idei.

În raționarea uzuală formula la nivelul obiectului poate reprezenta multe tipuri de informație utilă. Totuși, este posibilă sporirea sintacticii informației prin semantica sau metanivelul informației așa cum este propus de Gabbay în *Sistemele deductive etichetate* (Gabbay, 1993). Pentru o formulă α, această sporire poate permite o expresie clară a informațiilor suplimentare cum ar fi:

- siguranța ambiguă a lui α;
- originea lui α;
- prioritatea lui α;
- timpul când α se susține;
- lumile posibile unde α se susține;
- demonstrarea lui α, de exemplu: adevărul susține sistemele.

Informațiile suplimentare conținute în acest gen de sporire sunt folosite de logică pentru a afecta consecințele gândirii. Informațiile suplimentare se pot reprezenta printr-o formulă α printr-o notificare *i*, și în continuare ca *i* : α, unde notificația este întotdeauna juxtapusă formulei.

Utilizând notificarea, se poate generaliza noțiunea de bază informațională. Dacă o formulă *i* : α este într-o bază informațională Δ, atunci nu este necesar să afirmăm că *i* : α este „adevărat". Sensul desemnat lui α este în parte dependent de notificare. De exemplu, *i* poate desemna faptul că α a fost „adevărat" ieri, dar nu neapărat și azi, sau *i* – ar putea desemna că α este „adevărat" dacă nu există o formulă *k* : β astfel încât *k* să îi fie preferat lui *i*. În acest mod, noi doar gândim cu submulțimi ale informațiilor noastre care sunt de fapt „adevărate".

Astfel de limbaje, de exemplu cel al lui Gabbay și Hunter (1993b), implică notificarea unică a informațiilor și amendarea regulilor demonstrării în cazul reproducerii etichetelor: Consecventul fiecărei reguli de demonstrare are o notificare care este o funcție a notării premiselor. În acest mod, orice inferență logică este notificată cu informarea despre informațiile și regulile de demonstrare folosite pentru a le deriva. Aceasta înseamnă că putem urmări informațiile folosite în gândire rezultând analiza inconsistențelor așa cum reiese. Se pot identifica sursele posibile ale problemei și se pot folosi pentru a sugera acțiuni apropiate (Hunter și Nuseibeh, 1995).

Există o mulțime de încercări de a acomoda informațiile inconsistente într-o bază informațională prin notificare. Putem vedea ideile adevărului susținut în acest mod (Fehrer, 1993). Deși, Balzer (Balzer, 1991) care sugerează „păzirea" de informațiile inconsistente pentru a minimaliza ramificațiile negative și pentru a atenționa utilizatorul inconsistenței, și Naqvi și Rossi (1990) susțin că informația inconsistentă este permisă pentru a introduce baza informațională, dar timpul și

informaţia sunt înregistrate, iar informaţia mai nouă va lua locul informaţiei anterioare rezolvând inconsistenţa.

În final, priorităţile au fost folosite într-o mulţime de feluri în tratarea inconsistenţei (Benferhat, Dubois şi Prade, 1995) şi a problemei înrudite a non-monotonicităţii raţionării. Aceasta include folosirea specificităţii (Poole, 1985), ordonarea teoriei prezentărilor (Ryan, 1992) şi prioritatea sintaxei de bază rezultate (Benferhat ş.a., 1993).

Bibliografie

[1] **Anderson, A., Belnap, N.** – *Entailment: The Logic of Relevance and Necessity*. Princeton University Press, 1975.

[2] **Arruda, A.** – *On the imaginary logic of NA Vasilev*. In A. Arruda, N. da Costa, and R. Chuaqui, editors, *Non-classical logics, model theory and computability*. North Holland, 1977.

[3] **Balzer, R.** – „Tolerating inconsistency". In *Proceedings of the 13th International Conference on Software Engineering*, pp. 158–165. IEEE Press, 1991.

[4] **Batens, D.** – „Paraconsistent extensional propositional logics". *Logique et Analyse*, 90–91: pp.195–234, 1980.

[5] **Benferhat, S., Cayrol, C., Dubois, D., Lang, J., Prade, H.** – „Inconsistency management and prioritized syntax-based entailment". In *Proceedings of the Thirteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence*. Morgan Kaufman, 1993.

[6] **Besnard, Ph., Farinas del Cerro, L., Gabbay, D., Hunter, A.** – *Logical handling of default and inconsistent information*. In Ph Smets and A Motro, editors, *Uncertainty management in information systems*. Kluwer, 1995.

[7] **Benferhat, S., Dubois, D., Prade, H.** – „Argumentative inference in uncertain and inconsistent knowledge bases". In *Proceedings of Uncertainty in Artificial Intelligence*, pp. 1449–1445. Morgan Kaufman, 1993.

[8] **Benferhat, S., Dubois, D., Prade, H.** – „A logical approach to reasoning under inconsistency in stratified knowledge bases". In *Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning and Uncertainty*, volume 956 of *Lecture Notes in Computer Scince*, pp. 36–43. Springer, 1995.

[9] **Belnap, N.** – *A useful four-valued logic*. In G. Epstein, editor, *Modern Uses of Multiple-valued Logic*, pp. 8–37. Reidel, 1997.

[10] **Besnard, Ph.** – *Paraconsistent logic approach to knowledge representation*. In M. de Glas and D. Gabbay, editors, *Proceedings of the First World Conference on Fundamentals of Artificial Intelligence*. Angkor, 1991.

[11] **Besnard, Ph., A. Hunter** – *Quasi-classical logic: Non-trivializable classical reasoning from inconsistent information*. In C. Froidevaux and J. Kohlas, editors, *Symbolic and Quantitative Approaches to Uncertainty*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, 1995.

[12] **Carnielli, W., Farinas del Cerrro, L., Lima-Marques, M.** – *Contextual negation and reasoning with contradiction*. In *Proceedings of the Eleventh International Conference on Artificial Intelligence*. Morgan Kaufamn, 1991.

[13] **Carnielli, W., Lima-Marques, M.** – „Reasoning under inconsistent knowledge". *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 2:49–79, 1992.

[14] **da Costa, N. C.** – „On the theory of inconsistent formal systems". *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 15: 497–510, 1974.

[15] **Doyle, J.** – „A Truth maintenance system". *Artificial Intelligence*, 12: 231–272, 1979.

[16] **Dung, P.** – „The acceptability of arguments and its fundamental role in non-monotonic reasoning and logic programming". In *Proceedings of the Thirteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pp. 852–857, 1993.

[17] **Elvang-Goranson, M., Hunter, A.** – „Argumentative logics: Reasoning from classically inconsistent information". In *Data and Knowledge* Engineering, 16, 1995.

[18] **Fehrer, D.** – *A unifying framework for reason maintenance*. In M. Clarke, R. Kruse, and S. Moral, editors, *Symbolic and Qualitative Approaches to Reasoning and Uncertainty* (*EC-AQARU'93*), volume 747 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 113–120, Springer, 1993.

[19] **Finkelstein, A., Gabbay, D., Hunter, A., Kramer, J., Nuseibeh, B.** – „Inconsistency handling in multi-perspective specifications". *Transactions on Software Engineering*, 20 (8): 569–578, 1994.

[20] **Fagin, R., Ulman, J., Vardi, M.** – „On the semantics of updates in databases". In *Proceedings of the Second Annual Association of Computing Machinery Symposium on Principles of Database Systems*. ACM Press, 1983.

[21] **Gabbay, D.** – *Theoretical foundations of non-monotonic reasoning in expert systems*. In K. Apt, editor, *Logics and Models of Concurrent Systems*. Springer, 1985.

[22] **Gabbay, D.** – *Labelled deductive systems: A position paper*. In J. Oikkonnen and J. Vaananen, editors, *Proceedings of the Logic Colloquium'90*, volume 2 of *Lecture Notes on Logic*. Springer, 1993.

[23] **Gärdenfors, P.** – *Knowledge in Flux*. MIT Press, 1988.

[24] **Gabbay, D., Hunter, A.** – *Making inconsistency respectable 1: A position paper*. In Ph. Jorrand and J. Keleman, editors, *Fundamentals of Artificial Intelligence Research*, volume 535 of *Lecture Notes of Artificial Intelligence*. Springer, 1991.

[25] **Gabbay, D., Hunter, A.** – *Making inconsistency respectable 2: Meta-level handling of inconsistent data*. In M. Clarke, R. Kruse, and S. Moral, editors, *Symbolic and Qualitative Approaches to Reasoning and Uncertainty (ECSQARU'93)*, volume 747 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 129–136. Springer, 1993.

[26] **Gabbay, D., Hunter, A.** – *Restricted access logics for inconsistent information*. In M. Clarke, R. Kruse, and S. Moral, editors, *Symbolic and Qualitative Approaches to Reasoning and Uncertainty (ECSQARU'93)*, volume 747 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 137–144. Springer, 1993.

[27] **Gärdenfors, P., Makinson, D.** – „Non-monotonic inference based on expectations". *Artificial Intelligence*, 65: 197–246. 1993.

[28] **Hunter, A., Nuseibeh, B.** – *Managing inconsistent specifications: Reasoning, analysis, and action*. Technical report, Department of Computing, Imperial College, London, 1995.

[29] **Hunter, A.** – *Reasoning with inconsistent information using quasi-classical logic*. Technical report, Department of Computing, Imperial College, London, 1996.

[30] **Hunter, A.** – *Some results on paraconsistent logics*. Technical report, Department of Computing, Imperial College, London, 1995.

[31] **De Kleer, J.** – „An assumption-based TSM". *Artificial Intelligence*, 28:127–162, 1986.

[32] **Manor, R., Rescher, N.** – „On inferences from inconsistent information". *Theory of Decision*, 1: 179–219, 1970.

[33] **Martin, J., Shapiro, S.** – „A model of belief revision". *Artificial Intelligence*, 35: 25–79, 1988.

[34] **Naqvi, S., Rossi, F.** – *Reasoning in inconsistent databases*. In *Logic Programming: Proceedings of the North American Conference*. MIT Press, 1990.

[35] **Pinkas, G., Loui, R.** – *Reasoning from inconsistency: A taxonomy of principles for resolving conflict*. In *Principles of Knowledge Representation and Reasoning: Proceedings of the Third International Conference*. Morgan Kaufman, 1992.

[36] **Poole, D.** – „A logical framework for default reasoning". *Artificial Intelligence*, 36: 27–47, 1985.

[37] **Parkken, H.** – „An argumentation framework in default logic". *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 9, 1993.

[38] **Raggio, A.** – *A proof-theoretic analysis of da Costa's C_ω*. In A. Arrunda, N. C. da Costa and R. Chuaqui, eds., *Mathematical Logic: Proceedings of the First Brazilian Conference*. Marcel Defalnes, 1978.

[39] **Ryan, M.** – „Representing defaults as sentences with reduced priority". In *Principles of Knowledge Representation and Reasoning: Proceedings of the Third International Conference*. Morgan Kaufman, 1992.

[40] SIMARI, G., LOUI, R. – „A mathematical treatment of defeasible reasoning and its implementation". *Artificial Intelligence*, 53: 125–157, 1992.
[41] VREESWIJK, G. – *Abstract argumentation systems.* In M. De Glas şi D. Gabbay, eds. *Proceedings of the First World Conference on Fundamentals of Artificial Intelligence.* Angkor, 1991.

Mulţumiri

Lucrarea de faţă a fost susţinută parţial de proiectul ESPRIT BRA DRUMS2 şi proiectul ESPSRC VOIALA. Se cuvin mulţumiri lui Salem Benferhat şi Torsten Schaub pentru lectura unei schiţe mai timpurii a acestui capitol.



Cum îţi construieşti propria logică paraconsistentă. O introducere în logicile (in)consistenţei formale[1]

Walter A. CARNIELLI

Doi călugări aveau o dispută cu privire la flamura care flutura în vânt. Unul a spus: „Flamura se mişcă". Celălalt a spus: „Vântul se mişcă". Hui Neng a spus: „Nici flamura, nici vântul. Mintea ta este cea care se mişcă".

Abstract

The logics of formal inconsistency (**LFIs**) are logics that allow to explicitly formalize the concepts of consistency and inconsistency by means of formulas of their language. Contradictoriness, on the other hand, can always be expressed in any logic, provided its language includes a symbol for negation. Besides being able to represent the distinction between contradiction and inconsistency, **LFIs** are non-explosive logics, in the sense that a contradiction does not entail arbitrary statements, but yet are gently explosive, in the sense that, adjoining the aditional requirement of consistency, then contradictoriness does cause explosion. Several logics can be seen as **LFIs**, among them the great majority of paraconsistent logics developed under the Brasilian tradition, as well as the systems developed under the Polish tradition. We present here their semantical interpretations by way of possible-translations semantics, stressing their significance and applications to human reasoning and machine reasoning. We also give tableaux systems for some important LFIs: **bC**, Ci and **LFI1**.

Logicile inconsistenţei formale (**LFI**-urile)[2] sunt logici care permit să se formalizeze explicit conceptele de consistenţă şi inconsistenţă cu ajutorul formulelor limbajului acestora. Contradictorialitatea, pe de altă parte, poate întotdeauna să fie exprimată în orice logică, cu condiţia ca limbajul său să includă un simbol pentru negaţie. Pe lângă capacitatea de a reprezenta distincţia dintre contradicţie şi inconsistenţă, **LFI**-urile sunt logici non-explozive, în sensul că o

---

[1] Carnielli, W. A., *How to build your own paraconsistent logic: an introduction to the Logics of Formal (In)Consistency*, Brazil, Unicamp, articol prezentat în cadrul WoPaLo-Workshop on Paraconsistent Logic la European Summer School in Logic, Language and Information, Trento, Italia, 2002 şi apărut în CLE e-Prints Vol. 2(7), 2002 (Section Logic), URL = http://www.cle.unicamp.br/e-prints/abstract_16.html. **Traducere de Dumitru Gheorghiu.** (*N.T.*)

În versiunea în limba română apar unele modificări faţă de original, ca urmare a unor îmbunătăţiri pe care autorul a avut amabilitatea să mi le comunice. (*N.T.*)

[2] Păstrăm în continuare abrevierile autorului după denumirile din limba engleză ale sistemelor logice, precum şi ale unor principii, reguli şi axiome. (*N.T.*)

contradicţie nu implică enunţuri oarecare, dar sunt totuşi uşor explozive, în sensul că, adăugând cerinţa suplimentară a consistenţei, contradictorialitatea cauzează explozia. Mai multe logici pot fi considerate ca **LFI**-uri, printre acestea marea majoritate a logicilor paraconsistente dezvoltate în tradiţia braziliană, ca şi sistemele dezvoltate în tradiţia poloneză. În cele ce urmează sunt prezentate interpretările semantice ale acestora prin intermediul semanticilor traducerilor-posibile, accentuând asupra semnificaţiei şi aplicaţiilor lor la raţionarea umană şi la raţionarea automată. Dăm, de asemenea, sisteme de tablouri semantice pentru câteva **LFI**-uri importante: **bC**, **Ci** şi **LFI1**.

Termeni-cheie: *contradicţie, inconsistenţă, consistenţă, paraconsistenţă, tablouri semantice.*

1. Internalizând consistenţa şi paraconsistenţa

Este universal recunoscut faptul că, în activităţile de inginerie a cunoaşterii şi de administrare a bazelor de date, informaţia inconsistentă este regula, mai curând decât excepţia; contradicţiile sunt probabil inevitabile în teoriile noastre formale. Totuşi, acest fapt nu reprezintă în mod necesar un neajuns; teoriile inconsistente pot fi îndeajuns de *informative* şi este de dorit să învăţăm să *raţionăm* în mod judicios pornind de la acestea. Primul exemplu izbitor este dat de demonstraţiile obişnuite prin *reductio ad absurdum*, în care porneşti de la o premisă îndoielnică *P* şi eşti foarte mulţumit să ajungi la o contradicţie: această contradicţie te informează că *P* nu era corectă, iar un pas următor rezolvă problema, permiţându-ţi să deduci $\neg P$. Ce faci, de fapt, într-o astfel de întrebuinţare a lui *reductio*? Începi prin a presupune *P* şi atunci când găseşti o contradicţie, treci la descărcarea supoziţiei, luând întreaga deducţie ca o demonstraţie a lui $\neg P$. Nu este nici o contradicţie între *P* şi $\neg P$, deoarece ai dedus $\neg P$ după ce ai descărcat *P*, dar a fost un moment în care ai avut o contradicţie la îndemână şi ai decis să o foloseşti în mod strategic pentru a descărca ipoteza îndoielnică *P*, în loc de a deduce orice! Aceasta arată într-un mod clar că „logica găsirii demonstraţiilor“ nu poate fi logica clasică, deoarece altfel ar fi trebuit să deduci orice dintr-o demonstraţie reuşită prin *reductio ad absurdum*.

Contradicţiile sunt îndeajuns de informative şi în afara logicii şi a matematicii. Să considerăm, de exemplu, o situaţie în care, în cursul unei investigaţii, pui două persoane să răspundă la o întrebare de tip „da–nu“, cum este „Aţi fost amândoi plecaţi din oraş când s-a comis crima?“, încât ceea ce se va obţine va fi exact unul dintre următoarele rezultate posibile: ambii ar putea răspunde „da“, ambii ar putea răspunde „nu“ sau unul dintre ei ar putea răspunde „da“, în timp ce celălalt răspunde „nu“. Acum, se întâmplă că doar în *ultimul*

scenariu, în care apare o inconsistență, *ești sigur* că ai primit informație greșită de la una dintre surse!

Problema este că logica clasică (și extensiile logicii clasice, cum sunt logicile modale, și chiar fragmente ale acesteia, cum este logica intuiționistă), după cum este bine cunoscut, nu rezistă în fața contradicțiilor, deoarece orice teorie clasică explodează în prezența contradicțiilor, în sensul că toate propozițiile apar a fi atunci deductibile. În termeni mai formali, dată fiind o logică al cărei limbaj include un simbol $\neg$ pentru negație, să numim o teorie *contradictorie* în această logică dacă derivă A și negația sa $\neg A$ pentru o formulă A, să numim o *teorie trivială* dacă orice formulă B poate fi derivată din aceasta (în logica subiacentă) și în cele din urmă să numim o teorie *explozivă* dacă suplimentarea sa cu orice pereche de propoziții contradictorii A și $\neg A$ este suficientă pentru a o face trivială. Logica subiacentă va fi numită *contradictorie*, *trivială* sau *explozivă* dacă toate teoriile acesteia sunt, respectiv, contradictorii, triviale sau explozive. Este clar că orice teorie (sau logică) trivială va fi și contradictorie (dacă orice este derivabil dintr-o teorie, în particular vor fi derivabile toate perechile de formule de forma A și $\neg A$). Înăuntrul logicii clasice și a celei intuiționiste și, într-un mod general, înăuntrul a ceea ce numim logici explozive, teoriile contradictorii și cele triviale pur și simplu coincid, în virtutea caracterului exploziv al acestora, dacă logica satisface unele cerințe specifice (condițiile tarskiene), așa cum se explică mai jos.

Au fost atunci propuse *logici paraconsistente* pentru a fi logicile care să fundamenteze acele teorii contradictorii, dar non-triviale, prin intermediul slăbirii sau anulării caracterului exploziv al acestor teorii. Astfel, paraconsistența furnizează o distincție netă între noțiunile logice de *contradictorialitate*, *explozivitate* și *trivialitate*. Aceasta este prima cale către paraconsistență: dacă nu sunt contradicții prin preajmă, atunci totul este sub control (odată ce suntem într-un mediu consistent), dar dacă apar contradicțiile, ceea ce trebuie să controlăm este caracterul *exploziv* al logicii noastre subiacente.

Dar paraconsistența permite, de asemenea, să distingem între noțiunile logice de *inconsistență* și *contradictorialitate* într-un mod pur abstract. În literatură au fost propuse distincții între noțiunile de teorii *paradoxale* și teorii *antinomice*, cele paradoxale fiind identificate cu acele teorii în care inconsistențele pot să apară fără să conducă în mod necesar la trivializare, iar cele antinomice fiind identificate cu acele teorii în care orice contradicție care apare se dovedește a fi catastrofală, ca în cazul antinomiei lui Russell din teoria naivă a mulțimilor.

Primele calcule paraconsistente au fost propuse independent de Newton C.A. da Costa [14] și Jaśkowski [20] și sunt legate, de asemenea, și de ideile lui D. Nelson despre falsitatea constructibilă (ca o simetrizare sau dualizare a negației intuiționiste) din [23]. Aparatul formal al sistemelor lui da Costa este bazat pe ideea conform căreia „consistența“ (sau ceea ce el numea „comportamentul docil“ (*well-behavior*) al unei formule date este o condiție suficientă pentru a garanta caracterul său exploziv și conform căreia aceasta se poate reprezenta printr-o altă formulă a logicii subiacente (pentru primul său calcul, C_1, el alegea să reprezinte consistența unei formule A prin formula

$\neg(A \wedge \neg A)$ și se referea la această ultimă formulă ca fiind interpretabilă intuitiv ca „nu este cazul că atât A, cât și $\neg A$ sunt adevărate"). Propunerea noastră, inspirată de ideea lui da Costa, este exact aceea de a introduce consistența ca o *noțiune primitivă* a logicilor noastre: logicile paraconsistente care internalizează noțiunea de consistență (introducând astfel consistența la nivelul limbajului-obiect și nu ca un concept metamatematic) vor fi numite *logici ale inconsistenței formale* (**LFI**-uri). Dată fiind o logică **L**-consistentă, se va spune că **LFI**-urile care extind baza pozitivă a **L** și au conectori în limbajul acestora pentru a exprima consistența sau inconsistența constituie **C**-*sisteme bazate pe* **L**. Principala noastră contribuție este aceea de a studia o clasă largă de C-sisteme bazate pe logica clasică (între care calculele C_n, $0 \leq n < \omega$ nu vor fi decât exemple foarte particulare).

Internalizarea consistenței în logicile noastre va fi realizată prin adăugarea unui conector monadic „$\circ$" ce exprimă consistența (și a unui un alt conector „$\bullet$" ce exprimă inconsistența), pe baza următoarei supoziții: *consistența* este exact ceea ce face ca o teorie să devină trivială atunci când este expusă la o contradicție[3]. Consistența poate fi privită ca un *element ideal*, aproape în același fel în care numerele complexe (imaginare) pot fi utilizate în calcul: atât noțiunea formală de consistență, cât și $i = \sqrt{-1}$ sunt elemente *ideale* care fac posibile noi calcule. Ideea nu este aceea de *a valida orice falsitate*, ci aceea de *a extinde noțiunea de adevăr* [4]. Astfel, pe scurt, liniile directoare fundamentale din spatele **LFI**-urilor sunt următoarele:

LD1 Trivialitatea implică contradictorialitatea (dacă avem, ca de obicei, un simbol pentru negație);

LD2 Contradictorialitatea implică inconsistența (sau, mai precis, contradictorialitatea implică „non-consistența", întrucât consistența și inconsistența nu sunt în mod necesar duale, după cum vom vedea);

LD3 Contradictorialitatea *plus* consistența implică trivialitatea.

În acest fel, introducem de fapt o definiție nouă și rafinată a consistenței, care se va aplica la o clasă largă de logici: consistența are aici o aromă „constructivă": non-contradictorialitatea va fi pentru noi o condiție necesară pentru a demonstra consistența, dar nu va mai fi și *suficientă*. În cazul logicilor explozive, desigur, conceptele de non-contradictorialitate și non-trivialitate vor coincide, astfel că non-contradictorialitatea și consistența sunt, de asemenea, de identificat.

---

[3] Supoziția noastră este compatibilă cu intuiția lui Jaśkowski, [20; p. 144]: „în unele cazuri, avem de-a face cu un sistem de ipoteze care, *dacă sunt supuse unei analize prea consistente*, conduc la o contradicție internă sau la o contradicție cu o anumită lege acceptată, dar pe care le folosim într-un mod limitat în așa fel încât să nu producă o falsitate auto-evidentă".

Putem identifica trei (meta)principii filosofice fundamentale ce guvernează sistemele logice în general:

1) ***Principiul lui Pseudo-Scotus*** (**PPS**), cunoscut şi ca *ex contradictio sequitur quodlibet* (numit de unii logicieni contemporani şi *principiul exploziei*), care enunță că din orice teorie expusă la o pereche de enunțuri contradictorii A şi $\neg A$ derivă orice alt enunț B, astfel că teoria se dovedeşte a fi *trivială*;

2) ***Principiul non-contradicției*** (**PNC**), care enunță că există teorii din care nu sunt derivabile astfel de contradicții; şi

3) ***Principiul non-trivialității*** (**PNT**), care enunță că există cel puțin o teorie şi o propoziție B astfel încât B nu este derivabilă din această teorie.

Se spune că o teorie Γ este *uşor explozivă* atunci când există întotdeauna un mod de a exprima consistența unei formule date A cu ajutorul unor formule care depind cel mult de A. O logică uşor explozivă este exact o logică ce are doar teorii uşor explozive şi putem să formulăm acum o „versiune uşoară" a **PPS** pentru o logică dată **L**, afirmând că această logică trebuie să fie uşor explozivă. Logicile paraconsistente uşor explozive sunt exact acele logici pe care le-am numit mai sus **LFI**-uri, logicile inconsistenței formale. În logicile pe care le vom studia în acest articol, vom presupune în general că, pentru fiecare formulă A, consistența poate fi exprimată prin operatori aflați deja la nivelul obiect (i.e. lingvistic) al acestor logici, notați prin $\circ A$, unde „$\circ$" este „conectorul consistenței". C-sistemele (având aici întotdeauna logica clasică drept fundal), vor fi **LFI**-uri particulare.

Există diferite alte forme de explozie, cum sunt:

1) *explozia parțială*, care nu trivializează întreaga logică, ci doar o parte a sa (de exemplu, ca atunci când o contradicție nu demonstrează orice formulă, dar demonstrează orice formulă *negată*, aşa cum apare în cazul logicii intuiționiste minimale, **MIL**, a lui Kolmogorov & Johánson [21], în care, pentru orice Γ, A şi B, avem $\Gamma, A, \neg A \vDash \neg B$, deşi nu este cazul că, în general, $\Gamma, A, \neg A \vDash B$;

2) *explozia ex falso*, care asertează că trebuie să existe un element în logică astfel încât din acel element să decurgă orice (un fel de *particulă falsum* sau *minimală*);

3) *explozia controlabilă*, care enunță că, dacă nu toate, cel puțin unele dintre formulele noastre ar trebui să conducă la trivializare atunci când sunt luate împreună cu negațiile acestora; şi

4) *explozia suplimentată*, care enunță că logicile ar trebui să aibă sau să poată defini o negație *suplimentată* sau *tare*, având drept rezultat faptul că o pereche de propoziții contradictorii A, $\sim A$ ar trebui să explodeze atunci când $\sim A$ este negația tare a lui A. Toate aceste forme alternative de explozie pot fi transformate în (meta)principii logice alternative la principiul „complet" al lui Pseudo-Scotus [11].

Logicile paraconsistente studiate în acest articol nu respectă Principiul lui Pseudo-Scotus şi, în plus, aceste logici nu vor respecta nici principiul referitor la

explozia parțială, dar respectă principiile referitoare la explozia ușoară, *ex falso*, explozia suplimentată și, adesea, explozia controlabilă.

Fie ***For*** o colecție de formule ale unui anumit limbaj care are un simbol monadic $\neg$ pentru negație și să numim *teorie* orice submulțime a ***For***. Fie o *relație de consecință* $\vdash$ pe ***For*** o relație între teorii și formule ale ***For***, adică $\vdash \subseteq (\wp(For) \times For)$, unde $\wp\ (For)$ denotă puterea mulțimii ***For***. Definim o *logică* **L** ca o structură **L** = <***For***, $\vdash$>. Relația de consecință a unei logici date este adesea definită prin axiomele și regulile sale sau printr-o interpretare semantică asociată acestei logici.

Relației $\vdash$ i se impune adesea să îndeplinească anumite cerințe, cunoscute drept condițiile tarskiene, respectiv:

1) $A \in \Gamma \Rightarrow \Gamma \vdash A$ (reflexivitatea)

2) $(\Gamma \vdash A$ și $\Gamma \subseteq \Delta) \Rightarrow \Delta \vdash A$ (monotonicitatea)

3) $(\Gamma \vdash A$ și $\Delta, A \vdash B) \Rightarrow \Gamma, \Delta \vdash B$. (tranzitivitatea)

Să pregătim o logică **L** pentru discuția care urmează. În termeni formali, se spune că o teorie Γ a **L** este:

1) *contradictorie relativ la* $\neg$ sau pur și simplu *contradictorie*, dacă există o formulă A astfel încât $\Gamma \vdash A$ și $\Gamma \vdash \neg A$;

2) *trivială*, dacă pentru orice A, avem $\Gamma \vdash A$;

3) *explozivă*, dacă pentru orice A, avem $\Gamma, A, \neg A \vdash B$, pentru orice B.

La rândul său, o logică **L** este *contradictorie*, *trivială* sau *explozivă* dacă, respectiv, toate teoriile sale sunt contradictorii, triviale sau explozive.

Putem reformula acum **PNC**, **PPS** și **PNT** în termeni mai formali, pentru o logică dată **L**:

1. ***Principiul non-contradicției*** (**PNC**) pentru o logică **L**:

L trebuie să aibă teorii non-contradictorii, adică trebuie să existe o teorie Γ astfel încât pentru nici o formulă A nu are loc $\Gamma \vdash A$ și $\Gamma \vdash \neg A$.

2. ***Principiul lui Pseudo-Scotus*** (**PPS**, numit și *Principiul Exploziei*) pentru o logică **L**:

L trebuie să aibă doar teorii explozive, adică, pentru orice teorie Γ, teoria $\Gamma \cup \{A, \neg A\}$ este trivială.

3. ***Principiul non-trivialității*** (**PNT**) pentru o logică **L**:

L trebuie să aibă o teorie non-trivială, adică trebuie să existe o teorie Γ şi o formulă A astfel încât $\Gamma \nvdash A$.

Aceste principii au loc pentru diferite logici şi se poate arăta uşor că, presupunând **PPS** şi ținând cont de tranzitivitatea relației $\vdash$, **PNC** şi **PNT** sunt echivalente. Astfel, pentru multe logici, inclusiv pentru logica clasică, este suficient să se presupună sau **PNC**, sau **PNT**. Pare intuitiv acceptabil faptul că **PNT** trebuie să fie luat drept cel mai important dintre aceste trei principii – la urma urmei, dacă **PNT** nu are loc pentru o anumită logică, atunci din orice Γ s-ar deduce orice A, iar relația $\vdash$ ar fi totală, adică $\vdash = (\wp(\boldsymbol{For}) \times \boldsymbol{For})$. În acest caz, $\vdash$ nu ar mai fi o relație *deductivă* foarte interesantă, căci ar înceta „să mai facă diferența", întrucât nu ar mai exprima, susținem noi, nici un înțeles special legat de noțiunea de *derivabilitate*. De aceea, vom menține **PNT** de-a lungul acestui studiu, evitând considerațiile privitoare la logicile triviale.

Logicile inconsistenței formale vor defini o clasă largă de logici paraconsistente în care noțiunile de consistență şi inconsistență pot fi exprimate înăuntrul logicii printr-o schemă de formule $\Delta(A)$ care depind cel mult de A, astfel încât: i) $\Delta(A)$, A este în general non-trivial; ii) $\Delta(A)$, $\neg A$ este în general non-trivial, dar iii) $\Delta(A)$, A, $\neg A$ este trivial pentru orice teorie Γ, i.e., $\Gamma, \Delta(A), A, \neg A \vdash \boldsymbol{B}$, pentru orice B.

Despre o logică ce respectă acest principiu se va spune că respectă principiul exploziei uşoare; o **LFI** este astfel o logică paraconsistentă care satisface o formulare mai tolerantă a **PPS** (exprimată de principiul exploziei uşoare), în timp ce consideră indiscutabile **PNT** şi **PNC** (căci, deşi dorim ca logicile noastre să *suporte* teorii contradictorii, poate nu *dorim* ca din logicile noastre să se obțină contradicții). Logicile paraconsistente sunt adesea greşit înțelese ca logici din care se derivă contradicții. Aceasta este o greşeală flagrantă, cel puțin în formularea noastră a chestiunii: marea majoritate a logicilor paraconsistente aflate în literatura de specialitate şi toate logicile paraconsistente studiate aici nu aduc nici o contradicție încastrată în axiomele acestora, iar regulile lor de deducție nu generează contradicții din axiome. Chiar şi aşa, datorită constrângerilor adecvate impuse forței explozivității, aceste logici pot fi folosite ca logici subiacente care permit raționarea sub contradictorialitate fără alunecarea în trivialitate. Deşi există unele logici (aşa-numitele *logici dialectice* sau *logici ale obiectelor imposibile* [24], de exemplu), care nu respectă nici **PPS**, nici **PNC** şi au teze care nu sunt teze clasice, acest caz particular de logici paraconsistente nu va fi studiat aici. Logicile examinate în acest studiu doar suportă contradicțiile şi permit raționarea cu acestea, dar nici una nu generează contradicții şi nici nu validează vreo formă neaşteptată de raționare. Dimpotrivă: după cum vom vedea, logicile inconsistenței sunt, într-un sens, „mai conservatoare" decât logica clasică.

2. Cum să îți construiești propriul C-sistem

Ideea principală este aceea de a înțelege conceptul de inconsistență într-un astfel de mod încât, în timp ce teoriile contradictorii sunt cu siguranță inconsistente, reciproca ar putea să nu fie necesar adevărată. Într-un fel similar celui în care conceptul de punct este luat în geometrie ca o noțiune primitivă care poate fi descrisă doar prin relațiile sale cu alte concepte, și inconsistența poate fi luată în logică drept o noțiune primitivă. Din acest punct de vedere, teoriile inconsistente și cele contradictorii nu coincid, așa cum vor arăta logicile noastre ale inconsistenței formale **bC** și C_i.

Este cazul să dăm o definiție mai precisă pentru logicile inconsistenței formale (**LFI**-uri): o **LFI** este orice logică, așa cum s-a explicat mai sus, în care o noțiune sintactică de *consistență formală* poate fi definită într-un asemenea mod încât această nouă noțiune de consistență formală și noțiunea de contradicție pot fi relaționate în lumina liniei directoare (**LD3**). În particular, așa cum vom discuta mai jos, aceasta se poate face în multe cazuri prin suplimentarea limbajului cu un nou conector $\circ$ și considerarea unor axiome adecvate noi.

Este posibil de identificat printre **LFI**-uri o subclasă de așa-numite C-*sisteme* ca sisteme care păstrează fragmentul pozitiv al unei alte logici consistente și în care consistența sau inconsistența sunt exprimabile cu ajutorul conectorilor. Ca o subclasă de C-*sisteme*, definim **d**C-*sistemele* ca acele sisteme în care noțiunea de consistență formală poate fi definită în termenii altor conectori ai limbajului. **d**C-sistemele cuprind mai multe clase de sisteme paraconsistente, inclusiv cele din ierarhia C_n, $0 < n < \omega$ a lui da Costa [15] și logica **D2** a lui Jaśkowski [20].

Fără îndoială, nu toate logicile paraconsistente sunt C-sisteme. Să considerăm, de exemplu, logica *Pac*, dată de următoarele matrice, în care atât 1, cât și 1/2 sunt valori caracteristice (cf. Avron [1], sub numele $RM_3^{\supset}$ și Batens [2], sub numele PI^s):

$\wedge$	1	1/2	0
1	1	1/2	0
1/2	1/2	1/2	0
0	0	0	0

$\vee$	1	1/2	0
1	1	1	1
1/2	1	1/2	1/2
0	1	1/2	0

$\to$	1	1/2	0
1	1	1/2	0
1/2	1	1/2	0
0	1	1	1

	$\neg$
1	0
1/2	1/2
0	1

Este ușor de văzut că în această logică, pentru nici o formulă A nu poate fi cazul că $A, \neg A \vDash_{Pac} B$, pentru orice B. Deci *Pac* este o logică non-explozivă și astfel paraconsistentă. Deși conjuncția, disjuncția și implicația din *Pac* sunt cât se poate de clasice (de fapt, întreaga logică pozitivă clasică este validată de matricele sale), negația din *Pac* este prea puternic non-clasică. Într-adevăr, nici o negație având toate proprietățile clasice nu este definibilă în *Pac*, deoarece orice funcție de adevăr a acestei logici care are doar valori 1/2 ca *input* va avea, de asemenea, 1/2 ca *output*. Ca o consecință, *Pac* furnizează o interpretare foarte slabă pentru negație, odată ce în această logică toate contradicțiile sunt admisibile. Alte logici

paraconsistente, cum este logica lui Priest **LP** definită în [24] (care este exact fragmentul fără implicație al *Pac*), sunt pur și simplu imune la orice contradicții. Aceste logici sunt sub limita **C**-sistemelor, care încearcă să exprime unele forme clasice de raționare.

Cu toate acestea, *Pac* poate fi cu ușurință extinsă la un **C**-sistem prin adăugarea unei negații tari sau a unei constante *falsum* (o particulă minimală), ceea ce va avea drept rezultat logica numită $\mathbf{J_3}$ (studiată de D'Ottaviano și da Costa în 1970 [19], dar care fusese introdusă deja în [25] pentru scopuri legate de teoria demonstrației, numită și **CLuNs** [3]). Extinderea astfel obținută este încă paraconsistentă și are toate acele teorii explozive speciale care sunt absente în *Pac*. În [13] am explorat posibilitatea de aplicare a (unei variante a) acestei logici la studiul bazelor de date inconsistente, introducând conectorul „∘" ca primitiv. Drept rezultat, s-a arătat că această logică (redenumită **LFI1**, una dintre principalele „logici ale inconsistenței formale") este adecvată, printre alte opțiuni, pentru scopul formalizării noțiunii de (in)consistență într-un mod flexibil și semnificativ. Matricele sale sunt prezentate în secțiunea 4.

Dorim să prezentăm o clasă largă de **C**-sisteme bazate pe logica clasică, definind câteva sisteme prin extensii axiomatice. Să numim $\mathbf{C_{min}}$ *logica descrisă de toate axiomele pozitive ale logicii clasice*, luând $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ și $\neg$ drept conectori primitivi, plus axiomele $(\neg\neg A \rightarrow A)$ și $(A \vee \neg A)$ și închisă sub regula *modus ponens* și regula substituției, adică

(Min1) $\vdash_{min} (A \rightarrow (B \rightarrow A))$;

(Min2) $\vdash_{min} ((A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C)))$;

(Min3) $\vdash_{min} (A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B)))$;

(Min4) $\vdash_{min} ((A \wedge B) \rightarrow A)$;

(Min5) $\vdash_{min} ((A \wedge B) \rightarrow B)$;

(Min6) $\vdash_{min} (A \rightarrow (A \vee B))$;

(Min7) $\vdash_{min} (B \rightarrow (A \vee B))$;

(Min8) $\vdash_{min} ((A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C)))$;

(Min9) $\vdash_{min} (A \vee (A \rightarrow B))$;

(Min10) $\vdash_{min} (A \vee \neg A)$;

(Min11) $\vdash_{min} (\neg\neg A \rightarrow A)$.

În timp ce $\mathbf{C_{min}}$ este pozitiv-conservatoare relativ la logica clasică, logica obținută prin eliminarea (Min9) din $\mathbf{C_{min}}$ coincide cu logica C_ω propusă de da Costa [15]. $C_{min}\backslash\{(\text{Min9})\}$, i.e. C_ω, este pozitiv-conservatoare doar relativ la logica intuiționistă. Principalele proprietăți ale $\mathbf{C_{min}}$ sunt rezumate mai jos (dacă nu se indică altfel, toate demonstrațiile se găsesc în [8] sau în [11]):

Teorema 1

(i) *Metateorema deducției* are loc, i.e. $\Gamma, A \vdash_{min} B \Rightarrow \Gamma \vdash_{min} (A \rightarrow B)$;

(ii) Teorema lui Pseudo-Scotus (tPS) $(A \rightarrow (\neg A \rightarrow B))$ nu este demonstrabilă în C_{min};

(iii) Adăugarea (tPS) la $\mathbf{C_{min}}$ furnizează o axiomatizare consistentă și completă pentru *logica propozițională clasică*, **CPL**;

(iv) O formă de *demonstrație-pe-cazuri* are loc în $\mathbf{C_{min}}$, i.e. $(\Gamma, A \vdash_{min} B)$ și $(\Delta, \neg A \vdash_{min} B) \Rightarrow (\Gamma, \Delta \vdash_{min} B)$;

(v) $\mathbf{C_{min}}$ nu are nici negație tare, nici particulă minimală și nu este finit trivializabilă (adică orice teorie finită în $\mathbf{C_{min}}$ este non-trivială);

(vi) $\mathbf{C_{min}}$ nu are nici o teoremă negată, i.e. $(\nvdash_{min} \neg A)$;

(vii) Două formule oarecare negate diferite ale $\mathbf{C_{min}}$ nu sunt deductiv echivalente.

Teorema 1(v) arată că $\mathbf{C_{min}}$ (și la fel C_ω) nu poate fi un C-sistem bazat pe logica clasică sau pe logica intuiționistă, din moment ce nu poate fi ușor explozivă și astfel nu poate formaliza „consistența", în sensul precis formulat aici. În acest scop, avem nevoie de un calcul deductiv mai puternic.

Se definește atunci *logica de bază a inconsistenței formale*, **bC**, drept $\mathbf{C_{min}}$ plus următoarea schemă de axiomă, numită *principiul ușor al exploziei* (în care „$\circ$" este un operator monadic nou):

$$\circ A \rightarrow (A \rightarrow (\neg A \rightarrow B))$$

interpretând pe $\circ A$ ca „A este consistentă". Cititorul va nota că această schemă de axiomă este coerentă cu **(LD3)** de mai sus: o teorie contradictorie (cea care conține A și $\neg A$) nu este în mod necesar trivială – teoria devine trivială dacă, pe lângă faptul că este contradictorie, formula contradictorie este consistentă. Într-un astfel de caz, chiar consistența acesteia devine contradictorie, iar această situație conduce astfel la trivialitate.

Se poate demonstra că **bC** are teoreme negate și formule negate echivalente (dar, pe de altă parte, nu are teoreme consistente, adică teoreme de forma $\circ A$). Exemple de teoreme care pun în relație contradicția și consistența în **bC** sunt:

Teorema 2

(i) $A, \neg A \vdash_{bC} \neg\circ A$ („dacă *A* este contradictorie, atunci *A* nu este consistentă");

(ii) $\circ A \vdash_{bC} \neg(A \wedge \neg A)$ („dacă *A* este consistentă, atunci *A* este non-contradictorie", prima formă);

(iii) $\circ A \vdash_{bC} \neg(\neg A \wedge A)$ („dacă *A* este consistentă, atunci *A* este non-contradictorie", a doua formă)[4].

Conversele regulilor de mai sus *nu* au loc în **bC**. De asemenea, interdefinibilitatea conectorilor este în mod obişnuit nevalidă:

Teorema 3. Următoarea regulă are loc în **bC**:
$(\neg A \rightarrow B) \vdash_{bC} (A \vee B)$, dar nici una dintre celelalte reguli obişnuite ale lui de Morgan nu are loc în **bC**.

Proprietatea *intersubstitutivității echivalențelor deductive* nu este validă în **bC** şi în multe alte logici paraconsistente, ceea ce produce dificultățile de algebrizare a acestor logici.

Teorema 4. În **bC** avem:

(i) $(A \wedge B) \dashv\vdash_{bC} (B \wedge A)$ are loc, dar nu şi $\neg(A \wedge B) \dashv\vdash_{bC} \neg(B \wedge A)$;

(ii) $(A \vee B) \dashv\vdash_{bC} (B \vee A)$ are loc, dar nu şi $\neg(A \vee B) \dashv\vdash_{bC} \neg(B \vee A)$;

(iii) $(A \wedge \neg A) \dashv\vdash_{bC} (\neg A \wedge A)$ are loc, dar nu şi $\neg(A \wedge \neg A) \dashv\vdash_{bC} \neg(\neg A \wedge A)$;

(iv) $(A \vee \neg A) \dashv\vdash_{bC} (B \vee \neg B)$ are loc, dar nu şi $\neg(A \vee \neg A) \dashv\vdash_{bC} \neg(B \vee \neg B)$.

O observație importantă este acea că în **bC** noțiunile „nu este consistent" şi „inconsistent" *nu* coincid în mod necesar. Într-adevăr, chiar dacă introducem conceptul „consistent" ca fiind intern limbajului, prin intermediul unui nou conector „•" adăugat limbajului (interpretând $\bullet A$ ca „*A* este inconsistentă"), $\circ A$ şi $\neg\bullet A$, ca şi $\neg\circ A$ şi $\bullet A$ nu sunt în mod necesar interdefinibile, contrar a ceea ce s-ar putea conchide în mod pripit. Noțiunile „nu este consistent" şi „inconsistent" vor fi sau nu interdefinibile în funcție de axiomele noi care vor guverna conectorii • şi ∘.

---

[4] În multe sisteme de logică paraconsistentă, deşi $(A \wedge \neg A)$ şi $(\neg A \wedge A)$ sunt echivalente, nu se poate demonstra că $(A \wedge \neg A)$ şi $(\neg A \wedge A)$ sunt echivalente.

Teorema 5

(i) $\neg\bullet A \nvdash_{bC} \circ A$ („dacă A nu este inconsistentă, atunci este consistentă" nu este demonstrabilă în **bC**);

(ii) $\neg\circ A \nvdash_{bC} \bullet A$ („dacă A nu este consistentă, atunci este inconsistentă" nu este demonstrabilă în **bC**);

(iii) $\bullet A \nvdash_{bC} \neg\circ A$ („dacă A este inconsistentă, atunci nu este consistentă" nu este demonstrabilă în **bC**);

(iv) $\circ A \nvdash_{bC} \neg\bullet A$ („dacă A este consistentă, atunci nu este inconsistentă" nu este demonstrabilă în **bC**).

În **bC** se poate defini o nouă negație, numită *negație tare*, ca: $\sim A =_{df} \neg A \wedge \circ A$. Această negație recuperează multe dintre trăsăturile negației clasice, deși nu pe toate. De pildă, avem $A, \sim A \vdash_{bC} B$ pentru orice A și B și astfel **PPS** are loc relativ la această negație tare (adică această negație este explozivă), dar $\nvdash_{bC} (A \vee \sim A)$ și $\nvdash_{bC} (A \rightarrow \sim\sim A)$. Drept urmare, negația tare $\sim A$ nu este clasică, cu toate că este explozivă (în termeni intuitivi, $\sim A$ este cumva analogă cu negația intuiționistă). Dar în **bC** se poate defini o altă negație tare, aceasta având toate proprietățile negației clasice, punând

$$\div A =_{df} A \rightarrow (A \wedge \sim A).$$

O logică mai puternică a inconsistenței formale, **Ci**, este definită adăugând la **bC** schema de axiomă

$$\bullet A \rightarrow (A \wedge \neg A)$$

și definind

$$\bullet A =_{df} \neg\circ A.$$

În sistemul **Ci**, inconsistența și contradicțiile sunt echivalente între ele, datorită faptului că $(A \wedge \sim A) \vdash_{bC} \neg\circ A$ (cum s-a observat mai sus) și a axiomei pe care tocmai am introdus-o, plus definițiile. Omițând definițiile, totuși, obținem logici intermediare între **bC** și **Ci**.

În plus, în **Ci** cele două negații tari menționate mai sus sunt echivalente și dobândesc toate proprietățile negației clasice, dar este încă posibil să se definească negații tari non-clasice în **Ci**, de exemplu prin $\neg\neg\sim A$ și $\neg\neg\div A$. Unele proprietăți ale acestei logici sunt:

Teorema 6. Următoarele reguli au loc în **Ci**:

(i) $\circ A, \bullet A \vdash_{Ci} B$;

(ii) $\circ A, \neg\circ A \vdash_{Ci} B$;

(iii) $\bullet A, \neg\bullet A \vdash_{Ci} B$;

(iv) $\vdash_{Ci} \circ\circ A$;

(v) $\vdash_{Ci} \neg\bullet \circ A$;

(vi) $\vdash_{Ci} \neg\circ\bullet A$;

(vii) $\vdash_{Ci} \neg\bullet\bullet A$;

(viii) $\vdash \circ A \vdash_{Ci} (A \wedge \neg A)$

dar următoarele nu au loc:

$$\neg(A \wedge \neg A) \vdash_{Ci} \circ A;$$

$$\neg(\neg A \wedge A) \vdash_{Ci} \circ A.$$

Ce nu are loc în această logică? **PPS** nu are loc, adică $A, \neg A \nvdash_{Ci} B$, pentru unii A și B. Legile lui de Morgan și legile contrapoziției sunt valabile doar în forme restrânse, de exemplu $(A \rightarrow B) \nvdash_{Ci} (\neg B \rightarrow \neg A)$, dar $(A \rightarrow \circ B) \vdash_{Ci} (\neg\circ B \rightarrow \neg A)$. De asemenea, în **Ci** nu se poate demonstra consistența vreunei formule, în afară de cazul în care formula se referă deja la consistență sau inconsistență, adică $\circ A$ este demonstrabilă în **Ci**, dacă și numai dacă A însăși este de forma $\neg\circ B$, $\circ B$, $\bullet B$ sau $\neg\bullet B$ pentru unii B.

În lumina teoremei 6 (vii), putem considera adăugarea unor alte axiome la **Ci**, cum sunt, de exemplu:

Levo-axiomă pentru contradictorialitate (**cl**)[5]:

$$\neg(A \wedge \neg A) \to \circ A$$

Dextro-axiomă pentru contradictorialitate (**cd**):

$$\neg(\neg A \wedge A) \to \circ A$$

Axiomă bi-direcţională pentru contradictorialitate (**cb**):

$$(\neg(A \wedge \neg A) \vee \neg(\neg A \wedge A)) \to \circ A$$

Axiomă globală pentru contradictorialitate (**cg**):

$$(B \leftrightarrow (A \wedge \neg A)) \to (\neg B \leftrightarrow \neg(A \wedge \neg A))$$

Extinderea dublei negaţii (**ce**):

$$A \to \neg\neg A.$$

Un **dC**-*sistem* este orice sistem în care $\circ$ şi $\bullet$ pot fi definiţi în termenii altor conectori ai limbajului. În cazul sistemului C_1 al lui da Costa, cel mai puternic calcul al ierarhiei sale de logici paraconsistente din [15], $\circ A$ este definit ca $\neg(A \wedge \neg A)$ şi $\bullet A$ este definit ca $\neg\circ A$, astfel încât această logică este o extensie a **Cil**, logica obţinută prin adăugarea axiomei (**cl**) la **Ci**.

O serie de alte **dC**-sisteme distincte pot fi definite prin alegerea axiomelor adecvate de „propagare" pentru consistenţă şi inconsistenţă şi sunt posibile multe alegeri diferite. În funcţie de unele dintre acestea, putem obţine logici paraconsistente polivalente finite sau logici paraconsistente infinit-valente (şi, într-un caz extrem, chiar logica clasică).

Unele alegeri care au fost încercate pentru axiomele propagării sunt următoarele:

Prima alegere:

(ca) $(\circ A \wedge \circ B) \to \circ(A \# B)$, pentru toţi conectorii binari #;

---

[5] Această axiomă este valabilă pentru sistemul C_1 al lui da Costa, de exemplu, aşa cum se arată în [11].

A doua alegere:

(co) $(\circ A \vee \circ B) \to \circ(A \# B)$, pentru toți conectorii binari #;

A treia alegere:

(cv) $\circ(A \# B)$, pentru toți conectorii binari #;

A patra alegere:

(cr) $\circ(A \# B) \vdash (\circ A \vee \circ B)$, pentru toți conectorii binari #;

A cincea alegere:

(cj1) $\bullet(A \wedge B) \leftrightarrow (\bullet A \wedge B) \vee (\bullet B \wedge A)$

(cj1) $\bullet (A \vee B) \leftrightarrow (\bullet A \wedge \neg B) \vee (\bullet B \wedge \neg A)$

(cj1) $\bullet (A \to B) \leftrightarrow (\bullet B \wedge A)$

A șasea alegere:

(cw) $(\circ\neg A)$ pentru orice formulă A;

A șaptea alegere:

$\circ(A)$ pentru orice formulă A.

Acum pot fi definite mai multe C-sisteme prin moduri particulare de propagare a consistenței (sau inconsistenței), adăugând la **Ci** următoarele axiome:

1) **(ca)** plus **(cl)** de mai sus definesc calculul **Cila**, care coincide cu C_1 din ierarhia C_n;

2) **(co)** plus **(cl)** definesc calculul **Cilo**, echivalent cu un calcul numit C_1^+ [17];

3) **(cv)** și **(cw)** plus **(cb)** definesc logica maximală trivalentă **Cibvw**, echivalentă cu $\mathbf{P}^1$, introdusă în [26] (aici **(cb)** este demonstrabil, deci **Cibvw** = **Civw**);

4) **(cv)** plus **(cb)** și **(ce)** definesc logica maximală trivalentă **Cibve**, echivalentă cu $\mathbf{P}^2$, [22] (aici **(cb)** este demonstrabil, deci **Cibve** = **Cive**);

5) **(co)** **(cr)** și **(cw)** plus **(cb)** definesc logica maximală trivalentă **Ciborw**, numită și $\mathbf{P}^3$ (aici **(cb)** este demonstrabil, deci **Ciborw** = **Ciorw**);

6) similar, **Cije** și **Ciore** definesc, respectiv, logicile maximale trivalente **LFI1** și **LFI2** studiate în [13];

7) în fine, cele șapte alegeri definesc logica propozițională clasică.

Sunt posibile multe alte combinații: logicile **Cido**, **Cibo**, **Cigo**, **Ciloe**, **Cidoe**, **Ciboe** și **Cigoe**, de exemplu, sunt toate extinse prin logica paraconsistentă trivalentă $\mathbf{P}^2$. Logica **LFI1**, în cea de-a șasea alegere, dă o altă axiomatizare pentru calculul paraconsistent trivalent J_3. După cum s-a menționat mai sus, această logică a reapărut în literatură în diferite formulări.

Deși multe extensii ale logicilor inconsistenței formale sunt relativ simple, interpretările semantice reprezintă o chestiune complicată pentru paraconsistență în general. C-sistemele inițiale ale lui da Costa au fost introduse doar în termenii teoriei demonstrației și doar câțiva ani mai târziu au fost propuse semantici bivalente semi-verifuncționale pentru interpretarea acestora. Totuși, semanticile oferă un înțeles slab logicilor paraconsistente, după cum aceste semantici nu furnizează o explicație reductivă pentru prezența informației contradictorii; în particular acest fapt face dificilă aplicarea și implementarea acestora. În secțiunea următoare descriem semantici alternative atractive, numite *semantici ale traducerilor-posibile*.

3. Semanticile traducerilor-posibile

Piatra de la Rosetta, găsită de trupele lui Napoleon în 1799, conținea inscripții care au fost cheia descifrării scrierii hieroglifice egiptene. Descifrarea a fost posibilă doar datorită faptului că inscripțiile apar în trei forme: hieroglifică, demotică și greacă. Comparând scrierile hieroglifice și demotice cu versiunea în limba greacă și pornind de la faptul că acestea conțineau același text (această informație era efectiv înscrisă în partea scrisă în limba greacă a pietrei), Thomas Young și Jean François Champollion au putut descifra versiunile hieroglifică și demotică în 1882. *Semanticile traducerilor-posibile*, ca instrument general pentru furnizarea interpretării logicilor non-standard (și aplicat la logicile paraconsistente în [6] și [22]), sunt similare sub multe aspecte cu descifrarea Pietrei de la Rosetta (cf., de asemenea, [9] și [12]).

O *traducere* dintr-o logică **L** într-o logică L' este exact o corespondență dintre mulțimile de formule ale acestor logici care păstrează derivabilitatea, adică, dacă A este demonstrabilă în **L** din premisele Γ și $*$ este o traducere din **L** în **L'**, atunci $A*$ trebuie să fie demonstrabilă în **L'** din premisele $\Gamma* = \{B*: B \in \Gamma\}$, i.e. dacă $\Gamma \vdash A$, atunci $\Gamma* \vdash A*$. În termeni intuitivi, ideea este de a proiecta prin intermediul traducerilor sale o logică „hieroglifică“ dată într-un sistem mai simplu (de obicei, polivalent) și de a combina relațiile lor de deductibilitate pentru a obține

o semantică consistentă și completă pentru sistemul complicat inițial. Sistemul mai simplu ar juca astfel rolul limbilor cunoscute în analogia cu Piatra de la Rosetta. Putem considera acest proces ca funcționând în două direcții distincte: atunci când analizăm o logică complicată în termenii componentelor mai simple, numim procesul *dezasamblarea logicii* (*splitting logics*); dar este, de asemenea, posibil să concepem acest proces în direcția sintezei, prin definirea unei logici complexe pornind de la unele mai simple, iar în acest caz numim procesul *asamblarea logicii* (*splicing logics*).

Dăm aici un exemplu al felului în care acest tip de semantică ajută la a da înțeles contradicțiilor. Pentru **Ci**, logicile care joacă rolul de „limbi cunoscute simple" în analogia cu Piatra de la Rosetta vor fi cópii ale logicii trivalente prezentate în cele ce urmează, având valorile T, t și F, dintre care T și F sunt „adevărul" și „falsul" absolute, în timp ce „t" poate fi văzut ca ipotetic adevărat. Înțelesurile conectorilor $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ sunt fixate pentru **Ci**, dar înțelesul conectorilor „$\neg$" și „$\circ$" variază: fiecăruia dintre aceștia îi vor fi atribuite două interpretări distincte, și anume o interpretare slabă și una tare. Pentru negație, $\neg$, interpretarea slabă $\neg_w$ consideră valoarea „t" ca fiind efectiv adevărul și atribuie negației lui „t" tot valoarea „t". Pe de altă parte, interpretarea tare $\neg_s$ nu face nici o distincție între t și T și atribuie valoarea F negației lui „t". Pentru $\circ$, interpretarea slabă $\circ_w$ ignoră distincția dintre t și T, în timp ce interpretarea tare $\circ_s$ recunoaște valoarea „t" ca „provizoriu adevărat" și astfel ca inconsistent potențial.

$\wedge$	T	t	F
T	t	t	F
t	t	t	F
F	F	F	F

$\vee$	T	t	F
T	t	t	t
t	t	t	t
F	t	t	F

$\rightarrow$	T	t	F
T	t	t	F
t	t	t	F
F	t	t	t

	$\neg_w$	$\neg_s$
T	F	F
t	t	F
F	F	F

	$\circ_w$	$\circ_s$
T	T	T
t	T	F
F	T	T

Pentru sistemul **Ci**, mulțimea tuturor traducerilor recursive posibile care pot fi considerate este definibilă prin următoarele clauze de urmat de către orice traducere „*" în această mulțime:

Tr 1. pentru atomi p, $p^* = p$, $(\neg p)^* = \neg_w p$;

Tr 2. $(\neg A)^* = \neg_s A^*$ sau $(\neg A)^* = \neg_w A^*$, pentru formule non-atomice A;

Tr 3. $(A \# B)^* = A^* \# B^*$, pentru orice $\# \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$;

Tr 4. $(\circ A)^* = \circ_s A^*$ dacă $(\neg A)^* = \neg_w A^*$ și $(\circ A)^* = \circ_w A^*$ dacă $(\neg A)^* = \neg_s A^*$.

Drept exemplu, o formulă de forma $\neg\circ\neg A$ va avea în principiu opt traduceri posibile distincte, conform clauzelor de mai sus: în cazul $(\neg\neg A)^* = \neg_w(\neg A)^*$, $(\neg\circ\neg A)^*$ va fi una dintre $\neg_w\circ_s\neg_w A^*$, $\neg_s\circ_s\neg_w A^*$, $\neg_w\circ_s\neg_s A^*$ sau $\neg_s\circ_s\neg_s A^*$; dacă $(\neg\neg A)^* = \neg_s(\neg A)^*$, atunci $(\neg\circ\neg A)^*$ va fi una dintre $\neg_w\circ_w\neg_w A^*$, $\neg_s\circ_w\neg_w A^*$, $\neg_w\circ_w\neg_s A^*$ sau $\neg_s\circ_w\neg_s A^*$.

Cu alte cuvinte, sintaxa va fi interpretată în diferite scenarii semantice și, desigur, avem aici infinit de multe traduceri distincte care interpretează formulele din **Ci** în fragmente distincte ale logicii trivalente de mai sus, conform cu alegerile pentru interpretarea conectorilor $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\neg$ și $\circ$.

Semanticile traducerilor posibile reprezintă un instrument puternic pentru combinarea logicilor, complementar altor metode, cum este cea a fibrării [5]. Au fost date deja semantici ale traducerilor-posibile pentru calculele din ierarhia C_n [22], pentru o versiune ceva mai tare a C_n [6][6] și pot fi date pentru multe alte logici, oferind astfel o soluție la problema dificilă de a găsi semantici bune nu numai pentru logicile paraconsistente, ci și pentru alte logici verifuncționale, cu ajutorul unui caz particular, numit *semantica de asociație*.

4. Modelarea raționării umane și automate

Logicile paraconsistente pot fi aplicate în domeniul raționării automate și al bazelor de cunoștințe și de date. Acest prim exemplu se referă la proiectarea și implementarea bazelor de date deductive care sunt suficient de robuste pentru a rezista la contradicții ([13] și [18]). Diferiți utilizatori care au acces egal la o anumită bază de date pot introduce fapte noi și chiar reguli sau constrângeri noi, care, deși pot fi consistente din punctul de vedere al fiecărui utilizator, pot fi totuși contradictorii din punct de vedere global. Bazele de date tradiționale încearcă să detecteze informația contradictorie și apoi pornesc o procedură de „restabilire a consistenței". Este astfel foarte natural să se încorporeze bazele de date în medii logice care permit *raționarea* cu informație contradictorie, menținându-se în același timp toate celelalte trăsături dezirabile ale logicii tradiționale, cum sunt raționarea potrivit legii terțului exclus, raționarea pe cazuri și raționarea cu ajutorul cuantorilor.

Informația stocată în bazele de date trebuie să fie controlată pentru a se verifica prezența condițiilor predefinite, numite *constrângeri de integritate*, pentru a fi integrată în siguranță în baza de date. Constrângerile de integritate sunt exprimate de enunțuri de ordinul întâi (fixate); de exemplu, o bază de date care stochează informație despre cărți poate conține cerința ca nici o carte să nu aibă mai mult decât un titlu, exprimată de următoarea formulă de ordinul întâi:

[6] vezi secțiunea 3, *In Translatio Veritas*, din W. A. Carnielli, *(In)Consistența, contradictorialitatea și paraconsistența*, din volumul de față. (*N.T.*)

$$\forall x \forall y \forall z((\text{Titlu}(x, y) \wedge \text{Titlu}(x, z)) \rightarrow (y = z),$$

în care Titlu (x, y) înseamnă „y este titlul lui x". Înnoirile în bazele de date tradiționale sunt efectuate doar dacă noua bază de date satisface constrângerile de integritate; dacă nu, baza de date își menține starea sa anterioară. În timp ce în bazele de date tradiționale constrângerile de integritate trebuie să fie fixate, utilizarea unei logici paraconsistente în fundal ne oferă posibilitatea schimbării în timp a condițiilor de integritate, permițând ceea ce numim *baze de date evolutive*, care par foarte interesante pentru domeniul raționării artificiale. În [13] se arată că **LFI1** și **LFI2**, ca și extensiile de ordinul întâi ale acestora, **LFI1*** și **LFI2*** sunt logici foarte adecvate pentru a trata bazele de date care sunt robuste în raport cu inconsistența [18].

Diferite C-sisteme pot fi tratate, de asemenea, din perspectiva *tablourilor semantice analitice* [10]. Tablourile semantice sunt foarte importante pentru aplicațiile reale, întrucât ele furnizează un înțeles operațional pentru conectori în logică. (Într-adevăr, o logică dată în termeni pur hilbertieni, fără nici un tablou semantic sau sistem secvențial este practic, inutilă din perspectiva demonstrării automate a teoremelor, care este fundamentală pentru aplicații).

1) **Reguli semantice pentru bC**:

Tablourile sunt arbori diadici, iar binecunoscuta „notație α–β" se traduce prin: o regulă este de tipul α (o α–regulă), dacă consecințele sale merg în aceeași ramură a arborelui și este de tipul β (o β–regulă), dacă consecințele sale merg în ramuri diferite.

α–reguli pentru **bC**:

α	α_1	α_2
1. $T(A \wedge B)$	$T(A)$	$T(B)$
2. $F(A \vee B)$	$F(A)$	$F(B)$
3. $F(A \rightarrow B)$	$T(A)$	$F(B)$
4. $T(\neg\neg A)$	$T(A)$	$T(A)$
5. $F(\neg A)$	$T(A)$	$T(A)$

β–reguli pentru **bC**:

β	β_1	β_2
6. $F(A \wedge B)$	$F(A)$	$F(B)$
7. $T(A \vee B)$	$T(A)$	$T(B)$
8. $T(A \rightarrow B)$	$F(A)$	$T(B)$
9. $T(\circ A)$	$F(A)$	$F(\neg A)$

Următoarea este o regulă derivată de tip β:

10. $T(\neg A)$	$F(A)$	$F(\circ A)$

Pentru a arăta că aceasta este o regulă derivată este suficient să se arate existența unui tablou închis pentru T(¬*A*), T(*A*), T(∘*A*) (se folosește regula 9).

2) **Reguli semantice pentru Ci**

α–regulile pentru **Ci** sunt aceleași ca pentru **bC** plus următoarele:

α	α_1	α_2
11. F(∘*A*)	T(*A*)	T(¬*A*)
12. T(¬∘*A*)	F(∘*A*)	F(∘*A*)

β –regulile pentru **Ci** sunt aceleași ca pentru **bC**.

Un tablou semantic pentru **bC** sau **Ci** este *închis* dacă toate ramurile conțin formulele T(*A*) și F(*A*) pentru unii *A*.

3) **Reguli semantice pentru LFI1**:

Așa cum s-a menționat în secțiunea 2, logica **LFI1** este o logică paraconsistentă trivalentă cu valorile 1 și 1/2 (pentru „adevărat“ și „parțial adevărat“) și 0 (pentru „fals“); matricele sunt următoarele:

∧	1	1/2	0
1	1	1/2	0
1/2	1/2	1/2	0
0	0	0	0

∨	1	1/2	0
1	1	1	1
1/2	1	1/2	1/2
0	1	1/2	0

→	1	1/2	0
1	1	1/2	0
1/2	1	1/2	0
0	1	1	1

	¬	•
1	0	0
1/2	1/2	1
0	1	0

în care 1 și 1/2 sunt valori desemnate.

α–regulile pentru **LFI1** sunt aceleași ca pentru **Ci** (i.e. α–regulile 1, 2, 3, 4 pentru **bC**, 11, 12 pentru **Ci**) plus 5* (o modificare a regulii 5) și regulile noi 14 – 17 (putem presupune aici că ∘*A* este definit prin intermediul lui •*A*):

α	α_1	α_2
5*. F(¬*A*)	T(*A*)	F(•*A*)
13. F(¬¬*A*)	F(*A*)	F(*A*)
14. F(• (*A* ∧ *B*))	F(•*A* ∧ *B*)	F(•*B* ∧ *A*)
15. F(• (*A* ∨ *B*))	F(•*A* ∧ ¬*B*)	F(•*B* ∧ ¬*A*)
16. F(• (*A* → *B*))	F(*A* ∧ •*B*)	F(*A* ∧ •*B*)
17. T(• (*A* → *B*))	T(*A* ∧ •*B*)	T(*A* ∧ •*B*)

β–regulile pentru **LFI1** sunt β-regulile pentru **Ci** (i.e. β-regulile 6, 7, 8, 9 pentru **bC**) plus:

β	β_1	β_2
18. T(• (A ∧ B))	T(•A ∧ B)	T(•B ∧ A)
19. T(• (A ∨ B))	T(•A ∧ ¬B)	T(•B ∧ ¬A)

Următoarea este o regulă derivată de tip β pentru **LFI1**:

20. F(•A)	F(A)	F(¬A)

Un tablou pentru **LFI1** este *închis* dacă toate ramurile conțin formulele T(A) și F(A) pentru unii A sau conțin o formulă de forma T(••A) sau de forma T(∘∘A). Un bun exercițiu este acela de a arăta că regula 5* permite să se demonstreze că ¬(A ∧ ¬A) este o teoremă a **LFI1**.

Este important să se noteze că regula 13 poate, de asemenea, să fie adăugată la **bC** și **Ci** pur și simplu prin adăugarea axiomei (A → ¬¬A) la aceste logici. Completitudinea și alte rezultate pot fi ușor adaptate și obținem logici ușor mai puternice.

Completitudinea rezultatelor similare pentru calculul propozițional C_1 (și pentru versiunea sa de ordinul întâi C_1^*) a fost demonstrată în [7], iar alte exemple pentru raționarea automată au fost prezentate în [10], [13] și [18].

Unele exemple de aplicații, simple și totuși ilustrative, sunt prezentate mai jos.

***Exemplul* 1. Revizuirea unui concept prost definit**

Așa-numita „*Nixon Diamond*"[7] este o problemă considerată frecvent în literatură. Să presupunem că avem următoarele enunțuri:

1) Nixon este Quaker (N → Q)

2) Quaker-ii sunt pacifiști (Q → P)

3) Nixon nu este pacifist (N → ¬P)

Aceste enunțuri sunt evident contradictorii, presupunând că există o persoană care să aibă toate aceste proprietăți[8]. În acest punct, o persoană rațională ar bănui că una dintre proprietăți trebuie să fie descalificată, dar această manevră ar fi blocată dacă toate proprietățile au același statut de încredere. Dacă toate sunt considerate ca adevărate, nu există altă posibilitate rațională decât aceea ca un concept să fie inexact sau vag sau expus la contradicții. Presupunând că se poate clarifica întotdeauna cine

---

[7] În limba engleză, cuvântul „*diamond*" înseamnă *diamant*, dar are și sensul figurat de *om incult dar virtuos* exprimat aici, ceea ce prilejuiește autorului și jocul de cuvinte din titlul celui de-al doilea exemplu. (*N.T.*)

[8] vezi supoziția „T(N)" de mai jos. (*N.T.*)

este Quaker și cine nu, singurul candidat pentru inexactitate sau posibilă contradictorialitate este „pacifist". Aceasta este exact concluzia dată de sistemul nostru din [7]. Construind un tablou semantic pentru setul de propoziții S (și adăugând T(N) pentru a garanta existența unei astfel de creaturi),

$$S = \{T(N), T(N \to Q), T(Q \to P), T(N \to \neg P)\},$$

în loc să se blocheze, sistemul conchide că $F(\circ P)$, adică P nu este consistent. Aceasta înseamnă cel puțin că „pacifist" nu este un concept bine definit în acest context, iar sistemul dă utilizatorului șansa de a-și revizui definiția.

***Exemplul* 2. Schimbarea opiniei: din nou diamantele**

Un diamant a fost furat și doar două persoane au fost prezente: Adam și Bob. Întrucât nu există dovezi (ci doar indicii) împotriva lor, judecătorul consideră inițial că ei nu sunt vinovați, adică baza sa de opinii conține $\Delta_0 = \{\neg A, \neg B\}$, unde enunțurile A și B stau, respectiv, pentru „Adam este vinovat" și „Bob este vinovat". Mai târziu, diamantul a fost găsit în mașina lor, astfel că baza de opinii a judecătorului trebuie extinsă la $\Delta_1 = \{\neg A, \neg B, A \vee B\}$. În această situație, dacă judecătorul ar folosi *logica clasică*, el ar deriva $\Delta_1 = \vdash_{CPL} A \wedge B$, deoarece Δ_1 este contradictorie și conduce la explozie. Din fericire, totuși, judecătorul (și, fiindcă veni vorba, nimeni) nu ia logica clasică atât de serios: el așteaptă prudent mai multă informație. Atitudinea judecătorului poate fi formalizată prin intermediul unei **LFI**: folosind **bC**, **Ci** sau **LFI1**, de exemplu, el nu trage această concluzie. Să alegem **LFI1** pentru a-i exprima analiza.

Este clar (folosiți un tablou semantic pentru **LFI1**) că $\Delta_1 = \nvdash_{LFI1} A$ și $\Delta_1 = \nvdash_{LFI1} B$. O nouă investigație descoperă că doar Adam a folosit mașina de când a fost furat diamantul și astfel baza de opinii a judecătorului este din nou adusă la zi la $\Delta_2 = \{\neg A, \neg B, A \vee B, \circ(\neg B)\}$, unde $\circ(\neg B)$ înseamnă că supoziția inițială despre nevinovăția lui Bob este realmente consistentă. Acum, cu ajutorul unui tablou pentru **LFI1**, se poate vedea că

$$\Delta_2 \vdash_{LFI1} A \text{ și } \Delta_2 \vdash_{LFI1} \bullet(\neg A),$$

ceea ce înseamnă că Adam s-a dovedit acum a fi vinovat și că supoziția inițială privind nevinovăția sa era inconsistentă.

***Exemplul* 3. Inventarea și rezolvarea problemelor logice**

Un tip popular de problemă logică vă cere să deduceți unele fapte dintr-o teorie, dându-se un minimum de informații. De exemplu, trei persoane A, B și C (un logician, un filosof și un matematician) locuiesc la Roma, Paris și São Paulo. Să se deducă din următoarele informații ce este și unde locuiește fiecare dintre aceste persoane:

1) Logicianul locuieşte la Paris;

2) *A* nu este filosof;

3) *B* este logician;

4) *C* nu este matematician şi nu locuieşte la Roma;

5) Filosoful nu locuieşte la São Paulo.

considerând că fiecare persoană locuieşte într-un singur oraş şi că are o singură profesie.

Informația este concepută în aşa fel încât să garanteze o soluție unică: dacă problema este subdeterminată (adică informația este insuficientă), există mai mult de o soluție, iar dacă jocul este supradeterminat (adică informația este contradictorie), nu există soluție. În plus, problema poate fi exprimată în logica de ordinul întâi (sau, de fapt, întrucât universul de discurs este finit, în logica propozițională) şi poate fi rezolvată automat (cu ajutorul programării logice sau, echivalent, prin intermediul tablourilor semantice).

Dacă încercați să inventați o problemă cum este aceasta, puteți considera bineînțeles informație inconsistentă şi cu siguranță nu doriți să deduceți orice din această inconsistență temporară; există un mijloc de control automat al prezenței inconsistențelor şi de revizuire a informației?

Da, există! Rulați programul folosind un tablou semantic pentru **Ci** (sau pentru **LFI1**) şi sistemul va rezolva problema sau va indica automat informația care trebuie să fie revizuită! (Problema din acest exemplu este contradictorie?).

5. Încheiere

Aceste însemnări intenționează să definească ideea că raționarea cu contradicții nu este numai utilă, dar este şi perfect asigurată din punct de vedere logico-matematic. Am discutat, de asemenea, unele chestiuni subiacente ale paraconsistenței, indicând unele aplicații efective ale acesteia la raționarea umană şi automată, precum şi la modele ale bazelor de date. Am arătat cum pot fi formulate o serie de sisteme axiomatice de logică paraconsistentă şi felul în care semanticile traducerilor-posibile şi sistemele de demonstrare automată pot fi asociate cu unele dintre aceste acestea. De asemenea, am intenționat să arătăm cât de intuitive şi atrăgătoare filosofic sunt aceste semantici.

Luând în serios sarcina de a construi logici pentru inconsistența formală, putem să controlăm mai bine unele probleme filosofice şi să înțelegem rolul procedeelor contradictorii în exprimarea informației (ca în cazul demonstrațiilor prin *reductio ad absurdum*), pe lângă aplicațiile imediate la bazele de date şi schimbarea opiniei.

Bibliografie

[1] AVRON, A. – „On an implication connective of *RM*". *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 27:201–209, 1986.

[2] BATENS, D. – „Paraconsistent extensional propositional logics". *Logique et Analyse* 90–91:195–2234, 1980.

[3] BATENS, D. – *A survey of inconsistency-adaptive logics*. În: D. Batens, C. Mortensen, G. Priest şi J.-P. van Bendegem, editori, *Frontiers in Paraconsistent Logic:* Proceedings of the I World Congress on Paraconsistency, Ghent, 1998, pp.49–73. Baldock: Research Studies Press, King's College Publications, 2000.

[4] BUENO, O. – *Truth, quasi-truth and paraconsistency*. În: W. A. Carnielli şi I.M. L. D'Ottaviano, editori, *Advances in Contemporary Logic and Computer Science:* Proceedings of the XI Brazilian Conference of Mathematical Logic, Salvador, 1996, pp.275–293. Providence: American Mathematical Society, 1999.

[5] CALEIRO, C. ŞI MARCOS, J. – *Non-truth-functional fibred semantics*. În: H. R. Arabnia, editor, *Proceedings of the* 2001 *International Conference on Artificial Intelligence* (IC-AI'2001), v.II, pp.841–847. CSREA Press, USA, 2001.

[6] CARNIELLI, W. A. – *Possible-translations semantics for paraconsistent logics*. În: D. Batens, C. Mortensen, G. Priest şi J.-P. van Bendegem, editori, *Frontiers in Paraconsistent Logic:* Proceedings of the I World Congress on Paraconsistency, Ghent, 1998, pp.149–163. Baldock: Research Studies Press, King's College Publications, 2000.

[7] CARNIELLI, W. A., LIMA-MARQUES, M. – „Reasoning under inconsistent knowledge". *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 2(1):49–79, 1992.

[8] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J. – „Limits for paraconsistency calculi". *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 40(3):375–390, 1999.

[9] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J. – „Ex contradictione non sequitur quodlibet". *Bulletin of Advanced Reasoning and Knowledge* 1(2001), pag.89–109. (*Proceedings of the Advanced Reasoning Forum Conference*, susţinută în Bucureşti, România, Iulie 2000). Colegiul Noua Europă, Bucureşti (Editor: Mircea Dumitru).

[10] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J. – *Tableau systems for logics of formal inconsistency*. În: H. R. Arabnia, editor, *Proceedings of the* 2001 *International Conference on Artificial Intelligence* (ICAI' 2001), vol.II, pp.848–852. CSREA Press, USA, 2001.

[11] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J. – *A taxonomy of C-systems*. In *Paraconsistency: The Logical Way to the Inconsistent – Proceedings of* WCP'2000 (editori W.A. Carnielli, M. E. Coniglio şi I. M. L. D'Ottaviano) Marcel Dekker, New York, 1–94, 2002. Pre-print disponibil la CLE e-Prints, vol, 1(5), 2001: URL=http://www.cle.unicamp.br/e-prints/abstract_5.htm.

[12] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J. – *Semantics for C-systems*. În curs de apariţie.

[13] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J., DE AMO, S. – „Formal inconsistency and evolutionary databases". *Logic and Logical Philosophy*, 8(2):115–152. (Proceedings of the Ja_kowski's Memorial Symposium), 2000.

[14] DA COSTA, N. C. A. – *Inconsistent Formal Systems* (în portugueză). Teză, UFPR, Brazil, 1963. Curitiba: Editora UFPR, pp. 68, 1993.

[15] DA COSTA, N. C. A. – „On the theory of inconsistent formal systems". *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 15(4):497–510, 1974.

[16] DA COSTA, N. C. A., ALVES, E. – „A semantical analysis of the calculi C_n". *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 18(4):621–630, 1977.

[17] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. – „Aspects of paraconsistent logic". *Bulletin of the IGPL* 3(4), pp.597–614, 1995.

[18] DE AMO, S., CARNIELLI, W. A., MARCOS, J. – *Proceedings of the* II *International Symposium on Foundations of Information and Knowledge Systems.* În: Thomas Eiter and Klaus-Dieter Schewe, editors, (FoIKS, 2002), Schloß Salzau, Germany, February, 2002, pp. 67–84. Lecture Notes in Computer Science 2284, Springer-Verlag, Berlin, 2002.

[19] D'OTTAVIANO, I. M. L., DA COSTA, N. C. A. – „Sur un problème de Jaśkowski". *Comptes Rendus de l'Academie de Sciences de Paris* (A–B), 270:1349–1353, 1970.

[20] JAŚKOWSKI, S. – „Propositional calculus for contradictory deductive systems" (în poloneză). *Studia Societatis Scientiarum Torunensis*, sectio A–I:57–77, 1948. Traducere în limba engleză: *Studia Logica*, 24:143–157, 1967.

[21] JOHÁNSSON, I. – „Der Minimalkalkül, ein reduzierter intuitionistischer Formalismus". *Compositio Mathematica*, 4(1):119–136, 1936.

[22] MARCOS, J. – *Possible-Translations Semantics* (in portugeză). Teză, Unicamp, Brazil, xxviii+240p, 1999. URL = ftp://www.cle.unicamp.br/pub/thesis/J.Marcos/

[23] NELSON, D. – *Negation and separation of concepts in constructive systems*. În: A. Heyting, editor, *Constructivity in Mathematics*: Proceedings of the colloquium held at Amsterdam, 1957, pp. 208–225. Amsterdam: North-Holland, 1959.

[24] PRIEST, G. – *In Contradiction. A Study f the Transconsistent*: Dordrecht: Nijhoff, 1987.

[25] SCHÜTTE, K. – *Beweistheorie*. Springer-Verlag, 1960.

[26] SETTE, A. M. –„On the propositional calculus P1". *Mathematica Japonicae*, 18:181–203, 1973.

Mulțumiri

Multe dintre rezultatele prezentate în acest articol se bazează pe cercetarea pe care am întreprins-o în colaborare cu João Marcos (IFCH-UNICAMP, Brazilia și IST, Portugalia), Marcelo E. Coniglio (CLE și IFCH-UNICAMP, Brazilia) și Sandra de Amo (UFU, Brazilia). Doresc să apreciez în mod special ajutorul valoros al lui João Marcos și Marcelo E. Coniglio în dezbaterea ideilor, verificarea demonstrațiilor, clarificarea definițiilor, îmbunătățirea exemplelor și în stimularea continuă a unor cercetări viitoare. De asemenea, mulțumesc pentru sprijinul acordat printr-o subvenție de cercetare din partea CNPq-Brazilia și a ARF (Advanced Reasoning Forum).

iitorul logicii paraconsistente[1]

Jean-Yves BÉZIAU

1. Logică a viitorului sau logică fără viitor?

Stefan Zweig a scris o carte intitulată *Brazilia, țară a viitorului*; se pare că profeția lui nu a fost încă îndeplinită și există o glumă tipic braziliană care spune că Brazilia este țara viitorului și va rămâne așa pentru totdeauna.

Probabil că ceva similar se poate spune despre logica paraconsistentă. După crearea sa, au fost necesari aproape 50 de ani pentru a organiza un congres mondial de paraconsistență și încă nu există un manual dedicat acesteia. Pentru comparație, după doar zece ani de la crearea sa, logica lineară este deja studiată în lumea întreagă și au fost organizate multe congrese de logică lineară. Dar este dificil de știut ce se va întâmpla. Poate că logica paraconsistentă va dăinui, iar logica lineară este doar o logică la modă, de care nu-și va mai aminti nimeni în zece ani. Sau poate că logica paraconsistentă va rămâne o curiozitate controversată, iar logica lineară se va transforma în logica oficială, înlocuind logica clasică, dominându-ne computerele, soțiile și banii.

Sau poate că logica paraconsistentă și logica lineară sunt doar variațiuni pe aceeași temă cu cea a logicii clasice. Poate că în viitor vor fi schimbări mult mai radicale, o revoluție logică similară cu cea fregeană. Va avea loc o nouă concepție despre logică față de care logica clasică va arăta așa cum arată astăzi silogistica față de logica clasică, iar logica paraconsistentă și logica lineară vor arăta ca numeroasele variațiuni și pretinsele îmbunătățiri ale silogisticii care au fost propuse

---

[1] *The future of paraconsistent logic*, articol apărut în *Logical Studies Online Journal*, **2**, 1999. **Traducere de Dumitru Gheorghiu.** (*N.T.*)

2. Probleme ale paraconsistenței

2.1. Problema definiției logicii paraconsistente

2.1.1. Logică paraconsistentă?

În linii mari, o logică paraconsistentă este o logică ce respinge principiul non-contradicției (PNC). Întrebarea este dacă o negație care nu respectă PNC este încă o negație. Pentru unii, precum Quine [82] și, mult mai recent Slater [87], răspunsul este un mare NU, pentru că, *prin definiție*, negația trebuie să respecte PNC. Dar dacă cineva reflectează două minute asupra acestei probleme, va vedea că nu este atât de simplă.

Ce este *definiția negației*? Pretenția implicită a lui Quine și Slater este că există o singură negație care este perfect și precis descrisă de logica formală clasică. Totuși, pe de o parte, este dificil de argumentat că această negație clasică dă o descriere a folosirii negației din limbajul natural și din acest motiv, o astfel de definiție apare a nu fi foarte descriptivă, ci mai curând puternic normativă, ca să nu spunem dictatorială. Pe de altă parte, așa se întâmplă și în logica matematică, întrucât mult timp oamenii au numit „negație" diferiți conectori apropiați, dar diferiți de negația clasică.

Oamenii pot argumenta că PNC este o proprietate fundamentală a negației și că nu are nici un sens să se mai folosească cuvântul „negație" pentru a denumi un conector care nu se bucură de această proprietate. Dar și principiul terțului exclus este o proprietate fundamentală a negației, un fel de dual al PNC, iar negația intuiționistă, care nu se bucură de această proprietate, este fără doar și poate numită „negație". Așadar, de ce nu ar trebui să se permită să fie numit negație un operator care poate să apară ca un dual (v. secțiunea 3.4) al negației intuiționiste?

Chestiunea dacă o negație paraconsistentă poate fi numită în mod corect negație este încă o problemă importantă deschisă, care are două părți: (a) partea *matematică*, în care trebuie să investigăm care sunt acele proprietăți ale negației ce sunt compatibile cu respingerea PNC; (b) partea *filosofică*, în care trebuie să vedem dacă aceste proprietăți sunt suficiente pentru a caracteriza ideea de negație. Este încă multă treabă de făcut de ambele părți. În partea matematică problema nu este atât de simplă, deoarece proprietățile negației sunt de tipuri și niveluri diferite și depind de cadrul în care lucrăm și există mai multe cadre posibile (operatorul consecință tarskian standard, calculul secvențial substructural etc.). Ceea ce este cerut aici pentru a conduce așa cum trebuie o astfel de investigație este o teorie generală a logicii, o logică universală care va juca același rol pe care algebra universală îl joacă în algebră (v. [18], [21], [31]). În partea filosofică există, de asemenea, diferite idei sau teorii posibile ale negației care nu sunt compatibile și care aparțin unor contexte diferite.

2.1.2. „Logică paraconsistentă“?

După cum se știe, expresia „logică paraconsistentă“ a fost propusă, în 1976, de către filosoful peruvian Miró Quesada ca o soluție posibilă la o întrebare a lui da Costa. Foarte rapid, denumirea a devenit larg răspândită și chiar a jucat un rol decisiv în dezvoltarea denotației sale (v. [43], [49]).

Cu toate acestea, există mulți oameni cărora nu le place denumirea și care au încercat să o înlocuiască, fără succes, cu altceva: logică dialetheică, logică antinomică, logică parainconsistentă, logică a contradicției, teratologică, logică transconsistentă etc.

Prefixul grecesc *para* are în principal trei înțelesuri:

(1) „împotriva“, ca în expresia *paradox* (care în limba greacă înseamnă împotriva simțului comun),

(2) „dincolo de“, ca în expresia *paranormal*,

(3) „foarte similar“ („înrudit“, „aproape de“), ca în expresia *paramilitar*.

Acest prefix este așadar el însuși contradictoriu, în sensul că are diferite înțelesuri incompatibile. Unii oameni resping expresia „logică paraconsistentă“, deoarece o interpretează conform celui de al treilea înțeles al lui *para* și cred că o astfel de interpretare nu se potrivește cu scopul revoluționar al logicii paraconsistente, care este acela de a ne duce nu aproape de consistență, ci dincolo de aceasta. Cei care sugerează expresia „logică parainconsistentă“ gândesc că logica paraconsistentă este dincolo de (sau aproape de) inconsistență, nu de consistență.

Ceea ce este mai puțin cunoscut este că prefixul *para* există în alte limbi cu alte înțelesuri. În Puppy-Guarana, una dintre multele limbi dispărute ale indienilor din America de Sud, înseamnă „în afara“. Deși Puppy-Guarana nu mai este deloc vorbită, multe nume proprii în Brazilia sunt din această limbă, cum este numele plajei din Rio „Ipanema“, sau cum este numele orașului „Parati“, care înseamnă „în afara ta“, sau cum este numele statului în care s-a născut da Costa, „Parana“, care înseamnă „în afara lui Na“, Na fiind numele unei faimoase zeițe indigene (v. [36]).

Expresia „logică paraconsistentă“ este astăzi bine stabilită și nu ar avea nici un sens să fie schimbată. Poate fi interpretată în multe moduri diferite, care corespund multor moduri diferite în care o logică ne permite să raționăm în prezența contradicțiilor. Cu toate acestea, cineva poate dori să aibă nume suplimentare pentru a denumi aceste moduri. Interpretând prefixul *para* în sensul său originar, pe direcția ce duce de la stânga la dreapta, de la situarea conformistă confortabilă în dogma neclintită a consistenței la poziția nihilistă fermă ce ține sus flamura incandescentă a inconsistenței, avem următoarea imagine:

consistent, neoconsistent, transconsistent, anticonsistent, paraconsistent,
parainconsistent, antiinconsistent, transinconsistent, neoinconsistent, inconsistent.

2.2. Probleme filosofice

Unii oameni cred în Contradicțiile Adevărate și din acest motiv apără existența logicii paraconsistente. Alții cred în Dumnezeu și din acest motiv apără existența Bisericii. În ambele cazuri, dificultatea este de a ști ce este exact obiectul credinței lor. Iar a deduce existența Contradicțiilor Adevărate pornind de la logica paraconsistentă pare a fi posibil doar printr-un raționament similar celui prin care s-ar deduce existența lui Dumnezeu pornind de la existența Bisericii, raționament obișnuit printre oamenii Bisericii, dar rar printre filosofi, Kant fiind excepția care demonstrează regula.

Într-un anumit sens, suntem înconjurați de contradicții. Dar poate că aceste contradicții sunt doar aparente sau poate că ele există efectiv, dar sunt lucruri care trebuie să fie evitate. În orice caz, se pare că logica paraconsistentă este esențială, deoarece chiar în cazul în care contradicțiile sunt doar aparente, probabil că nu putem evada din lumea aparențelor, trebuie să rămânem în peștera lui Platon, având de-a face cu contradicțiile, și chiar dacă putem sau trebuie să le evităm, probabil că logica paraconsistentă este o cale mai blândă de a face aceasta decât este logica clasică.

Unii oameni cred că logica paraconsistentă este esențială deoarece contradicțiile sunt esențiale. Ei cred că există contradicții adevărate care nu pot fi evitate sau mai mult decât atât: contradicția este esența realității.

În mod clar, există o luptă în privința contradicțiilor. Unii oameni sunt împotriva contradicțiilor, ei cred că acestea antrenează confuzia și că trebuie să fie alungate din discursul rațional, din retorica politică și metoda științifică. Pe de altă parte, sunt oameni care cred că sunt peste tot contradicții, în opoziția dintre zi și noapte, bun și rău, adevăr și falsitate și că aceste perechi sunt tocmai forțele generatoare ale realității. Că viața rezultă din împreunarea dintre Dumnezeu și Satana, că nu există fericire fără suferință, nici adevăr fără falsitate.

Oamenii care iubesc contradicțiile cred că distincția netă dintre falsitate și adevăr este prea artificială, oamenii care le urăsc cred că trebuie evitată confuzia dintre adevăr și falsitate, deoarece aceasta favorizează falsitatea, mai curând decât albul și purul adevăr. De ambele părți, oamenii sunt mai interesați să spună ceea ce cred ei că este contradicția, mai curând decât să încerce să înțeleagă ceea ce este aceasta, i.e. de ambele părți există puțini filosofi adevărați. Această situație este confirmată de ceea ce scriu oamenii despre subiectul în discuție, ceea ce este un amalgam cu densitate filosofică redusă.

Să luăm doar un singur exemplu. Unii oameni spun că paradoxul mincinosului dovedește că un limbaj natural, cum este limba română, este contradictoriu și că aceasta dovedește existența contradicțiilor adevărate. Dar pot să scriu „Plouă la Paris și nu plouă la Paris"; aceasta nu va atrage după sine că 2+3=7 sau că Dumnezeu este Satana. Și chiar dacă o spun, Pământul nu va exploda. Nu trebuie să confundăm limbajul nici cu realitatea, nici cu raționarea.

Oamenii pot argumenta că dacă propoziția de mai sus nu apare ca o contradicție, este pentru că o considerăm la un nivel poetic. Considerând-o la nivelul

adecvat, cel asertoric (vs. poetic), împreună cu o teorie a adevărului-corespondență, aceasta atrage după sine împrejurarea că Pământul este o uriașă plăcintă cu mere și întrucât nu pare să fie așa, trebuie să se admită că nu este posibil să plouă la Paris și să nu plouă la Paris sau că trebuie să se folosească logica paraconsistentă. Dar de ce ar trebui să o considerăm la nivelul asertoric? Poate că paradoxul mincinosului este doar un produs al puterii poetice a limbajului natural.

Viitorul logicii paraconsistente va depinde de o analiză corectă a diferitelor aspecte ale contradicției. Oamenii care spun că există contradicții peste tot, fără a avea vreun suport rațional, și că deci logica paraconsistentă este salvarea noastră, sunt asemănători cu cei care atrag atenția asupra unei boli cumplite pentru a vinde un medicament minunat, făcut special pentru a vindeca acea boală. Dar poate că nu există nici o boală, iar medicamentul este un *placebo*. Un grup de oameni pot obține puterea spunând că ei pot controla creaturi periculoase care sunt produsul propriei lor imaginații. Aceasta amintește de povestea religiilor care înspăimântau oamenii cu diavoli pentru a-i converti la bisericile respective.

Prin contrast cu un astfel de tip de abordări filosofice orientate religios ale paraconsistenței, logica matematică poate juca un rol fundamental în viitorul filosofic al logicii paraconsistente, în sens pozitiv prin construirea de sisteme matematice în care există negații paraconsistente interesante sau în sens negativ, arătând nu există astfel de sisteme.

2.3. Probleme matematice

2.3.1. În căutarea unei „bune“ logici paraconsistente

Una este ideea de logică paraconsistentă și alta este un sistem matematic corespunzător acestei idei.

Evident, Vasiliev a avut ideea unei logici paraconsistente, dar el nu a construit un sistem de logică paraconsistentă [7], [12]. De atunci au fost propuse multe sisteme paraconsistente, dar toate acestea au unele defecte fundamentale, așa încât nu este deloc clar dacă logica paraconsistentă există în sensul că există o logică paraconsistentă autentică. Dar ce este o logică paraconsistentă „autentică“?

Putem propune următoarele condiții:

– criteriul negativ (respingerea lui *ex falso sequitur quodlibet*);

– criteriul pozitiv (proprietăți puternice care ne permit să vorbim despre o negație);

– o bună intuiție;

– trăsături matematice atrăgătoare.

Sunt mai multe proprietăți pe care le poate avea o negație; chestiunea este de a ști cum se poate selecta o mulțime de proprietăți dorite și cum se poate construi un sistem care să aibă acele proprietăți și numai pe acelea. Matematica poate pune capăt unor vise, arătând că nu este posibilă construirea unui sistem sau a altuia.

Un studiu matematic sistematic al negației poate să arate ce proprietăți sunt compatibile între ele și ce colecție de proprietăți poate fi armonizată într-un sistem

paraconsistent. Un astfel de studiu sistematic nu a fost încă dus prea departe. Mulți paraconsistentiști au fie o atitudine constructivistă, încercând să-și construiască propriul lor edificiu preferabil în orașul paraconsistenței, fie o atitudine deconstructivistă, încercând să distrugă alte sisteme prin găsirea unor defecte ascunse și perfide. Este păcat, deoarece multe rezultate generale despre negațiile paraconsistente sunt mult mai semnificative decât un sistem defectuos construit sau altul.

Din nefericire, aceste rezultate generale nu sunt prea bine cunoscute, nu pentru că sunt greu de înțeles, ci poate pentru că sunt negative. De exemplu, este foarte ușor de arătat [19] că toate formele de contrapoziție și *reductio ad absurdum* sunt incompatibile cu ideea de paraconsistență, dacă luăm aceste principii relativ la relația de consecință (e.g., dacă $\neg a \vdash b$ și $\neg a \vdash \neg b$, atunci $\vdash a$; dacă $\neg a \vdash \neg b$, atunci $b \vdash a$). Forme slabe ale acestor principii au loc pentru negații precum negațiile intuiționistă și minimală. În cazul logicii paraconsistente, astfel de principii sunt valide doar pentru un tip de implicații care au proprietăți foarte slabe.

2.3.2. Paraconsistența și auto-extensionalitatea

Oricum, există unele rezultate parțiale legate de cutare sau cutare sistem sau de anvergură mai largă. Se pare că principala problemă este legată de compatibilitatea dintre teorema înlocuirii și proprietățile de bază ale negației. Urmând terminologia lui Wójcicki [99], să numim *auto-extensională* o logică în care are loc teorema înlocuirii. Logica C_1 nu este auto-extensională [53], [54]. În plus, Mortensen a arătat că nu există relații non-triviale de congruență definibile în C_1. Cu toate acestea, este posibil să se dezvolte extensii ale C_1 în care există unele relații non-triviale de congruență [71], [50]. Dar Urbas a arătat că C_1 nu admite nici o altă extensie trivială auto-extensională decât logica clasică v. [93].

Noi nu credem că auto-extensionalitatea este în mod necesar un defect matematic pentru o logică, [24]. Dar din punct de vedere filosofic trebuie să existe o intuiție care să sprijine comportamentul non auto-extensional al unei negații.

În C_1, $a \wedge b$ este echivalentă logic cu $b \wedge a$, dar $\neg(a \wedge b)$ și $\neg(b \wedge a)$ nu sunt echivalente logic. În **LP**, $a \vee \neg a$ este echivalentă logic cu $b \vee \neg b$, dar $\neg(a \vee \neg a)$ și $\neg(b \vee \neg b)$ nu sunt echivalente logic. Și în ambele cazuri nu există nici o justificare intuitivă ale acestor „anomalii".

Trebuie să se găsească logici paraconsistente non-auto-extensionale în care nu apar astfel de tipuri de anomalii sau să se lucreze cu logici paraconsistente auto-extensionale. Să remarcăm limitările intrinseci ale negației într-o logică paraconsistentă auto-extensională. S-a arătat [26] că o astfel de negație nu poate respecta simultan legea dublei negații și principiul non-contradicției în forma $\neg(a \wedge \neg a)$. În consecință, o logică auto-extensională în care au loc toate legile lui de Morgan și în care, în plus, are loc principiul terțului exclus nu poate fi paraconsistentă.

Exemple de logici paraconsistente auto-extensionale sunt logica **P1** [84], logica **LDJ** [95] și logica **Z** [32]. **P1** este o *logică paraconsistentă atomare* în sensul că numai formulele atomare au un comportament paraconsistent. **LDJ** este o *logică paraconsistentă clasică* [90], în sensul că admite toate teoremele logicii

clasice. Atât logica paraconsistentă atomară, cât şi logica paraconsistentă clasică sunt greu de apărat din punct de vedere filosofic. Dar chiar dacă se pot găsi argumente filosofice solide în favoarea paraconsistenţei atomare sau a paraconsistenţei clasice, punctul slab al acestor logici este probabil acela că ele delimitează domenii logice cuprinzătoare pentru paraconsistenţă, dar comportamentul negaţiilor paraconsistente în aceste regiuni nu este suficient de puternic.

2.3.3. Problema unei logici paraconsistente „cuprinzătoare"

Multe logici non-clasice sunt, la nivel propoziţional, jucării nostime care funcţionează destul de bine, dar atunci când se doreşte extinderea acestora la niveluri mai înalte, pentru a se obţine o logică autentică ce dă posibilitatea de a face matematică sau alte raţionamente mai complicate, apar uneori probleme dramatice. Acesta este, de exemplu, cazul logicii modale. În cazul logicii paraconsistente este dificil de a avea o opinie, deoarece problemele nu sunt rezolvate deocamdată nici măcar la nivelul propoziţional.

Dacă se extinde o logică propoziţională non-auto-extensională cum este C_1, la nivelurile înalte vor fi întâlnite aceleaşi probleme care au fost găsite la nivelul de jos, ce se pot agrava sau nu, şi pot să apară probleme noi. În cazul C_1, pentru a evita probleme suplimentare, trebuie procedat cu prudenţă. În construcţia obişnuită a limbajului logicii de ordinul întâi, două formule cum sunt $\forall x\phi x$ şi $\forall y\phi y$ sunt diferite, dar sunt echivalente logic. În versiunea non-auto-extensională de ordinul întâi, pentru a „identifica" aceste două formule trebuie să se adauge o axiomă suplimentară *ad-hoc* [42] sau să se modifice construcţia limbajului prin folosirea, de exemplu, a pătratului lui Bourbaki [22]; în acest ultim caz, aceste două formule sunt echivalente logic, deoarece ele sunt una şi aceeaşi formulă. Pentru a trata non-auto-extensionalitatea trebuie să se modifice şi noţiunea de izomorfism pentru a se păstra conceptul de identitate [23]. Izomorfismul trebuie să fie *definit* ca păstrare a structurii nu numai la nivel atomar (*aRb* ddacă *ιaRιb*), ci şi la toate nivelurile ($\phi(a_1, \ldots, a_n)$ ddacă $(\phi(\iota a_1, \ldots, \iota a_n))$. Probleme suplimentare apar în legătură cu definiţiile [48], dacă, de exemplu, se doreşte introducerea în teoria mulţimilor a unor constante precum Ø sau ω în limbajul formal. Toate aceste probleme sunt legate de non-auto-extensionalitate şi deci apar în orice logică non-auto-extensională, fie aceasta **C₁**, **J3** sau **LP**. În unele cazuri, în care există în limbaj unii conectori congruenţi (C_1^+ sau logicile lui Buchsbaum [37]), este ceva mai simplu, dar problemele de bază persistă.

Ce se întâmplă în cazul unei logici paraconsistente auto-extensionale? În cazul logicii paraconsistente **Z**, pentru posibila sa extensie la niveluri mai înalte se întâlnesc aceleaşi probleme care apar în logica modală; aceste probleme pot fi privite ca efecte secundare neglijabile, dacă nu ne concentrăm asupra aspectelor modale ale acestei logici. Pare dificil de utilizat o logică paraconsistentă clasică, precum versiunea de ordinul întâi a **LDJ**, pentru a dezvolta matematica paraconsistentă, deoarece la baza matematicii stau teoremele, iar acest tip de logică paraconsistentă are aceleaşi teoreme ca şi logica clasică. Situaţia logicii

paraconsistente atomare nu este mai bună, întrucât atunci când contradicțiile se ivesc în matematică, acestea se ivesc mai curând la un nivel mai înalt de complexitate. Chiar şi o contradicție foarte simplă, cum este paradoxul lui Russell, nu este o contradicție atomară. Poate că o logică paraconsistentă adecvată pentru matematică ar trebui să fie o *logică paraconsistentă complexă*, în care formulele pot avea un comportament paraconsistent numai dincolo de un grad de complexitate dat [33].

2.3.4. Teoria paraconsistentă a mulțimilor şi paradoxul lui Curry-Moh Shaw Kwey

Paradoxul lui Curry-Moh Shaw Kwey arată cum se poate deriva orice din axioma nerestricționată a abstracției cu ajutorul unor foarte puține principii logice suplimentare şi îndeosebi fără principii privind în mod explicit negația. Prin urmare, pentru a scăpa de paradoxul lui Russell, logica paraconsistentă nu este o alternativă la ZF sau la altă teorie clasică a mulțimilor bazată pe restricții ale axiomei abstracției.

Cu toate acestea, logica paraconsistentă ne permite să avem de-a face cu teoria mulțimilor în care apare o axiomă restricționată a abstracției, împreună cu o mulțime russelliană sau alte mulțimi paradoxale ([46], [52], [57]). Pentru a fi de interes, negația subiacentă trebuie să fie suficient de puternică pentru a garanta că astfel de mulțimi sunt realmente paradoxale şi nu mulțimi contradictorii doar în mod aparent sau poetic. Logica paraconsistentă nu a apărut încă drept utilă pentru unele fundamente noi ale matematicii, dar poate că viitorul va aduce unele surprize prin intermediul unor tentative temerare cum sunt logicile în care o formulă poate fi identică cu negația sa [67].

3. Relații între logica paraconsistentă şi alte logici

Ni se pare că viitorul logicii paraconsistente va depinde de relațiile sale cu alte logici şi, în particular, nu împărtăşim opinia adepților darwinieni ai paraconsistenței, care au o concepție evoluționistă despre logică, potrivit căreia doar logica paraconsistentă va supraviețui în viitor, deoarece este cea mai puternică şi mai bună logică. Nu împărtăşim nici concepția darwinienilor clasici şi creaționiştilor relevantişti. Credem că logica este într-o mişcare continuă, că nu există o super-logică ultimă, că natura acestei mişcări poate fi studiată într-o teorie generală a logicilor (v. Logica universală), că o logică poate fi înțeleasă aşa cum trebuie doar prin intermediul unui studiu comparativ care să investigheze relațiile sale cu alte logici.

3.1. Logica „fuzzy“ și logica polivalentă

Să încercăm să explicăm relațiile dintre logici în termenii culorilor: logica bivalentă clasică este în alb și negru, o logică polivalentă este pe atât de multicoloră, pe cât este de polivalentă, logica „fuzzy“ este extrem de multicoloră, incluzând toate culorile dintre purpuriu și roz, galben și verde, alb și negru. Și astfel, care va fi culoarea logicii paraconsistente? Albastru închis, ca inteligența artificială a zodiei computerelor celui de al treilea mileniu? Din nefericire, se pare că aspectul culorii sale nu este atât de poetic, poate doar alb și negru cu o picătură de alb în negru și o picătură de negru în alb, cum este simbolul Tao. Desigur, este posibil să se combine logica paraconsistentă cu logica polivalentă multicoloră și să se obțină o picătură de roșu într-o mare de albastru și o picătură de galben într-o mare neagră.

Din punct de vedere tehnic, relațiile sunt mult mai prozaice. De exemplu, se pot utiliza matrice polivalente pentru a încerca să se definească o negație paraconsistentă, dar succesul nu este garantat. În decursul istoriei, Asenjo [5], D'Ottaviano și da Costa [58] precum și Priest [76] au prezentat negații paraconsistente construite cu matrice polivalente, dar nici una dintre aceste logici nu are un comportament satisfăcător. În particular, ele sunt non-auto-extensionale [26]. Matricele polivalente au fost utilizate și ca semantici pentru logici paraconsistente atomare, cum este logica lui Sette [84] și formularea Puga-da Costa a logicii lui Vasiliev [80]. Mai recent, oameni precum Karpenko [64], Avron [6], Tuziak [92] sau Almeida [2] au investigat într-o manieră mai generală ce se poate face cu matrice polivalente în domeniul logicii paraconsistente. În plus, autorul de față [16] a propus extinderea concepției tradiționale a polivalenței bazate pe matrice la semantica non-verifuncțională și a prezentat o astfel de semantică pentru logica paraconsistentă C_1 și alte logici.

La prima vedere, polivalența pare a fi o idee atrăgătoare pentru semantica paraconsistentă. Dar poate fi doar o iluzie. Trebuie să se manifeste prudență față de amestecul dintre o diviziune binară în limbaj (α și $\neg\alpha$) și valori multiple în semantică și, mai general, față de filosofia sinuoasă a polivalenței, conform căreia există într-un anumit sens mai multe valori, dar în alt sens principiul bivalenței este păstrat în privința diviziunii binare dintre valori desemnate și valori non-desemnate ([51], [25]). Matricele polivalente sunt cu siguranță un instrument matematic util pentru logica paraconsistentă, așa cum sunt pentru multe logici, cum este logica clasică, atunci când este folosit, de exemplu, pentru a demonstra independența axiomelor (v. [3]). Dar nu este clar că ele sunt filosofic relevante pentru paraconsistență. Istoria a arătat că în cazul logicii modale, matricele polivalente nu funcționează, deși la prima vedere se pare că există o legătură între posibilitate și o a treia valoare. Poate că același lucru este adevărat despre logica paraconsistentă, în sensul că o logică paraconsistentă bună nu poate fi caracterizată printr-o matrice finită. Ca și pentru logicile modale, poate că semantica lui Kripke este mai nimerită (vezi secțiunea 3.3) sau poate că semantica paraconsistentă perfectă trebuie să fie construită folosindu-se tehnici noi, cum sunt semanticile traducerilor-posibile ale lui Carnielli ([40], [2]) sau semantica min–max a lui Buchsbaum [37].

3.2. Logica relevantă

Pentru mulți relevantiști, logica clasică este total greșită și trebuie să fie respinsă pentru că nu este „relevantă", în sensul că dintr-o mulțime de supoziții poți deduce o concluzie care spune ceva ce nu are nimic de a face cu lucrurile la care se referă supozițiile. *Ex falso sequitur quodlibet* nu este o deducție „relevantă". Pentru relevantiști, acesta este încă un exemplu care arată cât de mult este greșită logica clasică și ei cred că paraconsistentiștii au dreptate când o resping, dar ei cred, de asemenea, că aceștia nu trebuie să se oprească aici, ci să meargă mai departe și să respingă toate celelalte deducții non-relevante.

Relevantiștilor le place să spună că logica paraconsistentă este o parte a logicii relevante, iar paraconsistentiștilor le place să spună contrariul. În fapt, o logică relevantă poate fi paraconsistentă într-un mod total nesemnificativ, și acesta este cazul logicilor relevante obișnuite. Aceasta ilustrează perfect faptul că respingerea lui *ex falso sequitur quodlibet* nu este suficientă pentru a defini paraconsistența. Și este, de asemenea, foarte clar că este posibil să se dezvolte logici paraconsistente care nu sunt relevante: exemple tipice sunt logicile paraconsistente care sunt finit trivializabile sau care admit o negație clasică.

Poate că relevantiștii au dreptate și în viitor raționamentele noastre vor fi semnificativ automatizate în așa fel încât nu va mai fi deloc posibil să scoți un iepure dintr-o pălărie, magia lui *ex falso* spulberându-se. Dar aceasta nu implică în mod necesar că vom trăi într-o lume de contradicții. Sau poate că paraconsistentiștii au dreptate și vom trăi într-o lume plină de contradicții semnificative non-explozive, dar permițând și unele tușe magice de deducție formală pură. Sau poate că logica viitorului va fi fiica logicii relevante și a celei paraconsistente, o logică a înțelesurilor contradictorii.

3.3. Logici modale și intensionale

În același fel în care putem prelungi logica clasică în diferite logici modale (**S4**, **S5**, **B52**, **F242** etc.) prin adăugarea operatorilor modali ai posibilității și necesității, putem prelungi diferitele logici modale și neo-modale (temporale, epistemice, doxastice, deontice, ale convingerii, opiniei etc.) în logici paraconsistente prin adăugarea negațiilor paraconsistente.

Există multe motivații intuitive, mai puternice în acest context decât în logica pur extensională. De exemplu, conceptul de opinii contradictorii este firesc în lumea noastră, în care sunt trimise în sistemul solar rachete ce difuzează muzică spre a face ca Universul să pulseze în ritmul nebuniei omenești și în același timp mulți oameni mai au încă opinia că Pământul este plat ca un CD fabricat de un zeu ingenios sau un „*malin génie*" pentru a cânta eternul cântec al tristeții omenești.

Dar pentru a avea de-a face cu opinii contradictorii (temeri, obligații etc.) avem realmente nevoie de o logică paraconsistentă? Ceea ce dorim este să ni se permită să credem în Dumnezeu și Satana fără să admitem nimic precum existența

creaturilor verzi pe Marte. Dar poate că aceasta se poate face fără respingerea lui *ex falso sequitur quodlibet*. A crede în Satana nu înseamnă în mod necesar a nu crede în Dumnezeu; poate să însemne a crede într-un Antichrist. Formal vorbind (vom folosi simbolul „∘" pentru reprezentarea opiniei), putem avea o logică a opiniei în care $\circ a, \circ\neg a \nvdash b$, dar în care $\circ a, \neg\circ a \vdash b$ şi, mai general, $a, \neg a \vdash b$. Astfel, această logică poate să nu fie, strict vorbind, o logică paraconsistentă. Problema de a şti dacă putem să avem de-a face cu opinii contradictorii, în acest sens, fără a intra în domeniul paraconsistenţei a fost formulată de J. Wainer [98]. Oricum, în cazul unui răspuns pozitiv la această problemă, ni se pare că, în loc de a spune că există logici ale opiniilor contradictorii care nu sunt paraconsistente, ar fi mai bine să modificăm definiţia paraconsistenţei pentru a include acest tip de logici în domeniul paraconsistenţei. Mai general, dat fiind un operator „intensional", „♥", se poate spune că o logică în care $♥a, ♥\neg a \nvdash b$, dar în care are loc *ex falso* este o logică paraconsistentă sau, pentru a fi mai precişi, este o *logică paraconsistentă inimoasă*.

În fapt, combinările operatorilor intensionali, cum sunt modalităţile standard, cu operatori extensionali standard, cum este negaţia clasică, pot duce la negaţii paraconsistente, ceea ce a fost arătat recent de către autorul de faţă [30]. De exemplu, în S5, $\Diamond\neg$ este o negaţie paraconsistentă cu proprietăţi interesante. Din acest punct de vedere, relaţiile dintre logicile modale şi logicile paraconsistente par a fi un teren de cercetare foarte promiţător pentru viitor: pe de o parte, putem produce negaţii paraconsistente noi şi interesante folosind intuiţii şi tehnici ale logicilor modale (în special modelele Kripke), pe de altă parte, putem genera operatori intensionali cu ajutorul negaţiilor paraconsistente.

3.4. Logica intuiţionistă, logici paracomplete şi logici paranormale

Logica intuiţionistă apare ca un dual al unei anumite logici paraconsistente. Inversează logica intuiţionistă, pune-o cu capul în jos şi cu picioarele în sus – picioarele sale vor arăta ca un cap şi capul său ca nişte picioare – şi vei obţine o altă logică, o logică paraconsistentă. Dar există mai multe moduri de a inversa logica intuiţionistă, totul depinde de felul în care o priveşti, o defineşti. Dacă o priveşti prin prisma unui calcul secvenţial, vei inversa această imagine admiţând doar o singură formulă la stânga şi vei obţine ceva [95] ce nu este în mod necesar la fel cu imaginea inversată a altei imagini, precum un dual al algebrei lui Heyting [85], dualul unei semantici Kripke sau dualul unui topos ([66], [63], [97]).

În plus, există mai multe logici paraconsistente decât toate imaginile inversate ale logicii intuiţioniste, iar toate inversările logicii paraconsistente sunt cu mult mai multe decât toate imaginile posibile ale logicii intuiţioniste şi alcătuiesc domeniul bogat al *logicilor paracomplete* [68]. Fiecare logică paraconsistentă are un dual paracomplet şi fiecare logică paracompletă are un dual paraconsistent. Dualitatea dintre paraconsistenţă şi paracompletitudine poate fi acomodată cu orice

idee semantică, interpretare informală etc. De exemplu, din punctul de vedere al semanticii teoriei jocurilor, urmând ideea lui T. Pequeno, paraconsistența corespunde unui joc în care ambii jucători pot învinge, prin contrast cu paracompletitudinea, care corespunde unui joc în care ambii jucători pot pierde. Logica paraconsistentă și logica paracompletă apar, așadar, ca soț și soție. Afinitatea insidioasă dintre paraconsistență și paracompletitudine este exprimată în felul nord-american concis și inventiv de a vorbi prin expresia *Goluri și Suprasaturații* (*Gaps and Gluts*).

Există și logici cu goluri și suprasaturații. Lăsând la o parte terminologia nostimă și folosind din nou o terminologie *para* neo-clasică, astfel de logici, care sunt deopotrivă paraconsistente și paracomplete, sunt numite *logici paranormale* sau uneori *logici non-alethice* (în terminologia lui Miró Quesada). Printre logicile paranormale găsim logicile lui de Morgan ([13], [60]). Logicile paranormale pot avea aplicații interesante la logica intensională sau la inteligența artificială (în legătură cu logicile paranormale, e.g. [15], [61].

Paraconsistența este o cale deschisă către domeniul promițător al logicilor paracomplete și paranormale. Prin urmare, chiar dacă în viitor logicile paracomplete și paranormale sunt cele care vor domina lumea logică, paraconsistența va juca un rol esențial în această dominare.

3.5. Logica non-monotonică, logica alfabarică, logici substructurale

După respingerea principiilor terțului exclus și non-contradicției se poate pune întrebarea la ce se mai poate renunța, dacă nu suntem deja în prezența unei concepții dezgolite de sens a logicii. Dar în acești ultimi ani, logicienii au mers mai departe decât artiștii post-moderni, ei au trecut la deconstrucție până la nivelul structural și au studiat logici numite *logici substructurale*. Relațiile dintre logica paraconsistentă și logicile substructurale pot fi de diferite tipuri. Paraconsistența poate să apară ca o alternativă, înlocuind respingerea principiilor structurale cu respingerea principiilor logice și evadând din lumea substructurală, sau ca o complinire, populând lumea substructurală cu contradicții.

Logica paraconsistentă poate fi privită ca o alternativă, de exemplu, la logica non-monotonică. Non-monotoniștii resping monotonicitatea deoarece ei cred că există experiențe (implicând de cele mai multe ori păsările) care arată că monotonicitatea este greșită și, în particular, că duce la unele contradicții[2]. Dar cel care gândește în mod paraconsistent ar respinge principiul non-contradicției și nu monotonicitatea. Strategia paraconsistentistului este mult mai inventivă: el acceptă să vadă pinguini zburând pe cerul plajelor din Hawai și pe cei din Pink Floyd

[2] Autorul face aluzie aici la următorul exemplu standard din literatura de logică non-monotonică: date fiind doar premisele: „În mod tipic, toate păsările zboară" și „Tweedy este o pasăre", este natural să conchidem că Tweedy zboară. Dacă, însă, premisele sunt suplimentate consistent cu informația că Tweedy este pinguin și că pinguinii nu zboară, atunci este rezonabil să renunțăm la concluzia inițială și să conchidem că Tweedy nu zboară. (*N.T.*)

făcând surf pe permafrostul Antarcticii. Avem impresia că viitorul va da prioritate logicii paraconsistente, dacă luăm în considerare progresul biologiei genetice, care produce deja pui de găină fără aripi, iar în viitor vom putea avea porci zburători. Intr-o astfel de lume absurdă nu ar avea nici un sens să se raţioneze prin lipsă (*by default*), deoarece orice ar putea fi adevărat prin lipsă.

Logica paraconsistentă poate fi privită, de exemplu, şi ca o complinire la logicile alfabarice (*alfabar logics*). Acestea sunt logici în care legea auto-deductibilităţii, $a \vdash a$, nu este în general validă [65]. Se poate defini o negaţie paraconsistentă peste aceste logici substructurale. În astfel de logici, se poate întâmpla ca $a, \neg a \nvdash a$. Combinarea paraconsistenţei cu alfabaricitatea poate fi o soluţie bună pentru a obţine *logici paraconsistente neutrale*, logici paraconsistente în care dintr-o contradicţie este imposibil să se deducă orice, exact prin contrast cu logica clasică, în care o contradicţie produce o explozie deductivă.

3.6. Logica non-fregeano-aristotelică

Să considerăm că planeta LOGOS a logicienilor este un dreptunghi cu o lungime de 100 km şi că la extremitatea stângă a planetei (cea dreaptă, din punctul de vedere al unor extra-logosieni) există un mare grup de tipi serioşi, a căror zeitate, pe care o venerează şase zile pe săptămână, este logica clasică, şi că la extremitatea stângă există un grup nu mai puţin numeros de oameni mult mai agitaţi, unii dintre ei alergând în cerc încercând să-şi prindă propria coadă şi alţii încercând să sară de pe LOGOS în mijlocul neantului. Paraconsistentiştii par a fi oarecum mai aproape de partea dreaptă a planetei LOGOS. Dar chiar dacă paraconsistentistul este tipul ţicnit de la extrema dreaptă a planetei LOGOS, care încearcă să sară pe o altă planetă, el este, fără doar şi poate, tot pe acelaşi plan logic cu logicianul clasic. Ambii sunt ancoraţi în unele dogme ontologice fregeene şi aristotelice similare.

Aceste dogme sunt multiple şi alcătuiesc o concepţie despre logică, încă predominantă în zilele noastre, dar care pare a fi gata să explodeze. De exemplu, o trăsătură centrală a logicii fregeano-aristotelice, aspectul său „formal", este astăzi serios atacată. Este provocată de cei care pun accentul în logică, dar şi de cei care pun accentul pe logică, arătând că este posibil să se raţioneze riguros cu diagrame cum sunt diagramele Venn [86]. Cu siguranţă, revoluţia logicii celui de-al treilea mileniu va fi legată mai curând de o logică vizuală, decât de o logică obţinută din logica clasică prin cochetarea cu formalismele standard, renunţând la o axiomă, aducând uşoare modificări alteia, eliminând regula structurală din stânga a contradicţiei din dreapta, adăugând valori de „adevăr" etc., dând naştere la creaturi monstruoase cu o speranţă de viaţă foarte scurtă.

Dacă logica paraconsistentă doreşte să supravieţuiască secolului al XX-lea, aceasta trebuie să cocheteze deja cu logicile non-fregeano-aristotelice. Un proiect simplu şi interesant, de exemplu, va fi cel de a arăta cum se poate raţiona cu

diagrame Venn paraconsistente. Poate că astfel de diagrame paraconsistente pot aduce idei noi în analiza vizuală a logicii în așa fel încât logica paraconsistentă nu va mai fi în viitor doar un instrument ajutător, ci și o parte a nucleului noii sfere a raționalității.

4. Aplicații ale logicii paraconsistente

O logică poate crește ca un arbore majestuos, dominând pădurea logică prin frumusețea și grandoarea sa, dar dacă un astfel de arbore nu produce fructe, se poate transforma într-un cadavru monstruos al pădurii, care va dispărea curând.

Ca și multe alte logici non-clasice, viitorul logicii paraconsistente va depinde în cea mai mare parte de posibilele sale aplicații. Ca atare, să vedem dacă logica paraconsistentă este un arbore fructifer sau o plantă sterilă care trebuie să fie înlăturată din grădina științei.

4.1. Aplicații la științele omului

Poate că ființa umană reprezintă singurul fenomen natural care este contradictoriu, producând contradicții vizibile peste tot. Evident, ființa umană este plină de contradicții. Chestiunea este de a ști dacă acestea trebuie să fie blamate și respinse, considerându-le drept erori și sursă de confuzii sau trebuie luate ca „firești", ca o parte esențială a naturii umane cu care trebuie să avem de-a face.

Dată fiind o ființă umană precum John Smith, cu dorințe și intenții contradictorii, putem să considerăm că aceasta este starea sa normală, că John Smith se comportă într-un mod paraconsistent și că logica paraconsistentă este instrumentul adecvat pentru a-i descrie comportamentul? Sau trebuie să considerăm că aceste contradicții sunt un tip de boală, care trebuie să fie eliminată pentru ca John Smith să-și redobândească sănătatea, urmând din nou calea logicii clasice?

Sunt contradicțiile iraționale? Logica paraconsistentă este logica parapsihologiei, a inconștientului lacanian, a imposturilor sokaliene[3], a unor ciber-palavragii? Logica paraconsistentă este doar o curiozitate care se potrivește bine cu mărunțișurile

---

[3] În 1994, Alan Sokal, profesor de fizică teoretică la New York University, a trimis un articol, intitulat „Transgressing the Boundaries: Towards a Transformative Hermeneutics of Quantum Gravity", unei prestigioase reviste americane de studii culturale, *Social Text.* Autorul, un anti-postmodernist convins, și-a conceput articolul ca parodie a genului de lucrări postmoderniste și deconstructiviste, la modă în unele medii academice americane în ultimul deceniu al secolului trecut, folosind deliberat o sumedenie de absurdități „științifice" și de erori de logică și înțesându-l cu citate din fizicieni renumiți, alese în așa fel încât, scoase din contextul original, acestea să-și piardă înțelesul inițial, precum și din figuri proeminente ale postmodernismului. Articolul a fost publicat într-un număr special al revistei *Social Text,* dedicat respingerii criticilor la adresa postmodernismului și deconstructivismului social. Imediat după apariția articolului său, în 1995, Sokal a dezvăluit farsa comisă, provocând o furtună de reacții pro și contra, deopotrivă în presa științifică și în cea obișnuită. (*N.T.*)

raționalismului *new age*? Sau logica paraconsistentă este a corectitudinii politice, a minorităților, pluralităților, logica ecumenicității conciliante a erei vărsătorului?

Este greu de răspuns la toate aceste întrebări. Deocamdată, pe de o parte, există un instrument matematic ciudat şi, pe de altă parte, fenomene după cât se pare contradictorii, descrise prin limbaje care au structuri foarte diferite de cele ale matematicii.

Trebuie să investigăm treptat aplicațiile logicii paraconsistente şi modelările matematice ale fenomenelor umane, pentru a vedea dacă găsim un punct de convergență. Se poate începe prin a examina cazuri mai concrete, cum ar fi, de exemplu, cazul detectorilor de minciuni şi al mărturiilor mincinoase [27].

4.2. Aplicații la ştiințele naturii

Există contradicții în natură? Să notăm mai întâi că cineva care crede în contradicții adevărate nu crede în mod necesar în contradicții naturale, întrucât, de exemplu, contradicțiile lingvistice pot fi considerate ca fiind reale, dar nu ca fiind o parte a naturii. Totul depinde, desigur, de felul în care definim şi concepem natura. Dar, în general, lingvistica este considerată o ştiință a omului, prin contrast cu ştiințe ale naturii, cum sunt fizica şi biologia.

Contradicțiile pot să apară în multe feluri diferite în fizică. Unii oameni cred că lumea fizică este ținută laolaltă de interrelațiile forțelor antagoniste. Oricum, logica standard subiacentă fizicii este logica clasică. Aceasta nu înseamnă că o altă logică, bazată pe contradicții, nu poate conduce la o teorie echivalentă sau la o teorie mai bună, dar până acum un astfel de tip de posibilitate nu a fost dezvoltat într-un mod tot atât de sistematic şi general ca şi cadrul clasic. Nici măcar în cazul fizicii cuantice, unde contradicțiile apar într-un fenomen cum este dualitatea undă-particulă.

Fizicienii din şcoala de la Copenhaga au dezvoltat o interpretare a acestei dualități bazată pe noțiunea de complementaritate. O astfel de interpretare poate fi privită ca având o tuşă de paraconsistență. Dar interpretarea de la Copenhaga a fost expusă mai curând într-un mod filosofic informal de către Bohr şi Heisenberg. Paraconsistența poate fi folosită ca o posibilă formalizare a acestei interpretări, ca alternativă la alte formalizări anterioare, cum este logica polivalentă a lui P. Février [59], un logician care lua în serios ideea complementarității. Oameni precum Newton C.A. da Costa şi D.Krause lucrează în momentul de față la o abordare paraconsistentă a complementarității [55]. O altă idee a lui da Costa, care implică logica paraconsistentă în formalizarea fizicii, este *logica multideductivă*, o modalitate de a unifica teoriile contradictorii, dezvoltată în detaliu de E.G. de Souza [88]. În viitor, dacă nimeni nu va reuşi să unifice micro- şi macrofizica într-o teorie „clasică", poate că logica paraconsistentă va fi un instrument esențial pentru fundamentele fizicii.

Fenomenele biologice pot fi interpretate încă mai uşor drept fenomene contradictorii. Hegel obişnuia să ia creşterea unei plante drept un exemplu tipic de fenomen contradictoriu natural. Problema este de a şti cum poate fi sistematizată şi formalizată această abordare orientată spre contradicție. Până acum, nici un sistem matematic serios, bazat pe contradicții, nu a fost propus pentru biologie. Dar este adevărat şi că, în general, aplicațiile logicii la biologie sunt destul de rare, în pofida interesului lui Aristotel şi al lui Tarski pentru această ştiință. Poate că este aşa pentru că logica clasică nu este deloc adecvată fenomenelor biologice. Atunci, poate că în viitor, o logică precum logica paraconsistentă va fi utilă pentru a transforma biologia în mod logic.

4.3. Aplicații la ştiințele formale

Prin ştiințe formale înțelegem aici logica, matematica şi orice alt nonsens abstract general.

Atunci când, cu un secol în urmă, Cantor crea un paradis plin de *alef*-uri şi alte creaturi senzuale care par a fi doar produsul unei imaginații nelimitate, el argumenta, împotriva teologilor, că matematica este liberă, în sensul că matematicianul se poate distra pe sine cu orice tip de creaturi, cu condiția să nu fie contradictorii. Contradicțiile reprezintă sfârşitul jocului. În paradisul lui Cantor contradicțiile sunt precum şerpii. Dacă întâlneşti un şarpe, acesta te va muşca şi va trebui să părăseşti paradisul *alef*-urilor, trezindu-te în lumea de fiecare zi, plină de politicieni şi de poluare.

Matematicianul este deci, într-un anumit sens, complet liber: el poate crea orice, chiar dacă acele lucruri nu au nici o aplicație sau nu sunt în nici un fel reprezentări ale realității. Dar într-un alt sens, matematicianul nu este chiar atât de liber: el este limitat sever de principiul non-contradicției. El nu poate, precum poetul, să trăiască într-o lume de iepuri zburători, *alef*-uri fericite şi mincinoşi sinceri.

Poate că paraconsistentistul doreşte să transforme matematica într-un mod mai poetic, îngăduind mulțimi russelliene şi alte creaturi dubioase, cum ar fi şerpii prietenoşi, în paradisul lui Cantor.

Oricum, se pare că logica paraconsistentă nu lărgeşte în mod semnificativ orizontul matematic. Dacă înlocuim consistența cu non-trivialitatea, obținem aproape aceeaşi lume matematică precum cea clasică. Nu este clar în ce măsură această schimbare paradigmatică permite introducerea unor noi concepte de interes matematic. Creaturi noi, cum este o mulțime russelliană, sunt probabil doar ornamente stranii şi hidoase adăugate la minunata arhitectură clasică a matematicii, tot aşa cum capetele de dragon sunt adăugate arhitecturii majestuoase a catedralei *Notre Dame*.

Dar poate că aceste noi creaturi, admise în paradisul matematic prin logica paraconsistentă, vor juca un rol central pe viitoarea scenă a matematicii; poate că, în cele din urmă, paraconsistența va acorda cetățenie definitivă infinitezimalelor în țara matematicii [72]. Sau poate că logica paraconsistentă ne va salva de monstrul tricefal CGC (CGC pentru Cantor-Gödel-Church), furnizând fundamente pentru matematici complete şi finit decidabile [14]. Este prematur să avem o opinie, dar împotriva scepticilor care privesc aceste creaturi ca pe nişte paraziți deranjanți, jucării pentru logicieni infantili, ne putem aminti remarca lui George Birkhoff: „Este bine să nu uităm că multe dintre cele mai uimitoare descoperiri matematice s-au ivit ca pure *jeu d'esprit*".

4.4. Aplicații la ciber-ştiințe

Expresia „cibernetică" este un cuvânt din preistoria timpurilor noastre computeriale moderne, care a început să fie utilizat din nou în anii optzeci într-o formă prescurtată (cf. ciber-spațiu). Urmându-l pe profesorul Castigo de la Institutul Santa Boneca, îl vom folosi în forma sa prescurtată ca un termen generic pentru ştiințele informației, ştiințele cognitive, inteligența artificială, inteligența computațională etc., toate aceste ştiințe contribuind la naşterea unui super-robot, un ciber-robot.

Cu siguranță, ciber-ştiințele vor domina viitorul într-un mod pe care ni-l putem imagina doar superficial. Să vedem dacă logica paraconsistentă va juca un rol semnificativ în acest viitor sau dacă vom fi conduşi de roboți bivalenți clasici, care nu vor fi capabili nici măcar să râdă de o contradicție.

Profesorul Tsujiski tocmai ne-a informat despre o experiență recentă care s-a desfăşurat în Atelierul Butatin de la Centrul pentru Studii Avansate al Universității din São Paulo, sub conducerea profesorului Abe [1]. Un robot paraconsistent feminin numit Sophia şi fratele său Anti-Sophia au supraviețuit unei confruntări cu tigri, şerpi şi maimuțe, folosind logica paraconsistentă „*pétale*" care reglementează circuitele rețelelor lor neurale (dar profesorul Tsujiski nu ne-a spus nimic despre capacitatea acestor roboți paraconsistenți de a supraviețui stresului vieții de zi cu zi din Wall Street).

În opinia noastră, această experiență, ca şi alte experiențe similare [56], înfățişează foarte bine viitorul logicii paraconsistente: Noi nu ştim dacă logica paraconsistentă este doar un vis nebunesc al prezentului care va dispărea curând sau este noua logică a unui viitor minunat, mai pitoresc, dar cu siguranță că mâine, chiar şi într-o lume nu atât de minunată, va fi o cohortă de roboți paraconsistenți inteligenți dominând lumea noastră, poate împreună cu mulți frați „fuzzy" şi multe surori non-monotonice. Oricum, nu putem prezice dacă fratele lor mai mare va fi un robot paraconsistent pur sau un robot substructural paraconsistent turbo-polar [75].

Poate că în viitor, logica paraconsistentă va ieşi de pe scena logico-matematică, manifestându-se într-un mod important doar pe scena ciber-ingineriei.

5. Logica paraconsistentă şi cel de al treilea mileniu

Unor paraconsistentişti *new-age* le place să spună, imitându-l pe Malraux, că mileniul al treilea va fi paraconsistent sau nu va fi deloc. Nu ştim exact ce înţeleg ei prin aceasta. Cu siguranţă, dacă vom reuşi să scăpăm de a fi anihilaţi de către marele grangur, aceasta nu se va întâmpla via logica paraconsistentă. Problema marelui grangur este probabil plină de contradicţii, dar, întrucât 1 Ianuarie 2000 se apropie cu o viteză de 2160 secunde pe oră[4], este foarte improbabil că logica paraconsistentă ne poate ajuta în izbăvirea noastră, deoarece nici nu a fost până acum aplicată la problemele grangurului. Aşadar, dacă vom intra în cel de-al treilea mileniu, aceasta se va întâmpla datorită bătrânei logici binare clasice alb-negru. Dar, desigur, aceasta nu înseamnă că logica clasică va putea să ne conducă prin întregul mileniu al treilea. Poate că logica paraconsistentă va prelua ştafeta şi ne va ajuta să facem faţă următorului *big-bang*.

Bibliografie

[1] **Abe, J.M.** – „Some recent applications of paraconsistent systems to AI", *Logique et Analyse*, **157**, pp.83–96.

[2] **Almeida, J.M. de** – *Possible translations semantics*, Master Thesis, Cle-Unicamp, 1999.

[3] **Alves, E.H.** – *Logic and inconsistency : study of the calculi Cn*, Master Thesis, Cle-Unicamp, 1976.

[4] **Arieli, O. Avron, A.** – „Reasoning with logical bilattices", *Journal of Logic, Language and Information*, **5**, pp.25–63, 1996.

[5] **Asenjo, F.G.** – „A calculus of antinomies", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, **7**, pp.103–105, 1966.

[6] **Avron, A.** – „Relevance and paraconsistency – a new approach", *Journal of Symbolic Logic*, **55**, pp. 707–732, 1990.

[7] **Arruda, A.I.** – „N.A.Vasiliev : a forerunner of paraconsistent logic", *Philosophia Naturalis* , **21**, pp. 472–491, 1984.

[8] **Batens, D.** – „Paraconsistent extensional propositional logics", *Logique et Analyse*, **90–91**, pp. 195–234, 1980.

[9] **Batens, D.** – „Inconsistency-adaptive logics and the foundation of non-monotonic logic", *Logique et Analyse*, **145**, pp. 57–94, 1994.

[10] **Batens, D.** – „Inconsistencies and beyond. A logical-philosophical discussion", *Revue Internationale de Philosophie* , **200**, pp. 259–273, 1997.

[11] **Batens, D. ş.a.** (eds.) – *Frontiers in paraconsistent logic*, în curs de apariţie.

[12] **Bazhanov, V.A.** – „The fate of a forgotten idea: N.A.Vasiliev and his imaginary logic", *Studies in Soviet Thought*, **37**, pp. 143–151, 1990.

[13] **Belnap, N.** – „A useful four-valued logic", în *Modern uses of multiple-valued logic*, J.M.Dunn şi G.Epstein (editori), Reidel, Dordrecht, pp.8–37, 1977.

[14] **Bendegem, J.P. van** – *The strong Hilbert program*, în curs de apariţie.

[15] **Béziau, J.-Y.** – „Calcul des séquents pour logique non-alμethique", *Logique et Analyse*, **125–126**, pp. 143–155, 1989.

[4] Mileniul al treilea a început la 1 ianuarie 2001, anul 2000 fiind ultimul an al celui de al doilea mileniu (*N.T.*).

[16] **BÉZIAU, J.-Y.** – „Logiques construites suivant les méthodes de da Costa", *Logique et Analyse*, **131-132**, pp. 259–272, 1990.
[17] **BÉZIAU, J.-Y.** – „Nouveaux résultats et nouveau regard sur la logique paraconsistante C_1", *Logique et Analyse*, **141–142**, pp. 45–58, 1993.
[18] **BÉZIAU, J.-Y.** – „Universal logic", în *Logica'94 – Proceedings of the 8th International Symposium*, T.Childers şi O.Majer (editori), Academia Cehă de Ştiinţe, Praga, pp.73–93, 1994.
[19] **BÉZIAU, J.-Y.** – „Théorie législative de la négation pure", *Logique et Analyse*, **147–148**, pp.209–225, 1994.
[20] **BÉZIAU, J.-Y.** – „Negation : what it is and what it is not", *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática*, **15**, pag. 37–43, 1995.
[21] **BÉZIAU, J.-Y.** – *Recherches sur la logique universelle*, PhD, Universitatea Paris 7, Paris, 1995.
[22] **BÉZIAU, J.-Y.** – *On logical truth*, PhD, Universitatea din São Paulo, São Paulo, 1996
[23] **BÉZIAU, J.-Y.** – „Identity, logic and structure", *Bulletin of the Section of Logic*, **25**, pp. 89–94, 1996.
[24] **BÉZIAU, J.-Y.** – „Logic may be simple", *Logic and Logical Philosophy*, **5**, ppg. 129–147, 1997.
[25] **BÉZIAU, J.-Y.** – „What is many-valued logic?", in *Proceedings of the 27th International Symposium on Multiple-Valued Logic*, IEEE Computer Society, Los Alamitos, pp.117–121, 1997.
[26] **BÉZIAU, J.-Y.** – „Idempotent full paraconsistent negations are not algebraizable", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, **39**, pp. 135–139, 1998.
[27] **BÉZIAU, J.-Y.** – „Applications de la logique paraconsistante la justice et au droit", în *Anais do V Congresso Brasileiro de Filosofia*, vol.2 , Brazilian Philosophical Institute, São Paulo, pp. 1119–1128, 1998.
[28] **BÉZIAU, J.-Y.** – „Classical negation can be expressed by one of its halves", *Logic Journal of the Interest Group on Pure and Applied Logics*, **7**, pp. 145–151, 1999.
[29] **BÉZIAU, J.-Y.** – „Paraconsistent logic ! (A reply to Slater)", *Sorites*, **15**, 2003.
[30] **BÉZIAU, J.-Y.** – „S5 is a paraconsistent logic and so is first-order classical logic", *Logical Investigations*, **9**, pp. 301–309, 2002.
[31] **BÉZIAU, J.-Y.** – „From paraconsistent logic to universal logic", *Sorites*, **12**, pp. 5–32, 2001.
[32] **BÉZIAU, J.-Y.** – „The paraconsistent logic Z – A possible solution to Jaśkowki's problem", în curs de apariţie.
[33] **BÉZIAU, J.-Y.** – „Complexical paraconsistent logic", în curs de apariţie.
[34] **BÉZIAU, J.-Y.** – „What is paraconsistent logic?", în D. Batens et al. (editori), *Frontiers of paraconsistent logic*, Research Studies Press, Baldock, pp. 95–111, 2000.
[35] **BOBENRIETH, A.** – „¿Inconsistencias, Por qué no? ", *Colcultura*, Bogota, 1996.
[36] **BOBRIHNA DO LAR, A.** – *Estudos asistematicos da lingua Puppy-Guarana*, Curitiba, 1761.
[37] **BUCHSBAUM, A.** – *Logics of inconsistency and incompleteness: semantics and axiomatization*, Universitatea Catolică din Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1995.
[38] **BYCHOVSKI, W.** – „Polar paraconsistent logic", *Proceedings of the Poldavian Academy of Sciences*, **37**, pp. 123–156, 1987.
[39] **CAORSI, C. E.** – *Lógica, filosofía y psicoanálisis*, Roca Viva, Montevideo, 1994.
[40] **CARNIELLI, W.A.** – *Possible-translation semantics for paraconistent logic*, în curs de apariţie în [11].
[41] **DA COSTA, N. C. A.** – „Calculs propositionnels pour les systèmes formels inconsistants", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, 257, pp. 3790–3793, 1963.
[42] **DA COSTA, N. C. A.** – „Calculs des prédicats pour les systèmes formels inconsistants", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **258**, pp. 27–29, 1964.
[43] **DA COSTA, N. C. A.**– *La filosofía de la lógica de Francisco Miró Quesada Cantuarias*, în *Lógica, Razon y Humanismo*, Lima, pp. 69–78, 1992.
[44] **DA COSTA, N. C. A.** – *Logiques classiques et non classiques* , Masson, Paris, 1997.
[45] **DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y.** – „Théorie de la valuation", *Logique et Analyse*, **146**, pp. 95–117, 1994.
[46] **DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y.** – „Théorie paraconsistante des ensembles", *Logique et Analyse*, **153–154**, pp. 51–67, 1996.

[47] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y. – „Overclassical logic", *Logique et Analyse*, **157**, pp. 31–44, 1997.

[48] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y. – „Défnitions, théorie des objects et paraconsistance", *Theoria*, **32**, pp. 367–379, 1997.

[49] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. A. S. – „Paraconsistent logic in a historical perspective", *Logique et Analyse*, **150-151-152**, pp. 111–125, 1995.

[50] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. A. S. – „Aspects of paraconsistent logic", *Bulletin of the Interest Group in Pure and Applied Logics*, 4, pp. 597–614, 1995.

[51] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. A. S. – „Malinowski and Suszko on many-valuedness: on the reduction of many-valuedness to two-valuedness", *Modern Logic*, **6**, pp. 272–299, 1996.

[52] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. A. S. – *Elementos de teoria paraconsistente de conjuntos*, Cle-Unicamp, Campinas, 1998.

[53] DA COSTA, N. C. A., GUILLAUME, M. – „Sur les calculs Cn", *Anais da Academia Brasileira da Ciencias*, **36**, pp. 379–382, 1964.

[54] DA COSTA, N. C. A., GUILLAUME, M. – „Négations composées et loi de Peirce dans les systèmes C_n", *Portugalia Mathematicae*, **24**, pp. 201–210, 1965.

[55] DA COSTA, N. C. A., KRAUSE, D. – *Paraconsistency and complementarity* în curs de apariţie.

[56] DA COSTA, N. C. A., SUBRAHMANIAN, V. S. – „Paraconsistent logics as a formalism for reasoning about inconsistent knowledge bases", *Artificial Intelligence in Medecine*, 1, pp. 167–184, 1989.

[57] DA COSTA CAIERO, R., DE SOUZA, E. G. – „A new paraconsistent set theory: ML1", *Logique et Analyse*, **157**, pp. 115–141.

[58] D'OTTAVIANO, I. M. L., DA COSTA, N. C. A. – Sur un problème de Jaskowski, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **270A**, pp. 1349–1353.

[59] FÉVRIER, P. – „Les relations d'incertitude d'Heisenberg et la logique", *Travaux du IX-éme Congrès International de Philosophie*, tom. VI, Hermann, Paris, 1937.

[60] FONT, J. M. – „Belnap's four-valued logic and de Morgan lattices", *Logic Journal of the Interest Group in Pure and Apllied Logic*, **5**, pp. 413–440, 1997.

[61] GRANA, N. - *Contradizione e Incompletezza*, Liguore, Napoli, 1990.

[62] JAŚKOWSKI, S. – „Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych", *Studia Societatis Scientiarum Toruniensis*, **1A**, pp. 57–77, 1948.

[63] JAMES, W., MORTENSEN, C. – *Categories, sheaves and paraconsistent logic*, în curs de apariţie.

[64] KARPENKO, A. – „Paraconsistent structure inside of many-valued logic", *Synthese*, **66**, pp. 63–69, 1986.

[65] KRAUSE, D., BÉZIAU, J.-Y. – „Relativizations of the principle of identity", *Logic Journal of the Interest Group in Pure and Apllied Logic*, **5**, pp. 327–338, 1997.

[66] LAWVERE, F. W. – *Intrinsic co-Heyting boundaries and the Leibniz rule in certain toposes*, in *Category theory*, Springer, Berlin, pp.279–281, 1991.

[67] LISMONT, L. – „Logique du premier ordre anti-fondée", *Cahiers du Centre de Logique*, **7**, pp. 69–95, 1992.

[68] LOPARIĆ, A., DA COSTA, N. C. A. – „Paraconsistency, paracompleteness and valuations", *Logique et Analyse*, **106**, pp. 119–131, 1984.

[69] MARTINS, A. T. C. – *A syntactical and semantical uniform treatement for the IDL and LEI non-monotonic systems*, PhD, Universitatea Federală din Pernambuco, Recife, 1997.

[70] MORTENSEN, C. – „Every quotient algebra for C_1 is trivial", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, **21**, pp. 694–700, 1980.

[71] MORTENSEN, C. – „*Paraconsistency and* C_1", în [79], pp. 289–305, 1989.

[72] MORTENSEN, C. – *Inconsistent Mathematics*, Kluwer, Dordrecht, 1995.

[73] PEQUENO, T., BUCHSBAUM, A. – *The logic of epistemic inconsistency*, în *Principles of knowledge representation and reasoning*, Morgan Kaufmann, San Mateo, pp.453–460, 1991.

[74] PEÑA, L. – *Contradiction et vérité*, PhD, Univeristy of Liège, Liège, 1979.

[75] PIPOCA DEL MAR, J. – „Substructural paraconsistent turbo polar robots :how they behave and why they will rule our future", *Padernos do Instituto do Planejamente Central da Alta Bagunça*, **678**, pp. 2221–3098, 1999.

[76] **Priest, G.** – „Logic of paradox", *Journal of Philosophical Logic*, **8**, pp. 219–241, 1979.
[77] **Priest, G.** – *In contradiction. A study of the transconsistent*, Nijhoff, Dordrecht, 1987.
[78] **Priest, G.** – *Paraconsistent logic*, in curs de apariţie în *Handbook of philosophical logic*, Second Edition, D.Gabbay et al. (eds.), Kluwer, Dordrecht.
[79] **Priest, G., Routley, R., Norman, J.** (editori) –*Paraconsistent logic:Essays on the inconsistent*, Philosophia, Munich, 1989.
[80] **Puga, L., da Costa, N. C. A.** – „On the imaginary logic of N. A. Vasiliev", *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, **34**, pp. 205–211, 1988.
[81] **Pynko, A. P.** – „On Priest's logic of paradox". *Journal of Applied Non-Classical Logics*, **5**, pp. 219–225, 1995.
[82] **Quine, W. V. O.** – „Philosophy of logic", *Englewood Cliffs*, 1970.
[83] **Routley, R., Routley, V.** – „Negation and contradiction", Revista *Colombiana de Matemáticas*, **19**, pp. 201–231, 1985.
[84] **Sette, A. M.** – „On the propositional calculus P1", *Mathematica Japonae*, **16**, pp. 173–180, 1973.
[85] **Sette, A. M., Alves, E. H., de Queiroz, G.S.** – *Brouwerian algebras and paraconsistent logic*, în curs de apariţie.
[86] **Shin, Sun-Joo** – *The logical status of diagrams*, Cambridge University Press, Cambridge, 1994.
[87] **Slater, B. H.** – „Paraconsistent logics ?", *Journal of Philosophical Logic*, **24**, pp. 451–454, 1995.
[88] **Souza, E. G. de** – *Destouchess problem and heterodoxical logics : essay on the use of non classical logics in the treatement of inconsistencies in physics*, PhD, University of São Paulo, São Paulo, 1995.
[89] **Sylvan, R.** – „Variations on da Costa C-systems and dual-intuitionistic logics. 1. Analyses of C_ω and CC_ω", *Studia Logica*, **49**, pp. 47–65, 1990.
[90] **Sylvan, R., Urbas, I.** – „Paraconsistent classical logic", *Logique et Analyse*, **141–142**, pp. 3–24, 1993.
[91] **Tsuji, M.** – „A paraconsistent theory of decision under uncertainty", *Logique et Analyse*, **157**, pp. 101–114,.
[92] **Tuziak, R.** – „Finitely many-valued paraconsistent systems", *Logic and Logical Philosophy*, **5**, pp. 121–127, 1997.
[93] **Urbas, I.** – *On Brazilian paraconsistent logics*, PhD, Canberra, 1987.
[94] **Urbas, I.** – „Paraconsistency", *Studies in Soviet Thought*, **39**, pp. 343–354, 1990.
[95] **Urbas, I.** – „Dual-intuitionistic logic", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, **37**, pp. 440–451, 1996.
[96] **Urchs, M.** – „Discursive logic. Towards a logic of rational discourse", *Studia Logica*, **54**, pp. 231–249, 1995.
[97] **Vasyukov, V. L.** – „A categorical semantics for paraconsistent logic", în *Logical investigations, vol. 2*, Moscow, pp.285–298, 1993.
[98] **Wainer, J.** – *How to join two sources of information*, în curs de apariţie.
[99] **Wójcicki, R.** – *Theory of logical calculi*, Reidel, Dordrecht, 1988.
[100] **Wright, G. H. von** – „Truth, negation and contradiction", *Synthese*, **66**, pp. 3–14, 1986.
[101] **Wright, G. H. von** – „Truth logics", *Logique et Analyse*, **120**, pp. 311–334, 1987.

II

ARGUMENTE PRO ŞI CONTRA

CONTROVERSELE PARACONSISTENŢEI

Sunt unii care afirmă că e posibil ca un lucru să fie şi totodată să nu fie şi că se poate şi cugeta în acest chip. Părerea aceasta se întâlneşte şi la mulţi naturalişti. Dar noi am stabilit că este o imposibilitate ca un lucru să fie şi în acelaşi timp să nu fie, şi astfel am arătat că acesta e cel mai sigur principiu. Încă unii, din pricina ignoranţei lor, pretind că trebuie dovedit chiar şi acest principiu fundamental; dar e un semn de ignoranţă şi nu-ţi dai seama care propoziţii au nevoie să fie dovedite şi care nu. Oricum, e peste putinţă ca toate să fie demonstrate, căci procedând astfel am merge înainte la infinit şi atunci nu s-ar mai putea dovedi nimic. Dacă deci, există vreun principiu care să nu aibă nevoie de a fi demonstrat, apoi cu greu s-ar găsi altul care să întrunească într-o mai mare măsură această condiţie decât acesta.

Aristotel

Toate acestea par demne de atenţie dar ce se poate spune despre semnificaţia reală a logicii paraconsitente? Răspunsul este că există sisteme paraconsistente care se aplică realităţii la fel de bine ca logica clasică, de fapt, ele conţin logica clasică în calitate de parte valabilă pentru propoziţiile ce se comportă bine şi coincid, parţial, cu ea. Ele servesc, astfel, la a sistematiza experienţa noastră, la fel ca geometria lui Lobacevscki, care aproape coincide cu geometria euclidiană în cazul aplicaţiilor la lumea reală. Anumite tentative încă embrionare de formalizare a logicii dialectice şi a logicii vagi coroborează cu cele spuse aici.

Newton da COSTA

Dialetheismul lui Graham Priest este întru totul adevărat?[1]

Lorenzo PEÑA

1. Contradicții adevărate

Cartea lui Graham Priest *In Contradiction* (*Dordrecht*: Martinus Nijhoff, 1987) este o apărare curajoasă și bine argumentată a existenței contradicțiilor adevărate. Pledoaria lui Priest în favoarea contradicțiilor adevărate – sau a „dialetheilor", cum le numește el – nu este în nici un caz singura din filosofia analitică actuală, ca să nu mai vorbim de filosofie *tout court*. Într-un anumit sens, alte apărări ale existenței contradicțiilor adevărate sunt filosofic mai puțin „heterodoxe" decât a sa, întrucât, spre deosebire de orientarea lui Priest, alte abordări sunt mai aproape de ideile dominante din curentul principal al filosofiei analitice, în timp ce înclinațiile sale sunt puternic anti-realiste și nu prea îndepărtate de empirismul logic al anilor treizeci.

Oricum, astfel de chestiuni îmi par aproape irelevante pentru principalele argumente din cartea lui Priest. Mult din ceea ce spune el poate fi acceptat dintr-o mare diversitate de perspective filosofice. Și, în cea mai mare parte, ceea ce spune el îmi pare corect și important. Printre argumentele sale sunt și unele mai puțin concludente, dar acestea pot fi modificate și făcute astfel mult mai convingătoare. Chiar și atunci când nu este așa, pot fi puse în loc argumente mai slabe – mai puțin cuprinzătoare, dar mai plauzibile. Și, ceea ce este mai important, este că o astfel de atenuare nu afectează principala concluzie a cărții, existența contradicțiilor adevărate.

Oricine este pregătit să accepte teza *ECA* – și anume că *există contradicții adevărate* – va întâlni o puternică opoziție. Un număr de oameni vor fi uluiți. „Dar este contradictoriu să spui că există contradicții adevărate!". Ei și? Ei bine, cât despre argumente, există o deficiență lamentabilă a argumentelor împotriva *ECA*. Doar pretenția că *ECA* este contradictorie poate fi cu greu considerată drept un

---

[1] *Graham Priest's „Dialetheism" – Is It Althogether True?*, articol apărut în *Sorites* 7, 1996. **Traducere de Dumitru Gheorghiu.** (*N.T.*)

argument. Priest a atacat în alte locuri unele argumente de acest fel, aşa cum au fost ele formulate. Voi începe această prezentare critică cu o scurtă discuție a câtorva dintre acele obiecții preliminare la adresa *ECA*.

Principalul argument este, desigur, cel al lui Aristotel, care a fost luat întotdeauna ca un argument pentru principiul non-contradicției, dar care poate fi interpretat ca o obiecție la adresa *ECA*. (Dacă un argument împotriva ⌜*p*⌝ este acelaşi cu un argument pentru ⌜nu-*p*⌝ este o problemă centrală care va fi tratată la momentul potrivit în acest articol). Obiecția lui Aristotel echivalează cu aceasta, potrivit viziunii mele exegetice (deşi, desigur, există o diversitate deconcertantă de interpretări): dacă eşti pregătit să accepți fie şi numai o singură contradicție, atunci eşti obligat să accepți orice contradicție – şi deci orice enunț – deoarece singurul sau cel puțin cel mai puternic temei împotriva acceptării unei contradicții este doar faptul că este una; dacă acest fapt nu te împiedică să o accepți, atunci nu mai ai nici un temei pentru a respinge orice altă pretenție contradictorie. Nu este vorba despre împrejurarea că nu poate fi găsit alt temei, ci despre împrejurarea că nici unul nu va fi atât de puternic precum simplul fapt că opinia – sau enunțul – este contradictorie/contradictoriu. Dacă cel mai puternic temei împotriva unei pretenții nu este îndeajuns de puternic, tot aşa sunt şi temeiurile mai slabe.

Un răspuns posibil este acela că a fi contradictorie nu este un rău pentru o opinie şi deci că nu există nici un temei împotriva acelei opinii; aşadar, este de-a dreptul falsă ideea potrivit căreia contradictorialitatea este cel mai puternic temei împotriva unei opinii.

Nu mi se pare că un astfel de răspuns este disponibil pentru marca specială de „dialetheism" a lui Priest – aderența la *ECA*. Căci se pare că el împărtăşeşte concepția potrivit căreia contradicțiile adevărate sunt hapuri amare la înghițit, ceea ce trebuie făcut doar în mod excepțional în câteva domenii. Păstrând celelalte lucruri constante, trebuie să ne abținem de la acceptarea contradicțiilor. Ca atare, contradictorialitatea este, la urma urmei, un temei împotriva unei opinii. Cu toate acestea, Priest neagă în mod clar că este cel mai puternic temei. Dar cartea lui Priest nu furnizează vreo indicație clară cu privire la ce temeiuri sunt bune sau convingătoare împotriva unei opinii. (Voi dezvolta acest subiect ceva mai târziu).

O obiecție diferită la adresa *ECA* este aceea că, oricare ar fi temeiurile pentru ⌜*p*⌝, acestea sunt temeiuri împotriva ⌜nu-*p*⌝ şi reciproc. Întrucât temeiurile pentru ⌜*p* şi nu-*p*⌝ sunt doar toate temeiurile pentru ⌜*p*⌝, care sunt şi temeiuri pentru ⌜nu-*p*⌝, apare că toate temeiurile pentru ⌜*p* şi nu-*p*⌝ sunt şi temeiuri împotriva ⌜*p* şi nu-*p*⌝. Întrucât sunt alte temeiuri împotriva ⌜*p* şi nu-*p*⌝ (şi anume temeiuri pentru adevărul universal al principiului non-contradicției), balanța înclină în mod hotărât împotriva ⌜*p* şi nu-*p*⌝.

Priest respinge echivalarea dintre *temeiuri-pentru-nu-p* şi *temeiuri-împotriva-p*. Cred că are dreptate, dar din nefericire dialetheismul său îmi pare incapabil

să explice ce poate fi un temei împotriva unei opinii. Noţiunile de respingere şi *a-fi-un-temei-împotrivă* trebuie să rămână primitive (sau explicate una prin alta), fără nici o propoziţie disponibilă în limbaj pentru a aserta ce respingere poate fi exprimată. Ceea ce este regretabil. Cum stăm cu etimologia lui „*contradicţie*“ ca *a-spune-împotrivă*?

Anticipez în acest stadiu miezul criticii mele viitoare. Priest nu acceptă grade de „a fi împotrivă“ (*against-ness*), grade de negaţie, grade de orice are legătură cu noţiunile pe care le explorează în cartea sa, ceea ce blochează una dintre cele mai rezonabile şi directe căi către o acomodare la ceea ce susţin obiecţiile pe care le studiem. Dacă aici ar fi grade de adevăr şi falsitate, am putea spune că un temei (puternic) împotriva $\ulcorner p \urcorner$ nu este un temei pentru $\ulcorner$nu-$p\urcorner$, ci pentru o negaţie mai tare a lui $\ulcorner p \urcorner$, şi anume pentru $\ulcorner$nu-p deloc$\urcorner$. Astfel, obiecţia ar fi respinsă pe seama eşecului său în a distinge negaţia naturală sau slabă de *negaţia tare* sau *supranegaţia*. Nici o astfel de mişcare nu este disponibilă pentru G. Priest.

În fine, există pretenţia banalizată şi de acum discreditată conform căreia din $\ulcorner p$ şi nu-$p\urcorner$ decurge orice. Încă o dată, totuşi, pretenţia depinde de un număr de paşi, singurul care pare a fi dispensabil în mod rezonabil fiind SD (*Silogismul Disjunctiv*). Dar respingerea SD nu este uşoară. Există utilizări clare ale SD care sunt corecte. Priest permite SD cu o clauză contextuală – şi anume aceea conform căreia contradicţia în domeniul la care este aplicat SD să nu apară sau să fie probabil că nu apare. Voi discuta poziţia sa în această chestiune ceva mai târziu.

Alternativ, dacă am avea atât negaţia slabă, cât şi pe cea tare, am putea spune că singurele contradicţii adevărate care există implică negaţia slabă, în timp ce SD este valid numai pentru negaţia tare. Ceea ce, desigur, nu este un răspuns disponibil pentru Priest.

Conchid astfel că obiecţiile preliminare la adresa *ECA* eşuează şi că există modalităţi de a le răspunde care nu sunt nerezonabile – chiar dacă cele pe care le prefer nu sunt cele ce sunt în acord cu tipul special de dialetheism al lui Priest.

Dacă obiecţiile preliminare la adresa *ECA* sunt departe de a fi acele argumente despre care aristotelicilor le place să creadă că sunt zdrobitoare, există mai multe argumente bune pentru *ECA*. Cartea lui Priest prezintă multe dintre aceste argumente. Nu că acestea ar fi zdrobitoare – chiar dacă îmi pare că Priest le consideră a fi decisive. Acceptarea contradicţiilor adevărate nu va oferi o soluţie completă şi definitivă tuturor problemelor din filosofie, dar va face ca lucrurile să fie mult mai uşoare în toate domeniile. La urma urmelor, multe inferenţe se încheie cu concluzii contradictorii, dintre care unele pot fi luate în considerare, cu o atenuare a tensiunilor sau a constrângerilor sub care suntem obişnuiţi să ne găsim. În cele din urmă, acum este deschisă o alternativă spre cumpănire, care era altădată de negândit din cauza acceptării logicii aristotelice şi a rezultatelor sale.

2. Sunt contradicţiile adevărate între adevărul complet şi falsitatea completă?

Mi se pare ciudat că, în inspectarea sa a temeiurilor pentru *ECA*, Priest nu ia în considerare noţiunea de grade de adevăr. Acum, această noţiune este legată de înflorirea logicilor fuzzy şi a teoriilor mulţimilor fuzzy – despre care nu se suflă o vorbă în cartea lui Priest –, care au fost argumentate extensiv într-o diversitate de articole şi se dovedesc a avea aplicaţii importante atât în teorie, cât şi în practică (inginerie). Priest nu poate fi în necunoştinţă de cauză în privinţa acestor dezvoltări. El alege în mod clar să le ignore ca fiind fără sens pentru întreprinderea sa[2].

Am încredere, totuşi, că mulţi cititori vor împărtăşi impresia mea că singura valoare non-clasică pe care o acceptă Priest este exact între extremele adevărului pur şi falsităţii pure, fiind astfel o valoare intermediară care este mai puţin adevărată decât adevărul deplin.

Să explic. Priest postulează trei valori de adevăr: {T}, {F} şi {T,F}. Pentru a da o descriere uniformă, putem identifica pe T cu {T} şi pe F cu {F}. Atunci putem spune că valorile de adevăr sunt

(1) T, F

(2) Pentru oricare două valori X, Z, $X \cup Z$

Nu există o a patra valoare de adevăr, întrucât reuniunea oricăreia dintre cele trei cu fiecare din celelalte două este una dintre cele trei valori.

Acum, pare evident că ceea ce avem este o trihotomie a adevărului pur, falsităţii pure şi a amestecului dintre ele. Ceea ce are un amestec al unei proprietăţi Φ şi a opusului acesteia este mai puţin Φ decât ceea ce are doar proprietatea Φ şi îi lipseşte complet opusul acesteia. Aşadar, cea de a treia valoare de adevăr este intermediară, o cale de mijloc între extreme – la fel cum amestecând alb şi negru se obţine gri, care este mai puţin negru decât negrul şi mai puţin alb decât albul, dar este mai negru decât albul şi mai alb decât negrul. Amestecând ceea ce este uscat cu ceea ce este ud se obţine ceva ce este intermediar, umedul.

Acum, care este temeiul pentru oprirea în acest stadiu, mai curând decât pentru trecerea la introducerea de alte valori de adevăr suplimentare? Ei bine, da, potrivit procedurii, orice amestec nou va fi exact una dintre cele trei valori – şi anume valoarea amestecată {T, F}. Dar de ce să nu schimbăm puţin procedura?

De exemplu, putem gândi în termeni de multi-mulţimi mai curând decât în termeni de mulţimi – o multi-mulţime fiind caracterizată de faptul că orice entitate poate să-i aparţină de mai multe ori. Sau putem gândi direct în termeni de mulţimi

---

[2] Noţiunea de mulţime fuzzy a fost înzestrată pentru prima dată cu un tratament formal de către Lofty Zadeh (1965). Până acum a fost publicată o imensă literatură care a dezvoltat teoria şi aplicaţiile mulţimilor fuzzy într-o diversitate de domenii.

fuzzy – dar, pentru a nu presupune ceea ce trebuie demonstrat, nu mă voi folosi de acestea acum. Sau putem lua drept operația care generează noi valori nu reuniunea, ci operația formării de perechi, { , }. Astfel, pe lângă T – pe care nu mai avem nevoie să îl identificăm cu {T} – și F – care nu mai este de identificat cu {F} – avem ca valori de adevăr suplimentare: {T, F}; {T,{T, F}}; {F,{T, F}}; {F,{T,{{T,F}}} etc.

Nu este ușor de înțeles ce este ultima valoare. Putem impune o constrângere care face lucrurile mai clare, excluzând combinații precum {*X*,{*Y*,*Z*}} dacă $X \neq Y$ și $X \neq Z$. Atunci avem infinit de multe valori intermediare care sunt în mod clar grade de adevăr și falsitate – cu excepția celor inițiale, T sau adevărul total și F sau falsitatea totală. {T, F} sau 1/2 este echidistantă între T și F. {T,{T, F}} este echidistantă între T și 1/2. {{T, F}, {T, {T, F}}} este echidistantă între 1/2 și valoarea care este echidistantă între 1/2 și T. Și așa mai departe.

Priest nu oferă nici un temei împotriva unei proceduri cum este aceasta. El nu o ia în considerare. El crede probabil că a lucra doar cu {T}, {F} și {T, F} este suficient, că nimic nou nu trebuie sau nu este dezirabil sau poate nici măcar posibil, întrucât avem deja Adevăr, Falsitate și amestecul dintre ele. Și totuși, avem, de asemenea, Vin, Apă și ... „amestecul" lor. Ce amestec? Unul de 50%–50%? Este același cu amestecul de 99%–1%? Trebuie să socotim toate amestecurile de acest fel ca fiind la fel pentru că nu ne pasă cât de multă apă este, o mică picătură având aceeași pondere ca un milion de picături?

În cele mai multe cazuri, dacă două calități – sau mase sau orice altceva – pot fi amestecate, acestea pot fi amestecate într-o mulțime de grade ale fiecăreia. Certitudinea și îndoiala, dragostea și aversiunea (sau chiar ura), bucuria și tristețea, dulceața și amărăciunea etc. Fiecare amestec are o doză din fiecare ingredient. Acum, poate că adevărul și falsitatea nu pot fi amestecate nici o dată, așa cum recomandă logicianul clasic. Dacă acestea se pot asocia una cu alta, de ce într-un astfel de mod în care gradele nu pot fi luate în considerare?

Întrucât, potrivit lui Priest, contradicțiile adevărate au deopotrivă adevăr și falsitate, ele sunt adevărate și false (deși aici apare o problemă în legătură cu ceea ce Priest numește *principiul excluderii*, la care voi reveni mai târziu). Dar dacă acesta este cazul, de ce nu se poate ca acel amestec să admită grade din fiecare dintre proprietățile amestecate – cu constrângerea evidentă conform căreia cu cât este mai mult dintr-una, cu atât este mai puțin din cealaltă?

Refuzând o astfel de abordare gradualistă, Priest adoptă o poziție doar ușor mai puțin rigidă decât aristotelicul, pentru care există exact două situații cu privire la adevăr: sau este (complet) prezent, sau este (complet) absent. Priest permite un al treilea caz, în care sunt ambele sau poate în care adevărul și falsitatea sunt deopotrivă prezente, dar este de acord cu aristotelicul (sau cu clasicistul) în respingerea oricărei complicații ulterioare sau a oricărui grad de prezență. Este concepția noastră despre lume mult îmbunătățită prin acceptarea a doar unui al treilea amestec de paradis și infern, uniform intern, lipsit de grade, împreună extremele date inițial, mai curând decât a unei întregi scale de infinit de multe gradații?

Împotriva considerațiilor de mai sus se poate argumenta că, întrucât adevărul și falsitatea nu sunt termeni de masă (*mass terms*), nu are sens să vorbim

despre amestecare şi cu atât mai puţin despre „mai mult adevăr“, aşa cum vorbim despre „mai multă apă“.

Este adevărat? Ei bine, presupun că observaţiile mele au un ecou platonic: într-un anumit sens – poate că nu literal –, atunci când un lucru este mai fierbinte decât un altul, este mai multă căldură în primul sau poate că există o prezenţă mai puternică a căldurii. Dacă o propoziţie este mai adevărată decât o alta, este mai mult adevăr în prima decât în cealaltă.

Ei bine, da, ştiu, nu oricine este pregătit să accepte că o propoziţie poate fi mai adevărată decât alta: sau este adevărată *tout court*, sau nu este. (Dar notaţi, vă rog, că eu accept, desigur, principiul terţului exclus şi că nu numai că nimic din ceea ce am spus până acum nu contravine terţului exclus, dar de fapt conectarea gradualităţii adevărului cu contradicţiile adevărate presupune terţul exclus – altfel am putea evita contradicţiile pretinzând că propoziţiile cu valori de adevăr intermediare nu pot fi nici asertate, nici negate).

Mi se pare, totuşi, că o astfel de cale nu este deschisă pentru G. Priest. El ia în mod clar adevărul şi falsul ca fiind amestecabile, cea de a treia valoare a sa fiind un aliaj al ambelor şi fiind intenţionată a fi aşa. El chiar foloseşte astfel de expresii, cum este „pur adevărat“ sau altele asemănătoare, pentru a caracteriza propoziţii cu valoarea {T} ca opuse propoziţiilor care sunt adevărate, dar nu pur adevărate, şi anume celor cu valoarea {T, F}.

Întrucât adevărul nealiat, adevărul pur, exclude complet falsitatea, în timp ce amestecul de adevăr şi falsitate care este {T, F} nu o exclude, se pare că ni se permite să înţelegem că enunţurile cu valoarea {T, F} sunt mai puţin adevărate decât enunţurile cu valoarea {T}, doar ultimelor lipsindu-le cu totul falsul. Întrucât a fi în întregime adevărat înseamnă acelaşi lucru cu a lipsi cu totul falsitatea, doar enunţurile cu valoarea {T} sunt în întregime sau complet adevărate şi doar enunţurile cu valoarea {F} sunt complet false.

Pot fi contracarate astfel de consideraţii insistând că un enunţ cu valoarea {T, F} poate fi complet adevărat şi, de asemenea, complet fals? Ei bine, dacă este vorba de o problemă de definiţie, este greu de găsit un argument în aceste chestiuni. Totuşi, am impresia că Priest nu poate nega faptul că cea mai firească reacţie la propunerea sa ca anumite enunţuri să aibă drept valoare {T, F} este de a considera o astfel de situaţie drept un caz al acelor enunţuri care nu sunt nici complet (sau pur) adevărate, nici în întregime (pur) false, ci intermediare, având deopotrivă adevăr (într-o anumită măsură) şi, de asemenea, falsitate (până la un punct).

Reacţiile fireşti pot fi complet greşite. Poate că este firesc să extrapolăm câmpul nostru vizual şi să conchidem că Pământul este plat. Dar există argumente conform cărora Pământul nu este (deloc) plat. Sunt argumente care arată că {T, F} nu este un amestec de adevăr şi falsitate?

O obiecţie diferită la adresa interpretării mele gradualiste a valorii {T, F} ca un amalgam de adevăr şi falsitate este aceea că nu există nici o modalitate de a înţelege gradele de prezenţă sau orice astfel de discurs platonic care, ca atare, este metaforic. Dar este greşit. Abordarea din perspectiva teoriei mulţimilor pe care am

schițat-o este o modalitate de a abandona metafora. (În plus, un platonist nici nu are nevoie să apeleze la o astfel de reformulare).

Prin urmare, cântărind argumentele împotriva interpretărilor gradualiste, mi se pare că putem avea încredere că ceea ce avansează de fapt Priest este existența cazurilor de adevăr care nu sunt cazuri de adevăr complet; cazuri de ceva ce este doar parțial adevărat. Este rezonabil să presupunem că toate opiniile care sunt adevărate, dar nu pur adevărate, sunt în egală măsură adevărate, nici una dintre acestea nefiind *mai* adevărată ca alta?

Să ajungem la lucruri mai specifice. Una dintre principalele aplicații intenționate ale apărării lui Priest a *ECA* este semantica. El crede – corect, după mine – că propoziția „Această propoziție este falsă" este deopotrivă adevărată și falsă. Dacă avem o implicație, „→", citită ca „în măsura în care ... «– – –» " sau ceva asemănător, atunci putem interpreta Mincinosul (simplu) în acest fel.

Graham Priest subliniază că în orice limbaj suficient de bogat încât să conțină aritmetica lui Peano și înzestrat cu un predicat de adevăr „T", obținem o contradicție (p. 99). Pentru orice propoziție a limbajului, $\ulcorner p \urcorner$, fie „*#p*" numeralul numărului lui Gödel atribuit propoziției $\ulcorner p \urcorner$ (sub o modalitate stabilită de codificare a expresiilor în numere, fie aceasta cea inițială a lui Gödel sau oricare alta). Să folosim tehnica diagonalizării pentru a construi o propoziție deschisă $\ulcorner \Phi(x) \urcorner$ care este adevărată *în măsura* și numai în măsura în care (vorbind în linii mari) diagonalizarea sa nu este adevărată; mai puțin imprecis, fie δ aplicația numărului lui Gödel al unei propoziții deschise cu o singură variabilă liberă „*v*" pe cel al acestei diagonalizări, i.e. pe cel al rezultatului substituirii în propoziția dată a numeralului numărului său al lui Gödel a singurei sale variabile libere. În virtutea lemei diagonale (un caz particular al teoremei punctului aritmetic fix), dacă $\ulcorner \alpha \urcorner$ este o formulă oarecare cu o singură variabilă liberă „*v*", există o propoziție $\ulcorner \beta \urcorner$ astfel încât $\vdash \beta \leftrightarrow \alpha\ (v/\#\beta)$. Să considerăm propoziția deschisă $\ulcorner \sim Tx \urcorner$, unde am pus $\vdash T\#p \leftrightarrow p$ ca o schemă de axiomă. Rezultă că există o propoziție $\ulcorner p \urcorner$ astfel încât $\vdash \sim T(x/\#p) \leftrightarrow p$, i.e. $\vdash \sim T\#p \leftrightarrow p$. În virtutea schemei de axiomă $\vdash T\#p \leftrightarrow p$, vom avea:

(1) $\vdash T\#p \leftrightarrow \sim T\#p$ (pentru unele „*p*")

Ce înseamnă (1)? Dacă rămânem fideli citirii noastre a lui „→" (și deci citirii lui „↔" ca „în măsura și numai în măsura în care"), aceasta înseamnă că propoziția $\ulcorner p \urcorner$ în discuție este adevărată în măsura în care nu este adevărată și reciproc; așadar, pe cât de adevărată, pe atât de neadevărată, nici mai mult, nici mai puțin. Să admitem toate acestea. Dar dacă există o astfel de propoziție, în egală măsură adevărată și falsă, de ce nu și o propoziție întrucâtva mai adevărată decât falsă și una intermediară, fiind întrucâtva mai adevărată decât falsă și fiind în întregime adevărată și așa mai departe?

Ceea ce este unic în privinţa propoziţiei Mincinosului este că aceasta spune despre sine că nu este adevărată. Ca atare, în virtutea lui $\vdash p \leftrightarrow p$ şi a substituţiilor, în măsura în care este adevărată nu este adevărată şi reciproc. Nimic analog nu este disponibil pentru propoziţiile care sunt mai adevărate decât false sau mai false decât adevărate. Totuşi, dacă Mincinosul există, de ce nu şi aceste alte propoziţii?

Problema nu este dacă putem dovedi numai prin astfel de mijloace că există astfel de cazuri intermediare. La urma urmelor, demonstrarea Mincinosului depinde de un număr de supoziţii foarte controversate – cu toate că sunt convins că Priest a arătat că soluţiile obişnuite nu sunt pe atât de bune pe cât ţin să creadă partizanii acestora. Nu neg naturaleţea demonstrării adevărului-şi-falsităţii mincinosului. Chestiunea este că, odată ce existenţa sa a fost luată drept bună, plauzibilitatea cazurilor intermediare suplimentare este mult sporită.

3. Evitarea inefabilităţii şi necesitatea unei negaţii tari

Unul dintre cele mai viguroase şi frecvente argumente din cartea lui Priest este cel conform căruia soluţiile obişnuite conduc la inefabilitate. Nu voi repeta argumentele convingătoare şi detaliate ale lui Priest. De fapt, o astfel de concluzie ar trebui să fie evidentă. Dacă nu există nici un limbaj care să fie metalimbajul tuturor limbajelor, în ce limbaj se poate vorbi despre o astfel de inexistenţă? Trebuie să fie un limbaj în care putem vorbi despre toate limbajele şi proprietăţile lor semantice. Abordările „ierarhiste" – cum le numeşte G. Priest (p. 24) – nu pot spune nici măcar despre ele că sunt adevărate. Aceste abordări trebuie să apeleze la scheme necuantificate, prin intermediul expresiilor „sistematic ambigue". Problema este similară cu cea întâmpinată de distincţia dintre tipuri, dar nu este exact aceeaşi.

Găsesc că argumentele lui Priest sunt atrăgătoare şi foarte plauzibile. Totuşi, felul în care el pune toate acestea în termeni de totul sau nimic mi se pare nefericit. Ai impresia că sau este acceptată o abordare exhaustivă, naivă şi amănunţită a semanticii, şi atunci paradoxurile decurg şi sunt şi adoptate – ceea ce, desigur, cere o logică paraconsistentă –, sau trebuie să apelăm la o varietate de ierarhie, fie aceasta a lui Tarski, a lui Kripke sau oricare alta. Dar în mod sigur sunt ierarhii şi ierarhii. Nu toate sunt atât de aprige şi insuportabile ca cea a lui Tarski. De fapt, ierarhia lui Tarski a fost o reacţie brută, extremă, în timp ce abordările ulterioare sunt mai moderate, mai rafinate, mai puţin distructive. Priest însuşi recunoaşte că unele dintre acestea admit valori de adevăr suprasaturate (*truth-value gluts*), mai curând decât goluri de valorizare (*truth-value gaps*) (vezi p. 26, nota 20, despre tratarea lui Woodruff). Şi, desigur, pot fi imaginate noi abordări, prin rafinarea sau calificarea celor care sunt disponibile.

Împotriva partizanilor golurilor de valorizare, Priest argumentează convingător că aceştia nu pot exprima faptul că o propoziţie nu este adevărată (p. 20). Regretabil totuşi, el se confruntă cu exact aceeaşi situaţie. Căci el trebuie să diferenţieze între ceea ce este doar fals şi ceea ce este deopotrivă adevărat şi fals. Priest face aceasta folosind expresii precum „numai", „pur", „categoric" (p. 239) şi altele de acest fel. Acum, ce este o propoziţie categoric falsă? Este o propoziţie care este falsă şi nu este adevărată? Dacă am putea spune aceasta şi spunând aceasta am furniza îndeajuns de multă informaţie, ar fi grozav. Dar putem? Nu şi dacă acceptăm *principiul excluderii*, conform căruia, în măsura în care o propoziţie este falsă, nu este adevărată. Drept efect imediat al principiului excluderii, contradicţiile difuzează în „metalimbaj" – ca să vorbim în jargonul obişnuit. Căci fie $\ulcorner p \urcorner$ o propoziţie deopotrivă adevărată şi falsă, i.e. cu valoarea {T, F}. Atunci propoziţia „Aceasta este adevărat: $\ulcorner p \urcorner$ " va fi, de asemenea, adevărată şi falsă. Spunând că $\ulcorner p \urcorner$ este adevărată şi nu falsă nu spunem nimic incompatibil cu împrejurarea că $\ulcorner p \urcorner$ are ca valoare de adevăr {T,F} şi astfel că T#*p*.

Renunţarea la principiul excluderii evită o astfel de difuzare a contradicţiilor în metalimbaj cu un preţ mare. În loc să avem schema T pentru coimplicaţia reciprocă (ce poate fi contrapusă), „$\leftrightarrow$", trebuie să ne descurcăm cu un paliativ la care contrapoziţia nu se aplică (v. pp. 88–91 şi 99–100). Priest spune (p. 100):

> Se pare că nu există nici un temei pentru care, *în general*, dacă α este o dialetheie, la fel este şi Tα. Dacă α este o dialetheie, Tα este cu siguranţă adevărată, dar ar putea fi pur şi simplu adevărată şi nu şi falsă. Predicatul de adevăr este deci un consistentizator *parţial*.

Priest susţine că principiul excluderii difuzează contradicţiile dincolo de necesitate (p. 90). „Pe această bază resping cu titlu de încercare principiul excluderii" (ibid.). Nu rezultă deloc dacă în cele din urmă Priest ajunge să accepte principiul.

Nu este doar o chestiune de definiţie. Dacă principiul excluderii eşuează, multe argumente în favoarea contradicţiilor adevărate, care depind de schema *T*, eşuează şi trebuie să fie reformulate. (Reformularea implică mai multe principii controversate (p. 162–163), astfel că aceia care se opun soluţiilor dialetheiste ale lui Priest au la dispoziţie un număr de replieri posibile şi plauzibile). În plus, ideea fundamentală conform căreia adevărul lui $\ulcorner p \urcorner$ este faptul că *p* nu mai este corectă.

Mai mult, în realitate, descrierea lui Priest a predicatului T fără principiul excluderii eşuează în a contracara difuzarea contradicţiilor în „metalimbaj". Această descriere introduce două predicate separate, adevărul, T, şi falsitatea, F: o formulă este falsă, ddacă negaţia sa este adevărată – „ddacă" fiind citirea mea a bicondiţionalului care nu poate fi contrapus, „$\Leftrightarrow$". Ceea ce rezultă (p. 176 jos) este că $\vdash p \Leftrightarrow$ T#*p* şi $\vdash \sim p \Leftrightarrow$ F#*p*. (Priest eludează principiul excluderii, $\ulcorner$F#*p* $\Rightarrow$ ~T#*p*$\urcorner$ prin renunţarea la

contrapoziția pentru „$\Rightarrow$"). În cele din urmă, această descriere nu reușește în a stopa difuzarea contradicțiilor, deoarece adoptă concluzia conform căreia, pentru un anumit $\ulcorner p \urcorner$, avem deopotrivă $\ulcorner T\#p \urcorner$ și $\ulcorner \sim T\#p \urcorner$.[3]

Așadar, găsesc că renunțarea la principiul excluderii este neatractivă. Cu toate acestea, să presupunem că renunțăm de fapt la principiul excluderii și, prin aceasta, că reușim să ținem contradicțiile la distanță de nivelul „metalingvistic" – i.e. că punem sub interdicție contradicțiile care implică predicatul „T", contradicțiile de forma $\ulcorner Tx \wedge \sim Tx \urcorner$. Acum, cu sau fără principiul excluderii, avem nevoie să diferențiem situațiile care sunt doar false de cele care sunt deopotrivă adevărate și false. Să presupunem că $\ulcorner p \urcorner$ este de acest ultim fel, i.e. că are valoarea {T, F}, în timp ce – mulțumită rebutării de către noi a principiului excluderii – atât T#*p*, cât și F#*p* sunt numai sau categoric adevărate, fără nici un fel de ingredient de falsitate în ele (!). Fie $\ulcorner q \urcorner$ astfel încât valoarea sa de adevăr este {F}. Cum putem diferenția valorile lui $\ulcorner p \urcorner$ și $\ulcorner q \urcorner$? Nu prin F, deoarece avem atât F#*q*, cât și F#*p*, ci prin T. Dar atunci vom avea o modalitate de a exprima o negație tare. Să definim „*H*" în acest fel: $\ulcorner Hp \urcorner$ prescurtează $\ulcorner T\#p \wedge \sim T\#(\sim p) \urcorner$. De notat că „*H*" este un operator, nu un predicat. Și totuși, în întreaga teorie aritmetică-cu-semantică furnizată de Priest, „*H*" este definibil. „*H*" este asertarea tare. Regula $Hp, \sim p \vdash q$ păstrează adevărul – premisele nu pot fi deopotrivă adevărate. Este definibilă negația tare: $\ulcorner \neg p \urcorner$ prescurtează $\ulcorner H{\sim}p \urcorner$. Regula lui Cornubia pentru negația tare (și anume $p, \neg p \vdash q$) păstrează, de asemenea, adevărul (din același motiv, desigur): $p, \neg p \vdash q$. Aceste reguli pot fi, desigur, evitate prin impunerea de condiții lui $\vdash$, dincolo de simpla păstrare a adevărului. Dar nu văd ce cerințe suplimentare impune Priest.

Acum, să considerăm propoziția:

$$(L)\ \neg L.$$

(*L*) spune despre sine că este complet non-adevărată, i.e. că nu este deloc adevărat cea ce susține. Dacă întreaga mașinărie semantică dezvoltată de Priest este

---

[3] Demonstrația că această teorie astfel slăbită a adevărului conține încă contradicții (în virtutea rezultatului obținut anterior, conform căruia, pentru unii $\ulcorner p \urcorner$, $\vdash \sim T\#p \Leftrightarrow p$) implică reguli de abducție pentru condiționalul care nu poate fi contrapus „$\Rightarrow$", și anume $p \Rightarrow \sim p \vdash \sim p$ și $\sim p \Rightarrow p \vdash p$, deși acest aspect nu este relevat clar în text. Întregul tratament este cumva deteriorat de faptul că nu se furnizează o citire în limba naturală pentru „$\Rightarrow$", iar, odată ce contrapoziția pentru acesta a fost aruncată la deșeuri, presupun că nu toată lumea va accepta regulile de abducție. Dacă abandonăm simplitatea naivă subiacentă schemei T inițiale – și anume că adevărul lui $\ulcorner p \urcorner$ este doar faptul că *p* (cu *cea mai tare* biimplicație, care conectează astfel faptul că *p* cu $\ulcorner p \urcorner$, fiind adevărată) –, bănuiesc că unele manevre de evitare a contradicțiilor devin mai puțin implauzibile: e.g. refuzând să accepte pe fiecare dintre regulile de abducție pentru condiționalul „$\Rightarrow$".

încă disponibilă în acest stadiu (şi cum s-ar fi putut strica până acum?), se poate demonstra o *supracontradicţie*, şi anume $L \wedge \neg L$. (O supracontradicţie este pur şi simplu o contradicţie care implică negaţia tare). Aşadar q (orice $\ulcorner q \urcorner$). Numai dacă nu ... Numai dacă nu impunem condiţii suplimentare asupra lui $\vdash$ (dar aceasta este realmente o soluţie sau doar o stipulaţie?) sau nu ne întoarcem la schema T iniţială, cu $\ulcorner T\#p \urcorner$ având aceeaşi valoare ca $\ulcorner p \urcorner$. Ceea ce ar însemna că acceptăm, la urma urmelor, principiul excluderii.

Şi, totuşi, cu principiul excluderii nu mai putem diferenţia adevărul *tout court* de adevărul categoric în descrierea lui Priest. Nu ajută să spunem că $\ulcorner p \urcorner$ este adevărată şi nu este falsă; tot acesta va fi cazul dacă valoarea sa de adevăr este {T, F}: va avea şi deopotrivă nu va avea adevăr; cel de al doilea caz este adevărat, căci – în conformitate cu principiul excluderii – $\ulcorner {\sim}T\#p \urcorner$ este implicată de $\ulcorner T\#{\sim}p \urcorner$, care este adevărată dacă valoarea pentru $\ulcorner p \urcorner$ este {T, F}.

Este nevoie de o negaţie tare, „$\neg$", astfel încât $\ulcorner p \urcorner$ să respingă complet $\ulcorner \neg p \urcorner$ şi reciproc. Cu negaţia tare putem explica diferenţa dintre a fi adevărat şi a fi categoric (i.e. complet) adevărat şi pe aceea dintre a fi fals şi a fi cu totul fals. Apoi multe lucruri revin la normal. Vom avea un criteriu pentru a spune când ne putem baza pe SD (p. 137 şi următoarele): ori de câte ori negaţia implicată este tare sau poate fi considerată ca fiind tare. Ştim când există un argument împotriva unei pretenţii: ori de câte ori există unul în favoarea negaţiei tari a acelei pretenţii. Ştim de ce respingerea şi acceptarea sunt cu totul incompatibile (pp. 128–132): respingerea lui $\ulcorner p \urcorner$ înseamnă sau implică acceptarea lui $\ulcorner$nu p deloc$\urcorner$, i.e. $\ulcorner \neg p \urcorner$. Ştim de ce principiul *R* al lui Priest (v. p. 141) are loc, şi anume „Dacă o disjuncţie este raţional acceptabilă şi unul dintre disjuncţi poate fi respins în mod raţional, atunci celălalt disjunct este raţional acceptabil"; motivul pentru care are loc este acela că SD este valid pentru negaţia tare.

Prin adăugarea negaţiei tari se obţine mai mult decât atât. Întreaga **LC** (*logica clasică*) – incluzând *modus ponens* pentru „$\supset$", cu condiţia ca $\ulcorner p \supset q \urcorner$ să prescurteze $\ulcorner \neg p \vee q \urcorner$ – este acum încorporată în sistemul paraconsistent. **LC** se dovedeşte a fi nu greşită, ci săracă, insuficientă. Clasicistul poate fi împăcat; lui i se poate cere doar să se abţină de la a citi „$\neg$" ca „nu". Sistemul rezultat este mai ecumenic.

Şi totuşi, desigur, există un preţ, un preţ mare. Nu mai putem accepta predicatul **T** (într-un limbaj suficient de puternic), axioma comprehensiunii în teoria mulţimilor (vezi studiul de faţă, mai jos), sau tratamentul simplu şi elegant dat de Priest propoziţiei *B* a lui Gödel, şi anume „Chiar această propoziţie nu poate fi demonstrată". Căci în fiecare dintre aceste cazuri, punerea negaţiei tari în locul celei naturale scoate la iveală o supracontradicţie – în afară de cazul în care principiile în discuţie sunt slăbite sau cumva calificate.

Mi se pare că Priest este angajat implicit la a avea o negaţie tare. La pagina 146 el introduce o constantă propoziţională „F" astfel că pentru toate propoziţiile $\ulcorner p \urcorner \vdash F \rightarrow p$. El subliniază că dacă limbajul conţine propriul său predicat de adevăr, constanta „F" poate fi definită ca „$\forall x Tx$"; principiul caracteristic este astfel demonstrat. Acesta fiind cazul, sistemul lui Priest – odată ce cuprinde aritmetica şi predicatul de adevăr – va cuprinde de fapt negaţia tare; căci fie $\ulcorner \neg p \urcorner$ prescurtarea pentru $\ulcorner p \rightarrow F \urcorner$. Priest are dreptate atunci când consideră că respingerea contradicţiilor în general este exprimată de schema $\ulcorner p \wedge {\sim}p \rightarrow F \urcorner$ (care revine la $\ulcorner \neg(p \wedge {\sim}p) \urcorner$, i.e. orice contradicţie este complet falsă). Înlocuirea lui „~" cu „¬" produce o formulă care exprimă respingerea supracontradicţiilor, şi anume $\ulcorner \neg(p \wedge \neg p) \urcorner$ (supranegaţia oricărei contradicţii implicând supranegaţia). Cu toate că sistemul lui Priest evită formula $\ulcorner \neg(p \wedge \neg p) \urcorner$ ca teoremă – datorită evitării asertării conjunctive (vezi mai jos, secţiunea 5) –, sistemul este angajat la ceva apropiat, şi anume la $\ulcorner \neg p \rightarrow. p \rightarrow F \urcorner$.

În acest fel, Priest se confruntă cu o dilemă. Dacă acceptă constanta „F" şi astfel negaţia tare (sau dacă este adevărat că „F", cu principiul său caracteristic, este deja prezent în întregul său sistem), atunci ceva nu prea îndepărtat de LC este inclus, argumentele naive şi simple pentru *ECA* în semantică şi teoria mulţimilor nu mai sunt disponibile şi, oricum, semantica şi teoria mulţimilor cer remedii dincolo de simpla acceptare a contradicţiilor (contradicţii implicând „~", dar nu „¬", i.e. nu *supra*contradicţii). Dacă el se ţine departe de negaţia tare (şi de constanta „*F*", ceea ce mă îndoiesc că poate face, şi chiar aşa este), atunci decurg rezultate de inefabilitate care diminuează efectul criticii sale asupra oricărei soluţii ierarhiste a paradoxurilor semantice; în plus, întreaga chestiune a *argumentării-împotrivă* (p. 141), temeiurile pentru principiul *R*, respingerea etc. devin nebuloase, dacă nu enigmatice.

4. Teoria mulţimilor

Cu toate că principalul temei pentru dialetheismul lui Priest este semantica, paradoxurile teoriei mulţimilor apar, de asemenea, printre temeiurile abordării sale. Şi pe bună dreptate. El discută principiul abstracţiei în forma $\ulcorner \exists y \forall x\, (x \in y \leftrightarrow \beta) \urcorner$, precum şi extensionalitatea. El lansează un atac violent asupra concepţiei cumulative a mulţimilor implementată în *ZF*. Critica lui îmi pare destul de convingătoare. El adoptă apoi (p. 178 şi următoarele) principiul abstracţiei şi speră că sistemul său formal Δ îl poate admite fără *dizolvare* (i.e. inconsistenţă în sensul lui Post sau trivialitate, după cum spune el, urmând uzanţa curentă). Motivul său pentru a spera este acela că Δ este foarte apropiat de o logică relevantă, **DK**, despre care Brady a arătat că este compatibilă cu schema abstracţiei.

Obiecțiile lui Priest la adresa ierarhiei cumulative îmi par atât de evidente, încât găsesc că este de mirare nu faptul că un număr de matematicieni *folosesc* ZF, ci faptul că unii filosofi o iau drept ceea ce nu s-a intenționat niciodată a fi (oricum, nu de către Zermelo), şi anume concepția „intuitivă" despre ceea ce sunt mulțimile. Obiecțiile lui Priest pot fi întărite. Dacă ceva precum metafora temporală pe care el o denunță (p. 39 jos) ar fi să fie luată chiar şi foarte puțin în serios, atunci ideea este una constructivistă. Dar în acest caz, nu li se poate permite cuantorilor să cuantifice asupra *tuturor* mulțimilor, ci numai asupra mulțimilor care există „deja" (i.e. este cerută o teorie predicativă a mulțimilor, ceea ce ZF şi sistemele asemănătoare nu sunt).

O obiecție diferită la adresa ZF este aceea că îi lipseşte nu numai o mulțime universală, ci şi complementarele (cu excepția complementarelor relative). Nu numai că teoria mulțimilor nu poate fi folosită în propria sa metateorie, dar nu poate furniza o semantică satisfăcătoare pentru negația internă – nefiind acolo nici o mulțime care să conțină toate entitățile şi numai pe acelea care nu p, pentru orice $\ulcorner p \urcorner$.

Cu toate acestea, Priest nu discută sistemele lui Quine NF şi ML pe motivul că acestea sunt „în mare măsură considerate ca fiind cu doar puțin mai mult decât (...) curiozități" (p. 38). Totuşi, dacă **LC** este adevărată şi dacă este să fie posibil un tip de semantică tarskiană, abordarea cumulativă ierarhică este silită să fie greşită şi să fie corect ceva precum NF sau ML. Din punct de vedere filosofic, aceste sisteme sunt infinit mai atrăgătoare decât ZF şi merită să fie discutate. Faptul că NF implică unele ciudățenii cu privire la ordinali este puțin sau deloc îngrijorător, întrucât întregul sistem este oricum pus în încurcătură de unele rezultate surprinzătoare.

Priest nu discută nici teoria mulțimilor non-bine-fundamentate şi nici logica combinatorică a lui Fitch. Argumentul său ar fi fost mult mai puternic, dacă ar fi luat în considerare astfel de alternative. El nu discută nici alte abordări paraconsistente care acceptă principiul abstracției cu unele restricții, ceea ce, bănuiesc, îl determină să ignore astfel de abordări.

Linia sa este directă şi clară. Ia principiul abstracției în puritatea sa originară şi nepoluată şi rezultă o contradicție. Corectarea abstracției, ca în ZF, dă multă bătaie de cap şi rezultate extrem de indezirabile. Piei!

Dar să presupunem că avem atât negația naturală „~", cât şi negația tare „¬", aşa cum am văzut în secțiunea anterioară. Atunci abstracția trebuie să dispară. Şi totuşi putem avea ceva mai slab.

Să discutăm nu abstracția, ci comprehensiunea. Fie $\{\ldots : ---\}$ un *olvt* (operator care leagă o variabilă şi formează un termen), pe care îl luăm ca primitiv (putem folosi λ-notația). Avem nevoie de o teorie a mulțimilor cu aceste principii sau cu versiuni calificate ale acestora:

$$\exists z\,(z = \{x: p\}) \qquad \text{(Existența)}$$

$$\{x: p\}x \leftrightarrow p \qquad \text{(Comprehensiunea)}$$

(cu „*z*“ neliber în $\ulcorner p \urcorner$ în primul principiu şi apartenenţa exprimată ca „*zx*“ mai curând decât ca „$x \in z$“).

Cu negaţia tare, catastrofă!

$$\{x: \neg(xx)\}\ \{x: \neg(xx)\} \wedge \neg\{x: \neg(xx)\}\ \{x: \neg(xx)\}$$

Aşadar $\ulcorner q \urcorner$. Să presupunem că introducem o calificare pentru Comprehensiune, prin cerinţa ca $\ulcorner p \urcorner$ să nu conţină nici „$\rightarrow$“, nici asertarea tare „*H*“ (şi deci nici „$\neg$“). Dar putem adăuga jumătate din aceasta fără calificare, şi anume: $\ulcorner p \rightarrow \{x: p\}x \urcorner$.

Sistemul – care poate fi implementat pe baza unei întăriri a logicii relevante **E** – este rezonabil de puternic. Putem demonstra că mulţimea mulţimilor de acest fel care nu se conţin pe ele însele se conţine şi deopotrivă nu se conţine pe sine. De asemenea, putem demonstra că mulţimea mulţimilor de acest fel care nu se conţin deloc pe ele însele se conţine pe sine (deşi, desigur, nu putem demonstra că nu se conţine pe sine).

Să numim *multitudini* (*crowds*)[4] mulţimile de acest fel pe care teoria noastră, astfel concepută, le-ar descrie. Multitudinile pot fi supraaglomerate sau suprapopulate. Acestea pot primi entităţi care eşuează deplin în a satisface condiţia de acces – cu matricea sau formula de caracterizare. Astfel de cazuri pot fi excepţionale. Putem adăuga un număr de cazuri speciale ale Comprehensiunii (complete), despre care ne putem convinge că nu vor conduce la apariţia vreunei supracontradicţii.

Priest nu discută nici una dintre aceste propuneri, dar este clar de ce le găseşte dezagreabile. Cu ele dispare argumentul direct de la Abstracţie la dialetheism. Clasicistul poate replica arătând că dacă aşa-numita negaţie tare este oprită de a figura în principiul bilateral al Comprehensiunii, de ce nu la fel şi aşa-numita negaţie naturală? Nu sunt ele la egalitate? Dacă prin aplicarea Comprehensiunii la $\{x: \neg(xx)\}$ decurge orice, de ce nu la fel prin aplicarea sa la $\{x{:}\sim(xx)\}$ – „$\sim$“, având proprietatea negaţiei din logica relevantă **E**? Nu sunt acestea acelaşi tip de inferenţă?

Nu, nu sunt. Un tip de inferenţă este caracterizat sintactic, aşa cum este orice noţiune de teoria demonstraţiei. Iar diferenţa dintre cele două negaţii poate să facă unul dintre tipuri să fie corect, în timp ce celălalt este greşit.

„Dar nu îţi dai seama intuitiv că unul este corect şi celălalt greşit. Prezinţi o astfel de concluzie pe baza faptului că într-un astfel de sistem – o întărire a lui **E** – îmbogăţit cu negaţia tare, după cum o numeşti, din $\{p, \neg p\}$ decurge orice, în timp ce nimic de acest fel nu se întâmplă cu $\{p, \sim p\}$. Aceasta nu mai este o chestiune de

[4] Cu acordul lui L. Peña, am optat pentru traducerea lui *crowds* prin *multitudini*, deoarece, aşa cum se obişnuieşte, am folosit deja termenul „mulţime“ ca echivalent pentru termenul din limba engleză *set*, iar termenul românesc „grup“ are conotaţia algebrică bine cunoscută. (*N.T.*)

principii intuitive, ci de inventivitate artificială. Şi atunci de ce să ne mai necăjim cu negaţia non-clasică? Nu o ai pe cea mai rea dintre cele două lumi?"

Cu toate acestea, abordarea lui Priest astfel atenuată (sau diluată) ar putea deveni mai atractivă. La urma urmelor, în abordarea sa curentă, R (i.e. $\{x: \neg(xx)\}$) deopotrivă se conţine şi nu se conţine pe sine. Măcar atât este adevărat – după el. Necesar adevărat (bănuiesc). Este mai bine să recunoşti un adevăr necesar decât să spui că este atât de fals încât din el decurge orice – ceea ce este ce face aristotelicul atunci când ia în mod greşit pe a sa „¬" drept „nu". O teorie cu înfăţişarea $RR \wedge \neg(RR)$ este mai bună decât una care impune $RR \wedge \neg(RR) \vdash q$. Astfel, teoria considerată a *multitudinilor* nu este mai rea decât teoriile clasice ale mulţimilor (cu posibila excepţie a teoriei lui Quine – despre care nu o să spun nimic aici, având în vedere că Priest nu o ia în considerare).

De altfel, teoria multitudinilor ar accepta o mulţime universală. Am scăpa de necazurile care apar din aceea că ZF respinge în mod necesar existenţa unei mulţimi universale. Dispare nevoia de ierarhie. Astfel, nu există un singur raport, ci mai multe sub care teoria multitudinilor ar fi mai bună decât teoria standard a mulţimilor bazată pe **LC**.

Pe de altă parte, întrucât am avea negaţia tare, astfel de dificultăţi care înconjoară abordarea lui Priest, aşa cum au apărut în secţiunea anterioară, ar fi depăşite.

Am putea concepe un tratament similar al semanticii. Mai curând decât întreaga schemă T necalificată, restrângerea sa la propoziţii fără nici o apariţie a „→" sau a negaţiei tari (sau a afirmaţiei *tari*), păstrând o *jumătate pentru* toate propoziţiile:

$$p \rightarrow T\#p$$

Atunci Mincinosul simplu ar fi pe cât de adevărat, pe atât de fals (şi deci ambele), dar Mincinosul tare ar fi doar adevărat. (Principiul excluderii ar putea – dar nu ar trebui – să fie eliminat, aşa cum ne sfătuieşte Priest să facem). Desigur, o astfel de retragere ne-ar lăsa fără raţionamentul complet şi direct de la semantică la existenţa contradicţiilor adevărate. Priest este ataşat de acesta. Avem acum nevoie de argumente mai sofisticate care să arate că negaţia naturală este în regulă pentru schema T, dar că negaţia tare poate fi admisă doar într-o jumătate a sa. (Ei bine, un motiv este acela că supracontradicţiile rezultă din admiterea negaţiei tari, nu a negaţiei naturale, şi că dacă cineva are un frate care provoacă necazuri şi deci nu este admis în cele mai bune cercuri, acesta nu este un temei suficient pentru ca acel cineva să fie, de asemenea, ostracizat). Am putea întări predicatul „T" cu un număr de aproximări către schema T iniţială, lipsită de aerul său iniţial de generalitate, care ar deveni astfel un ideal regulator către care am tinde asimptotic.

În plus, abordarea rezultată ar păstra mult din ceea ce a avansat Priest. Nu este ca şi cum o astfel de abordare nu are nimic de a face cu întreprinderea sa filosofică. În timp ce este mai aproape de canoanele dragi entuziastului **LC**, abordarea ar accepta şi versiunile calificate ale principiilor lui Priest şi cele mai

multe dintre concluziile sale. Multe dintre contradicţiile pe care el ţine să le demonstreze în cartea sa ar rămâne binevenite. Doar că lucrurile ar fi ceva mai puţin simple şi directe. Iar concepţia sa *a priori* despre adevărurile logice şi matematice ar fi periclitată, ceea ce, desigur, el nu doreşte. (Căci cu greu poţi spune că „intuiţia" îţi arată „analitic" că schema *T* este corectă exact sub astfel de calificări şi nu sub altele).

5. Asertarea conjunctivă

Deşi în capitolul său despre teoria mulţimilor (p. 178 şi următoarele) Priest se concentrează asupra felului în care simpla acceptare a contradicţiilor – şi deci respingerea regulii lui Cornubia – face posibil să avem axioma deplină, necalificată a comprehensiunii, lucrurile nu sunt chiar atât de simple. După cum Priest însuşi face cu prisosinţă clar într-un capitol anterior (p. 103 şi următoarele), paradoxul lui Curry impune oricărei teorii a mulţimilor care are o axiomă necalificată a comprehensiunii (şi a extensionalităţii – sau chiar versiuni slăbite ale extensionalităţii) să aibă drept calcul propoziţional subiacent unul fără schema *contragerii*, $\ulcorner p \to (p \to q) \to. p \to q \urcorner$. Priest ne dă „cea mai tare formă a sa" (p. 103): *asertarea conjunctivă* – pe scurt, AC –, şi anume $\ulcorner p \to q \wedge p. \to q \urcorner$.

Deşi AC implică *contragerea* numai odată ce au fost avansate alte principii care nu sunt unanim acceptate – e.g. orice rezultat al adăugării factorului redus ($\ulcorner p \to q \to. p \to. p \wedge q \urcorner$) la setul de axiome şi reguli de inferenţă ale lui **E** minus *contragerea* –, totuşi, întrucât eu accept implicarea contragerii de către AC, sunt de acord cu Priest că – pentru scopurile noastre curente oricum – ultima este chestiunea aflată realmente în discuţie. În plus, în formă de regulă, putem deduce *contragerea* din AC sub principii foarte slabe ale implicaţiei [vezi e.g. Richard Routley, *Exploring Meinong's Jungle*, p. 917, jos]; i.e. din $\ulcorner p \to. p \to q \urcorner$ inferăm $\ulcorner p \to q \urcorner$ cu ajutorul AC, chiar dacă nu avem ca teoremă schema $\ulcorner p \to (p \to q) \to. p \to q \urcorner$.

Renunţarea la AC îmi pare un preţ prea mare pentru orice poţi câştiga prin această mişcare. Dacă $\ulcorner p \urcorner$ poate fi *inferat tare* din mulţimea *A* de premise (i.e. inferat în aşa fel încât gradul de falsitate al concluziei este cel mult la fel de înalt ca şi cel al celei mai false premise), atunci, dacă $\ulcorner q \urcorner$ este conjuncţia tuturor formulelor din *A*, $\vdash q \to p$. Întrucât *modus ponens* pentru implicaţie este o regulă de inferenţă tare în acest sens, AC este ţinută să se obţină. (Discursul meu despre grade poate să sune neplăcut pentru relevantişti – deşi Priest nu este unul dintre ei – dar ceva similar, dacă este reformulat în termeni oarecum diferiţi, este ideea subiacentă a faimoasei teze a Implicaţiei a lui Anderson & Belnap). O teorie a demonstraţiei pentru o logică fără

AC este obligată a fi slabă sau incomodă. Şi, mai ales, plauzibilitatea AC întrece pe cea a oricărui principiu al teoriei mulţimilor. Căci să presupunem că o instanţă a AC eşucază (complet – i.e. negaţia sa tare este adevărată). Atunci, deşi ⌜$p \rightarrow q$⌝ şi ⌜p⌝ sunt ambele adevărate (întrucât ⌜$p \rightarrow q \wedge p$⌝ este adevărată), ⌜q⌝ sau nu este deloc adevărat, sau este mai puţin adevărat decât ⌜p⌝ şi mai puţin adevărat decât ⌜$p \rightarrow q$⌝. Dar dacă ⌜q⌝ este mai puţin adevărat decât ⌜p⌝, ⌜$p \rightarrow q$⌝ este complet falsă. (Încă o dată, discursul meu în termeni de grade nu este atât de esenţial; în construcţia lor a sistemului E, Anderson & Belnap ar fi pus chestiunea în alte cuvinte, dar în fond cu aceeaşi concluzie).

Şi dacă AC eşuează, tot aşa, desigur, şi importarea, ⌜$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow .p \wedge q \rightarrow r)$⌝, sau altfel, auto-implicaţia (⌜$p \rightarrow p$⌝). (Probabil că importarea este cea mai tare formă a principiului pe care îl discutăm acum; nu este o întâmplare că logicile lui Łukasiewicz nu conţin nici importarea, nici AC şi nici *contragerea*).

Astfel, preţul de a avea un principiu necalificat al comprehensiunii este mult mai mare decât sugerează secţiunea 10.1 a cărţii lui Priest, *Naive Set Theory*, p. 178–180.

Aproape acelaşi lucru se poate spune despre paradoxurile semantice. Există un duplicat semantic al paradoxului lui Curry (avansat iniţial, cred, de P. Geach în *Logic Matters*, p. 209–211). Priest îl prezintă în aceşti termeni (p. 103–104): dată fiind orice propoziţie arbitrară, β, prin diagonalizare, autoreferire sau un instrument similar, putem găsi o propoziţie, δ, de forma $T\# \delta \rightarrow \beta$. Schema T pentru această propoziţie dă: $T\# \delta \leftrightarrow . T\delta \rightarrow \beta$. Cu ajutorul contragerii demonstrăm ⌜β⌝ (detaliile sunt lăsate ca exerciţiu pentru cititor). Astfel, sistemul devine dizolvabil. Orice poate fi demonstrat.

Astfel, trebuie să alegem. Sau AC, sau comprehensiunea necalificată şi schema T necalificată, nu ambele (*deloc* ambele). Mă simt realmente în încurcătură în privinţa conceperii implicaţiei fără AC. Desigur, Priest nu este singurul logician care respinge AC. Cel mai relevant, principiul a fost atacat de Richard Sylvan în întreprinderea sa de a dezvolta *relevantismul de adâncime*. În *Exploring Meinong's Jungle*, p. 919 (semnată cu numele său din vremea aceea, „Richard Routley"), Sylvan argumentează în acest fel împotriva AC:

> [AC] ar exclude situaţiile de tipul celor care apar în paradoxurile semantice, unde $A \rightarrow B$ şi A au deopotrivă loc, dar B eşuează în a avea loc, adică acolo unde o implicaţie care are loc este, de asemenea, contraexemplificată.

Să examinăm critic argumentul. Ce înseamnă aici „eşuează"? Dacă este acceptată negaţia tare – ceea ce, desigur, contravine relevantismului în general şi cu atât mai mult relevantismului de adâncime –, atunci faptul că B eşuează înseamnă probabil că are loc $\neg B$, unde „$\neg B$" este negaţia tare, „nu este … deloc". Dar atunci, desigur, dacă B eşuează în a avea loc, nu poate fi *deloc* adevărat că au loc deopotrivă A şi $A \rightarrow B$. Pe de altă parte, dacă „eşuează" este luat aici într-un sens

slab, i.e. dacă a eşua B înseamnă doar că $\sim B$ este adevărată – „~" fiind doar negaţia naturală, simplul „nu" –, atunci ceea ce implică eşuarea lui B este că sau $A \rightarrow B$, sau A eşuează *în sensul slab*, i.e. că este adevărată sau $\sim(A \rightarrow B)$, sau $\sim A$. Dar împrejurarea că una dintre acestea este adevărată nu exclude (complet) împrejurarea ca A şi $A \rightarrow B$ să fie, de asemenea, deopotrivă adevărate.

O salvă suplimentară împotriva AC este expusă în *Relevant Logics and their Rivals* (de R. Routley, V. Plumwood, R. K. Meyer & R. T. Brady, *Atascadero: Ridgewiew*, 1982, p. 278 şi următoarele).[5] După cum dovedeşte clar argumentul, pentru debarasarea de AC este suficient, într-o modelare modală, să se abandoneze reflexivitatea relaţiei de accesibilitate. (Şi, de fapt, în propria semantică modală a lui Priest pentru sistemul său paraconsistent Δ – propusă în cartea sa, pp. 106–108) –, reflexivitatea relaţiei de accesibilitate R nu are loc, chiar dacă lumea noastră accesează toate lumile şi astfel se accesează şi pe sine). Sub modelări relevante – citez *RLR*, p. 279 sus –, relaţia triadică trebuie să fie reflexivă pentru ca AC să aibă loc în general, i.e. trebuie să se obţină *Raaa* pentru orice (lume sau structură) a. Argumentul continuă:

> Astfel de cerinţe de reflexivitate impun de fapt restricţii serioase asupra clasei de situaţii admise în evaluarea semantică. Acestea au efectul de excludere a diferitelor situaţii paradoxale. Relaţia simplă *Raa* include [exclude?] diferite lumi paradoxale mai curând prin acea că ecuaţia simplă $a = {}^*a$ exclude lumi inconsistente.

Ceea ce se pretinde astfel nu este că AC este incompatibilă în general cu inconsistenţa negaţională – „mai curând prin aceea că ecuaţia simplă $a = {}^*a$ exclude (în semantica Routley-Meyer cu constrângerile obişnuite) lumi inconsistente". Contextul face cu prisosinţă clar că subiectul în discuţie este paradoxul lui Curry. Ceea ce rezultă este că AC respinge situaţii care ar face ca teoriile noastre să fie dizolvate, chiar dacă am avea *atât* comprehensiunea necalificată sau schema *T*, *cât şi* AC. Dar nu este suficient să elaborezi o modelare potrivit căreia AC eşuează, deoarece, după cum chiar *RLR* spune câteva pagini mai departe (p. 281, paragraful 2):

---

[5] Pentru cititorul mai puţin familiarizat cu dezvoltarea logicilor paraconsistente în context relevant, menţionez că în cele ce urmează este tratată semantica non-standard a lumilor posibile pentru logici relevante, propusă de R. şi V. Routley în *Semantics of first-degree entailment*, *Noûs* 6, 1972, în care negaţia are un tratament diferit de cel clasic. În semantica standard (clasică) a lumilor posibile, $\sim A$ ia valoarea *adevărat* în lumea w, ddacă A ia valoarea *fals* în w. În semantica non-standard în discuţie, $\sim A$ ia valoarea *adevărat* în lumea w, ddacă A ia valoarea *fals* nu în w, ci într-o lume diferită ${}^*w$, asociată lumii w. În acest fel, o formulă şi negaţia sa au valori logice „independente": $\sim A$ poate lua valoarea *adevărat* sau valoarea *fals* independent de faptul că A ia valoarea *adevărat* sau valoarea *fals* (este uşor de văzut că dacă $w = {}^*w$, atunci semantica negaţiei este cea standard). Drept efect, în această semantică, formule precum $(p \wedge \sim p) \rightarrow q$ şi $p \rightarrow (q \vee \sim q)$ nu sunt valide. Spunând ca Peña, preţul respingerii irelevanţei este prea mare, căci în această semantică nici o formulă nu este validă! (*N.T.*)

> Un astfel de argument are aspectele sale periculoase, în special întrucât putem acum să contramodelăm efectiv orice principiu logic. Corespunzător, o obiecție generală la adresa semanticii care falsifică principii recunoscute precum [AC] ia următoarea formă (...)

Ceea ce urmează este un citat dintr-un articol anterior al lui G. Priest („Sense, Entailment, and *modus ponens*", *Journal of Philosophical Logic* 9, 1980, p. 415–435). Esența argumentului este aceea că a spune „Suntem mai siguri de adevărul [AC] decât de orice descriere teoretică a adevărului logic" este, în contextul discuției de față, a presupune ceea ce trebuie demonstrat.

Dar este? Să presupunem – după cum susține Priest – că cele două pretenții incompatibile – AC, pe de o parte și schema *T* și Comprehensiunea, pe de altă parte – sunt, după cum spune el, evidente. Argumentul în sprijinul AC indică faptul că sunt *mult mai* evidente. Din nou, am impresia că, atunci când dezacordurile sunt ignorate sau scăpate din vedere, lucrurile ies anapoda.

În final, *RLR* nivelează discuția despre AC cu o simplă remarcă: „constatarea daunelor pe care [AC] le provoacă în situații paradoxale este suficientă pentru a zdruncina încrederea în aceasta și a începe să se reconsidere argumentul". Iar autorii adaugă că *modus ponens* „nu mai sprijină «normalizarea» sa [a AC], nu mai mult decât autorizează Detașarea Materială Silogismul Disjunctiv". Citându-l pe Russell, ei arată că, spre deosebire de regula MP, AC cere doar *ipoteza* că *A* este adevărată; „pe scurt, se aplică în situații dincolo de cea actuală".

Ideea este că în orice cadru, lumea sau structura *w*, care joacă aici rolul „lumii actuale", trebuie să fie închisă pentru MP (i.e. dacă deopotrivă $\ulcorner p \rightarrow q \urcorner$ și $\ulcorner p \urcorner$ au loc în *w*, tot așa și $\ulcorner q \urcorner$), dar alte lumi pot să nu se bucure de o astfel de închidere. Este plauzibilă ideea?

Există mai multe principii acceptate în mod obișnuit care, luate împreună, resping ideea:

T1. Dacă o absurditate decurge dintr-o ipoteză, ipoteza nu poate fi adevărată.

T2. Ceea ce nu poate fi adevărat este imposibil (i.e. nu este posibil adevărat).

T3. Atunci când o concluzie decurge dintr-o ipoteză, posibilitatea concluziei decurge din aceea că ipoteza este posibil adevărată.

T4. $\ulcorner q \urcorner$ decurge din $\ulcorner p \rightarrow q. \wedge p \urcorner$.

T5. Este absurd că $\ulcorner p \urcorner$ are loc și că $\ulcorner p \urcorner$ (completamente) nu are loc.

T6. Dacă dintr-o ipoteză decurg mai multe consecinţe, atunci din acea ipoteză decurge şi că decurge conjuncţia acelor consecinţe.

T7. Posibilitatea unei absurdităţi este absurdă.

Să presupunem acum (*Ip*):

(*Ip*) $\ulcorner p \rightarrow q. \wedge p \urcorner$ are loc, în timp ce $\ulcorner q \urcorner$ completamente nu are loc.

Evident, din (*Ip*) decurge că $\ulcorner p \rightarrow q. \wedge p \urcorner$ are loc; de aici (prin **T4**) decurge că $\ulcorner q \urcorner$ are loc. Acum, din (*Ip*) decurge, de asemenea, că $\ulcorner q \urcorner$ completamente nu are loc. Mulţimea ambelor consecinţe este o absurditate (prin **T5**), ceea ce decurge din (*Ip*) (în virtutea lui **T6**). Dar atunci, în virtutea lui **T3** şi **T7**, aceeaşi absurditate decurge din $\Diamond$(*Ip*). Aşadar, $\Diamond$(*Ip*) nu poate fi adevărată (prin **T1**). Prin urmare, (prin **T2**) este imposibil ca (*Ip*) să fie posibil adevărată.

Am impresia că între astfel de supoziţii, ceea ce este respins de relevantiştii de adâncime este **T3** sau **T7**. Potrivit acestora, ar fi într-adevăr absurd ca $\ulcorner p \rightarrow q \urcorner$ şi $\ulcorner p \urcorner$ să aibă loc, în timp ce $\ulcorner q \urcorner$ nu (deloc), dar nu ar fi absurd să fie *posibilă* o situaţie în care $\ulcorner p \urcorner$ şi $\ulcorner p \rightarrow q \urcorner$ să aibă loc, dar $\ulcorner q \urcorner$ nu (deloc).

Răspunsul meu este că fără **T3** nu mai rămâne nici un sens clar al lui *posibil* şi că fără **T7** însăşi noţiunea de absurditate dispare.

Ceea ce este adevărat, totuşi, este că regula MP, $p \rightarrow q, p \vdash q$, ne permite să extragem $\ulcorner q \urcorner$ din asertabilitatea întocmai a lui $\ulcorner p \rightarrow q \urcorner$ şi $\ulcorner p \urcorner$, în timp ce AC face mai mult decât atât. Astfel, dacă avem un conector „*B*" care înseamnă „Este întocmai asertabil că" (împreună cu regula $p \vdash Bp$, chiar dacă nu avem $\vdash p \rightarrow Bp$), MP cere doar o versiune calificată a AC, şi anume **T8**:

T8. $\ulcorner Bp \wedge B(p \rightarrow q) \rightarrow Bq \urcorner$.

T8 este echivalent cu $\ulcorner B(p \rightarrow q \wedge p) \rightarrow Bq \urcorner$, pe câtă vreme AC (necalificată) cere **T9**, şi anume:

T9. $\ulcorner \mathrm{B}(p \rightarrow q \wedge p. \rightarrow q \urcorner$.

T8 este mai slab. Dar pentru a face dizolvat orice sistem care are o schemă *T* deplină sau un principiu necalificat al comprehensiunii, **T8** ar fi suficient. Astfel, slăbirea AC în acest fel nu ar fi de nici un folos.

Compararea cu SD mi se pare greşită. Nu are nici o similaritate relevantă. Dacă există contradicţii adevărate – şi, după cum susţinem Priest şi cu mine, unele

dintre ele există în mod necesar – atunci SD (sau detaşarea materială) nu este o regulă de deducţie corectă, pe câtă vreme MP (pentru implicaţie, „→") este.

În fine, atât împotriva a argumentului lui Priest, cât şi a celui al autorilor *RLR*, trebuie subliniat că AC este mai fundamentală, mai generală. Este un principiu al logicii propoziţionale. Ce este drept, şi logica propoziţională este expusă la *feed-back* din partea aplicaţiilor sale; aşadar, există temeiuri pentru a califica unele principii ale calculului propoziţional în virtutea consideraţiilor legate de aplicaţiile sale într-un număr de domenii. Dar trebuie să existe temeiuri foarte, foarte puternice pentru aceasta. Şi ori de câte ori este posibil, trebuie să fie oferită o distincţie prin care principiile la care s-a renunţat să poată fi reţinute în anumite interpretări (e.g., atunci când respingem principii care implică negaţia, o distincţie între negaţia slabă şi cea tare ne permite să păstrăm toate principiile clasice pentru negaţia tare). Sacrificarea AC doar de dragul de a face faţă paradoxului lui Curry îmi pare mai *ad hoc* decât poate fi orice altceva în logică.

6. Mişcarea

Tradiţional, paradoxul săgeţii al lui Zenon a fost asociat cu adevărul în intervale, nu în momente. Spinoza pune problema astfel: nu există o poziţie fixată unică pe care o ocupă corpul care se deplasează într-un interval, căci intervalul este alcătuit din infinit de multe subintervale şi corpul nu este deloc în aceeaşi poziţie în ele.

Cu toate acestea, Priest argumentează în favoarea contradictorialităţii mişcării pe baza semanticii momentelor (p. 221 şi următoarele). Versiunea sa a argumentului săgeţii depinde de *ipoteza difuzării*, (**ID**), (ibid.), şi anume:

ID Un corp nu poate fi localizat într-un punct pe care îl ocupă într-un moment de timp, ci doar în acele puncte pe care le ocupă într-o mică vecinătate a acelui moment de timp.

Să modificăm formularea, înlocuind „punct" şi „puncte" cu „loc" sau „regiune", sau cu ceva de felul: un corp nu poate fi conţinut într-un punct.

Care este raţiunea de a fi a **ID**? Priest argumentează că diferenţa dintre mişcare şi nemişcare este aceea că ceva precum **ID** se realizează pentru prima. O lume în care ar fi o succesiune de stări descriptibile cinematografic, ca şi cum ar exista mişcare în aceasta, este, totuşi, o lume nemişcată. Sunt de acord. Un corp nu se mişcă dacă acum este aici şi numai aici, după care este acolo şi numai acolo, fără să treacă realmente de aici acolo – fără să fie într-o situaţie care poate fi descrisă ca intermediară între a fi aici şi a fi acolo.

Şi totuşi sunt probleme. Să presupunem că b se deplasează din poziţia sa iniţială p_1 către destinaţia sa p_2. În fiecare moment i, b ocupă nu numai poziţia p_i, ci şi poziţii care sunt într-o vecinătate a lui p_i şi care coincid parţial cu p_i. Cu toate acestea, întrucât nu sunt considerate nici un fel de grade de adevăr, b este în egală

măsură în toate aceste locuri. Şi întrucât Priest ne spune că difuzarea trebuie să fie mică, pentru fiecare punct din afara seriei de întinderi pe care *b* le ocupă în *i*, este pur şi simplu şi întru totul fals că un astfel de punct se află într-una dintre poziţiile pe care *b* le ocupă în *i*. Există o graniţă netă, rigidă şi tranşantă care separă seriile de poziţii ale lui *b* în *i* de poziţiile pe care nu le are în *i* (deloc).

Toate acestea îmi par implauzibile. Raţiunea de a lua mişcarea ca fiind contradictorie era aceea că nu putem atribui corpului în deplasare o poziţie unică în fiecare interval. Considerând momente, chestiunea nu este clară – deşi, probabil că cea mai bună cale de a înţelege ceea ce „se întâmplă" într-un moment este una derivată. Întrucât Priest însuşi permite ca posibilă o considerare a intervalelor, de acum înainte voi considera **ID** cu o modificare suplimentară, citind „interval" în loc de „moment".

Acum, *b* se deplasează (cu viteză uniformă), iar deplasarea sa începe la prânz şi se termină la ora 13 p.m. Fie *b* de lungimea *l*. În intervalul *I* 12:25 – 12:35, *b* ocupă un număr de poziţii parţial suprapuse, întinderea pe care acestea o formează fiind aceea dintre punctele *x* şi *z*. Fie p_1 o poziţie de lungimea *l* astfel încât distanţa dintre *x* şi primul punct din p_1 este egală cu distanţa dintre ultimul punct din p_1 şi *z*. În mod clar, poziţia p_1 este centrală. Astfel, în *I* ca întreg, este mai corect să se spună că *b* este în p_1 decât în orice poziţie aflată în afara lui p_1. Acum, în conformitate cu **ID**, *b* are în *I* şi poziţii care coincid (parţial) cu mulţimea de poziţii din alte intervale. Este clar că *b* nu este în aceeaşi măsură în toate aceste intervale, dar cu cât este mai mică suprapunerea dintre poziţia *p* şi poziţia p_1, cu atât este mai puţin adevărat că *b* este în *p* în *I* . Cu toate acestea, întrucât deplasarea este (să presupunem) continuă şi nu există nici o întrerupere, probabil că *b* ocupă într-o anumită măsură în fiecare subinterval al timpului său de deplasare fiecare dintre poziţiile din întreaga amplitudine a traiectoriei sale – dar în infinit de multe grade. Chiar dacă această ipoteză ar fi cu totul falsă, încă nu ar fi nici o întrerupere, nici o discontinuitate, deoarece mulţimea de poziţii din *I* s-ar suprapune parţial cu cea a poziţiilor dintr-un interval adiacent – dar spre deosebire de ceea ce se întâmplă în descrierea lui Priest a momentelor, ar exista diferenţe de grad.

Am impresia că ceva de felul acesta ar fi mai atractiv decât trecerile bruşte pe care le susţine, la urma urmelor, Priest, căci în descrierea sa iniţială, atunci când se mişcă, corpul nu îşi descreşte parţial prezenţa într-o anumită poziţie, crescându-şi parţial prezenţa în alte poziţii, ci dintr-o dată, în fiecare moment, pierde complet anumite poziţii şi dobândeşte complet unele noi, aflându-se în toate, într-un astfel de moment, în aceeaşi măsură.

Putem să formulăm o astfel de consideraţie într-un mod diferit. Şi Spinoza s-a întrebat dacă corpul deopotrivă dobândeşte şi pierde o poziţie în acelaşi timp. Mişcarea poate fi luată ca fiind exact atât. În fiecare interval, de-a lungul deplasării sale, *b* dobândeşte o poziţie. Totuşi, întrucât nu rămâne în acea poziţie, în acel interval de timp o părăseşte deja sau cel puţin începe să o părăsească. Astfel, nu este în întregime în nici o poziţie. Cu toate acestea, în intervalul considerat, unele dintre acele poziţii sunt dobândite, mai curând decât părăsite şi reciproc. Considerând grade de adevăr, povestea devine mai lină şi mai plauzibilă.

Nu voi discuta alte aspecte ale tratării de către Priest a mişcării, precum remarcile sale asupra momentului schimbării (p. 200 şi următoarele) – care nu ar putea fi susţinute fără modificare, dacă ar fi postulată negaţia tare – sau textul său despre principiul continuităţii al lui Leibniz (p. 207 şi următoarele) sau respingerea sa a simetriei – mulţimea poziţiilor dintr-un moment extinzându-se numai de o singură parte, cea a trecutului – ceea ce mi se pare a fi foarte bergsonian – pentru a nu încălca principiul conform căruia ceea ce se întâmplă până la un moment este independent de ceea ce se întâmplă după aceea, un principiu pe care, desigur, leibnizienii şi mulţi alţi filosofi îl resping.

În concluzie, cred că Priest are dreptate atunci când pretinde că fără contradicţii nu ar fi mişcare (cu toate că el foloseşte doar implicit un principiu potrivit căruia, în măsura în care un corp are o poziţie, acesta nu are alte poziţii). Dar cu numai trei valori de adevăr, o descriere contradictorie îmi pare incredibilă şi angajată la o concepere în salturi a mişcării continue.

7. Logica juridică şi deontică

Capitolul 13 (p. 227 şi următoarele) este dedicat discutării dilemelor legale şi morale, precum şi contradicţiilor pe care se presupune că le produc acestea.

Cred că Priest are dreptate atunci când pretinde că există astfel de dileme şi că acestea implică existenţa contradicţiilor adevărate. Totuşi, argumentele sale pot fi întărite şi îmbunătăţite.

Unul dintre motivele pentru care argumentele sale asupra acestui subiect sunt cumva slabe este acela că el pare să împărtăşească punctul de vedere al celor care se opun existenţei dilemelor morale, susţinând că o obligaţie de care nu se ţine cont nu este o obligaţie sau este doar o obligaţie *prima facie* sau ceva de felul acesta. Astfel, dacă o lege este de rang mai înalt decât alta sau ulterioară alteia, sau poate fi interpretată în mod plauzibil ca având clauze exceptive care acomodează legea cu ceea ce aceasta vine în dezacord, atunci conflictul este doar aparent (p. 233–234). Ceea ce pretinde Priest este că nu există nici o garanţie că toate conflictele legale aparente pot fi rezolvate în oricare dintre aceste moduri. Sunt de acord. Există în fapt o sumedenie de dovezi potrivit cărora nu pot fi rezolvate. Ne apar în minte dispute juridice care arată până la ce punct este îndoielnică o pretenţie de precedent ierarhic într-un număr de cazuri.

Totuşi, cea mai importantă chestiune nu este aceasta, ci faptul că până şi pretenţia sau dreptul de care nu se ţine cont este o pretenţie legală sau un drept legal. Este adevărat, juriştii sunt atât de obişnuiţi să raţioneze în termenii clasici de „totul“ sau „nimic“, încât ei îşi închipuie că doar o cazuistică destul de complicată poate decide în cele din urmă care pretenţii sunt respectate şi care nu, ultimele fiind

atunci considerate a nu fi deloc pretenții. Ei greșesc. Greșeala lor are consecințe practice extrem de serioase, deoarece aceasta întărește o dată în plus regula eronată a lui „totul-sau-nimic". În multe cazuri, nu este o chestiune de negru sau alb. Acest fapt este clar în disputele internaționale, e.g. în cele privind delimitările de frontieră. Iar multe paradoxuri juridice – care dau naștere la argumente ale pantei alunecoase[6] – solicită o soluție firească și rațională prin evitarea inflexibilităților, prin delimitarea unor liziere, tranziții și gradații.

Chiar dacă, la urma urmelor, țara *A* are o pretenție mai puternică asupra acestui teritoriu decât țara *B*, nu decurge că pretenția țării *B* este întru totul nulă și neavenită. Pot fi negociate unele compromisuri care reflectă într-un fel sau altul pretenții (întemeiate) diferite, în loc de a se da tot lui *A* și nimic lui *B*. Multe dispute juridice pot avea soluții raționale prin adoptarea unor scale de atribuiri graduale – de proprietate, de vină sau de orice altceva – decât prin secul „totul-sau-nimic".

Din secolul al XVIII-lea, progresul juridic merge în această direcție. Se obișnuia ca orice încălcare a legii să antreneze pedeapsa maximă – spânzurătoarea sau galera –, în timp ce căile noastre mai civilizate introduc în mod efectiv o noțiune de „grade de vină".

Cititorul a sesizat care este esența obiecției mele. Încă o dată. Ignorarea gradelor ca sursă a contradicțiilor adevărate ne pune într-o situație foarte dificilă. Dacă dorim să dovedim că există conflicte juridice și împărtășim ideea că pretențiile inferioare nu sunt deloc pretenții, trebuie să găsim cazuri în care se poate arăta că nici o pretenție nu este de rang mai înalt sau superior.[7] Deși sunt sigur că astfel de cazuri există și sunt frecvente, fiecare dintre acestea este discutabil. A interpreta acolo unde există obligația de a face dovada nu este atât de interesant. Cel mai important lucru de spus este că și atunci când una dintre pretenții nu este respectată, se poate ca aceasta să fie o pretenție bună, *bona fide*, care să dea pretendentului un drept parțial.

Aceasta este cu atât mai evident în cazul conflictelor morale. Chiar dacă, la urma urmelor, o anumită acțiune, *A*, este mai bună și mai dreaptă decât *B*, nu decurge că nu suntem ***deloc*** sub obligația de a face *B*, că abținerea de a face *B* este complet justificată numai pentru că *B* este în conflict cu o obligație mai importantă, aceea de a face *A*.

Al doilea motiv pentru care direcția de argumentare a lui Priest în favoarea contradicțiilor morale și legale îmi pare a necesita o revizuire este acela că alegerea principiilor pentru logica juridică și deontică nu este cea mai bună. El aderă la două principii (unde „***d***" înseamnă „Este o obligație de a face" și „***p***" înseamnă că este permis sau legal):

---

[6] „Panta alunecoasă" denumește o *eroare neformală în argumentare*, comisă atunci când se apreciază că din moment ce a avut loc un anumit fapt, evenimentele vor evolua inevitabil către un final indezirabil, dacă nu cumva de-a dreptul dezastruos, deși în realitate nu există nici un temei pentru a crede/pretinde că lucrurile vor evolua în acest fel. (*N.T.*)

[7] Aici autorul are în vedere cazuri de legi/ norme/ pretenții care se contrazic reciproc, sunt de același rang, intră în vigoare simultan și nu au clauze exceptive. Desigur, se poate adăuga și faptul că două astfel de legi/ norme/ pretenții pot fi simultan generale sau simultan speciale. (*N.T.*)

(1) $dp \wedge dq \rightarrow d(p \wedge q)$

(2) $p \rightarrow q, dp \vdash dq$

El respinge:

(3) $dp \rightarrow pp$

şi chiar (cel puţin implicit) forme slăbite, precum

(3′) $dp \Rightarrow pp$

Consider că o astfel de alegere este nefericită. Dar mă grăbesc să adaug că logica deontică este înşelătoare şi că astfel de principii, pe care acum le resping şi care sunt expuse în abordarea lui Priest, mi se păreau altădată corecte.

Problema cu (1) (*agregarea*) – pe care Priest o discută la p. 238–239 – este că poate fi obligatoriu în gradul g să faci p, obligatoriu în gradul g' să faci q, dar nu este deloc obligatoriu să le faci pe ambele, dacă a le face pe ambele este cu desăvârşire imposibil (poate că nu metafizic imposibil în sensul unei posibilităţi abstracte, ci concret imposibil). Aceasta este clar în cazul dilemelor morale. Sunt obligat să o salvez pe Julia şi să o salvez pe Mariana, dar nu pe ambele, ceea ce poate fi complet imposibil. Poate că pretenţia Juliei este de rang mai înalt, poate că ambele pretenţii sunt de acelaşi rang. Orice aş face – întrucât nu am avut noroc moral – ratez o obligaţie. Dar, vă rog, nu mă învinovăţiţi pentru că am ratat să salvez atât pe Julia, cât şi pe Mariana. Nu mă învinovăţiţi pentru că am ratat să ajut oamenii flămânzi din Sudan şi din Etiopia şi din Peru şi din Mozambic şi din Ciad şi din Haiti şi din ... Învinovăţiţi-mă pentru fiecare dintre aceste ratări separat, nu pentru că am ratat să fac imposibilul.

Învinovăţiţi pe acel tânăr faimos de amintire sartreană pentru că a ratat datoria sa patriotică, dacă a acordat prioritate mamei sale sau, altfel spus, datoriei sale filiale. Nu-l învinovăţiţi pentru aceasta: ratarea de a îndeplini deopotrivă datoria sa patriotică şi pe cea filială.

Cât despre (2), sau regula închiderii, aceasta dă naştere la paradoxuri precum cel al bunului samaritean, despre care Priest crede că pot fi rezolvate prin distincţii de domeniu. Nu sunt (acum) de acord. Multe dintre aceste distincţii devin incredibil de epiciclice, în timp ce apar noi contraexemple care provoacă principiul. Totuşi, dacă ne debarasăm de (2), avem nevoie de ceva în locul său. Ideea principală este că nu ai voie să faci A, dacă a face A împiedică pe cineva să-şi îndeplinească datoria sau să se bucure de drepturile sale. Astfel, mi se pare că aici este implicată o legătură cauzală, având drept rezultat un principiu al non-împiedicării sau ceva de genul acesta.

Argumentul lui Priest împotriva (3) este că acesta înmulţeşte contradicţiile. Întrucât el aderă la un maximum de evitare a contradicţiilor pe cât este posibil (vezi mai jos, paragraful 9), linia sa de argumentare aici este paralelă cu neîncrederea sa în legătură cu principiul excluderii pe care l-am examinat mai sus.

Dar să presupunem că Jonathan este obligat la *A* şi totuşi nu îi este permis deloc *A*. Aceasta înseamnă că el este silit să *A* şi, de asemenea, complet silit să nu *A*. Aceasta este cu siguranţă imposibil. Un curs al acţiunii este în întregime şi cu desăvârşire obligatoriu dacă negaţia sa nu este deloc obligatorie.

Ceea ce este şi mai mult, fără (3) nu există nici un temei bun pentru a crede despre conflictele morale sau legale că antrenează contradicţii adevărate. Priest dezvoltă acest subiect (pp. 230–231) şi răspunde că, fără (3), ar putea să existe alte temeiuri pentru care conflictele legale dau naştere la contradicţii. e.g., dacă *X* se bucură de prioritate legală – în virtutea unei dispoziţii legale – şi totuşi *Y* se bucură, de asemenea, de prioritate – în virtutea unei dispoziţii diferite –, putem deduce că *Y* nu se bucură de prioritate (întrucât *X* o face) şi tot aşa că *X* nu se bucură de prioritate (întrucât *Y* o face). Fiecare dintre ei deopotrivă are şi nu are prioritate.

Dar de ce? Fără îndoială că este asumat un principiu de felul acesta: „Dacă altcineva are prioritate, tu nu ai prioritate“. Dar care este raţiunea? Şi care este formularea sa generală, aplicabilă şi la alte chestiuni, nu numai la prioritatea automobiliştilor în intersecţie? Pot doar să înţeleg unele variaţii ale lui (3). Ideea este că, întrucât *X* are un drept de a trece înaintea lui *Y*, *X* nu este în întregime silit să nu treacă înainte de a trece *Y* – i.e. *X* nu este întru totul silit să respecte prioritatea lui *Y*; şi astfel, întrucât *Y* are (într-o anumită măsură) prioritate, i.e. dreptul de a trece înainte de a trece *X*, iar *X* trebuie (până la un punct) să respecte un astfel de drept, *X* deopotrivă are şi nu are datoria să cedeze în faţa lui *Y*.

8. Alte temeiuri pentru contradicţii adevărate

Cu toate că Priest are tendinţa să se concentreze asupra temeiurilor *a priori* pentru „dialethei“ – cu excepţia mişcării şi a dilemelor morale şi legale – cel puţin într-un punct el dezvoltă un temei diferit, şi anume acela de a fi îndeplinite doar unele criterii de satisfacere a unui predicat, dintr-o mulţime de astfel de criterii. El oferă două ilustrări, una despre temperatură, cealaltă despre stânga *versus* dreapta în politică. Prima mi se pare extrem de dubioasă, dar nu doresc să o discut. Cât despre cea de a doua, ideea este că dacă a fi în aripa de stânga în politică înseamnă a fi în acord cu condiţiile $c_1, \dots, c_n$, iar a fi în aripa de dreapta înseamnă a fi în acord cu **non-**c_1 şi … şi **non-**c_n, atunci un grup *G* care pentru unii $1 < j < n$ satisface $c_1, \dots, c_j$, **non-**$c_{j+1}, \dots,$ **non-**c_n va fi şi deopotrivă nu va fi de stânga.

Bănuiesc că doar puţini clasicişti vor fi convinşi de un astfel de argument. Este probabil că ei vor replica arătând că a fi de stânga şi a fi de dreapta sunt contrare, nu contradictorii şi că *G* nu este nici de stânga, nici de dreapta. Să numim acest răspuns trucul „nici-nici“.

Problema cu un astfel de răspuns este că el renunță la principiul conform căruia, în măsura în care un grup nu este în aripa de stânga, este în aripa de dreapta. Dacă ceva ce nu este nici așa, nici așa aparține „centrului", atunci cu siguranță va fi foarte greu de găsit grupuri politice în afara „centrului". De fapt, setul de cerințe asupra criteriilor este deschis. Foarte adesea, cei de stânga au înclinații conservatoare în ceea ce privește moralitatea sexuală și uneori a relațiilor de familie etc. În chestiuni economice, unii dintre cei de dreapta pot să nu sprijine economiile de piață pur private, preferând în schimb un tip de piață reglată sau ceva de genul acesta. În fapt, nu există mulți oameni care se clasifică sau de stânga, sau de dreapta după toate criteriile de demarcație. Astfel, trucul „nici-nici", împreună cu chestiuni de fapt, implică ideea că aproape nu există dreapta și nu există stânga. Și aproape același lucru se poate spune despre multe clasificări similare (bogat/sărac, plăcut/neplăcut, cult/incult, rural/urban, vechi/modern ș.a.m.d.).

Problema cu tratarea lui Priest este din nou aceea că nu permite grade. Dar să presupunem că G_0 satisface toate criteriile stângii; G_1 le îndeplinește pe toate cu excepția a două (e.g. se opune avortului), în timp ce G_2 nu îndeplinește acele două criterii plus un al treilea (nu este de acord cu educația gratuită obligatorie pentru toți sau este de acord, dar cu un număr de restricții); G_3 împărtășește toate pozițiile lui G_2 cu excepția aceleia că proprietatea privată trebuie să fie puternic limitată și planificarea să fie energică ș.a.m.d.; la celălalt capăt, grupul G_n satisface toate condițiile dreptei, dar G_{n-1} îngăduie unele restricții asupra proprietății private ș.a.m.d. Lucrul natural de spus este că G_n este în întregime de dreapta, G_{n-1} este mai puțin de dreapta decât G_n, ..., G_2 este mai puțin de dreapta decât G_3, dar mai mult decât G_1, ..., iar G_0 este complet de stânga. (Desigur, aproape toată lumea este între extreme).

În plus, nu este vorba despre o chestiune de satisfacere în întregime a unui criteriu sau de nesatisfacere completă a sa. Există grade. Dar chiar și în cazul în care criteriile ar fi atât de rigide încât nu ar admite grade, ar rămâne un considerent „una-peste-alta". Desigur, se poate întâmpla ca, sub anumite aspecte, G să fie mai de stânga decât G', iar sub alte aspecte, G să fie mai puțin de stânga decât G'. (Dacă valorile de adevăr sunt scalare, mai curând decât tensoriale, o astfel de posibilitate este greu de descris). Dar într-un număr de cazuri, unele considerente „una-peste-alta" sunt în ordine și sunt plauzibile. (Altfel nu am putea spune nimic despre împrejurarea dacă un coleg este un bun universitar, un student este promițător, un post de radio este interesant, o teorie științifică este înnoitoare, un program de calculator este util ș.a.m.d., decât că „sub anumite aspecte este, iar sub altele nu este (deloc?)". În multe astfel de cazuri, un punct de vedere „ținând seama de toate" este permisibil și justificat de felul în care stau lucrurile, iar ceea ce rezultă este că, una peste alta, acest coleg este un universitar mai bun decât acela, acest program de calculator este mai bun decât acela ș.a.m.d. Nu o magmă nediferențiată de „este-bun-și-nu-este-bun". (Aproape oricine este bun și nu este bun, dar, fără îndoială, unii oameni sunt mai răi decât alții).

Apelul exclusiv la clasificarea trihotomică oferită de Priest nu va face faţă la nimic de felul acesta. Am fi nevoiţi să considerăm toate grupurile dintre G_0 şi G_n ca fiind în egală măsură „de-stânga-şi-nu-de-stânga", nici unul dintre acestea nefiind mai de dreapta decât altul. Nu neg că o astfel de trihotomie este o îmbunătăţire în raport cu abordarea clasică „totul-sau-nimic". Totuşi, această îmbunătăţire este realmente una considerabilă? Nu cred. Într-un anumit sens, este încă o abordare „totul-sau-nimic": dacă două grupuri sunt astfel încât nu îndeplinesc toate condiţiile pentru a fi în aripa de dreapta şi totuşi nu îndeplinesc nici toate condiţiile pentru a fi în aripa de stânga, atunci – în abordarea lui Priest – acestea sunt în aceleaşi raporturi, fără să fie nimic din cele ce se spun despre unul dintre ele care să nu se poată spune şi despre celălalt. („Mai puţin ... decât" nu este o expresie care să fie considerată în vreun fel în teoria logică a lui Priest).

Adăugarea de *gri* la *negru* şi *alb* este o treabă grozavă. Dar, desigur, nu este suficientă. Există grade. Unele lucruri gri sunt mai negre decât altele. Iar „mai puţin ... decât" este o chestiune de logică, deoarece există inferenţe logic valide care implică în mod esenţial comparative.

9. Tactica limitării şi folosirea SD

Există două căi de a trasa o demarcaţie între contradicţiile pe care dorim să le susţinem şi cele pe care nu dorim să le susţinem. Una dintre acestea constă din a decreta că acele contradicţii care implică negaţia tare – i.e. *supra*contradicţiile – depăşesc limitele şi merită a fi respinse. Celelalte sunt logic ireproşabile. (Dar să notăm că o formulă de forma $\ulcorner p \wedge {\sim}p \urcorner$ poate fi o *supra*contradicţie, chiar dacă „~" este negaţia naturală – şi anume dacă $\ulcorner p \urcorner$ este de forma „Într-o anumită măsură, *q*"). Această cale nu este urmată de Priest, deoarece el încearcă să evite negaţia tare – deşi, după cum am argumentat mai sus, el pare a fi angajat la acceptarea negaţiei tari, care se poate defini în întregul său sistem, odată ce sunt introduse aritmetica lui Peano şi predicatele semantice. Astfel, el optează pentru tactica alternativă, şi anume acea de a evita contradicţiile pe cât este posibil. Acesta este scopul maximei sale metodologice (**M**) (p. 145), adică:

> (**M**) În afară de cazul când avem temeiuri specifice pentru a crede despre contradicţiile cruciale dintr-o inferenţă cvasi-validă că sunt dialethei, putem accepta inferenţa.[8]

[8] În concepţia lui Priest, o inferenţă este cvasi-validă dacă este validă din punct de vedere clasic, dar nevalidă din punct de vedere paraconsistent (vezi şi articolul lui Priest, *Reductio ad Absurdum et Modus Tollendo Ponens*, §8, în volumul de faţă). (*N.T.*)

Nu vreau să mă opresc asupra detaliilor aici. Ideea este următoarea. Să presupunem că din mulțimea *A* de premise se poate deduce în mod valid o concluzie ⌜$p \vee. q \wedge \sim q$⌝, fiind impuse unele constrângeri care previn strecurarea contradicțiilor irelevante ⌜$q \wedge \sim q$⌝ (p. 150). Atunci când astfel de constrângeri sunt îndeplinite, contradicțiile implicate sunt cruciale. Apoi, inferența cvasi-validă ne permite să tragem concluzia ⌜p⌝ direct din mulțimea *A*. Iar rațiunea este că, cel mai adesea, contradicțiile nu apar. După cum formulează Priest (p. 144):

> Motivul este unul simplu: frecvența statistică a dialetheilor în discursul obişnuit este redusă. Dialetheile par să se ivească într-un număr destul de limitat de domenii: anumite contexte logico-matematice, anumite contexte juridice sau dialectice şi poate în câteva alte contexte.

Primul meu comentariu asupra unui astfel de argument este că dacă tipul de exemple de contradicții adevărate care au fost furnizate mai sus, în secțiunea 8, este corect, atunci contradicțiile se ivesc în toate domeniile. Nu numai în „câteva altele". Nu există nici un domeniu în care să nu apară contradicții adevărate.

Cel de al doilea comentariu al meu este că dacă sunt admise contradicții în domeniul în care se presupune că este cel mai puțin probabil ca acestea să apară şi în care sunt cele mai devastatoare – matematica –, nu există un bun temei pentru noi să fim sfioşi în legătură cu acestea în alte domenii. Desigur, poate fi doar cazul că o contradicție ar fi adevărată doar acolo unde este cel mai puțin de aşteptat să apară. Uneori se întâmplă lucruri extrem de improbabile. Cu toate acestea, foarte adesea, atunci când situații de un anumit tip ies la iveală chiar şi acolo unde sunt cel mai puțin aşteptate, este probabil ca acestea să apară în altă parte, în multe alte domenii. e.g., despre infinitățile actuale se presupune că sunt excluse în virtutea principiului lui Euclid, conform căruia întregul este mai mare decât orice parte a sa. Odată ce contradicțiile au apărut în matematică, în calcul, ele au trebuit să fie admise în toate domeniile – deşi în zilele noastre unii oameni cred că mecanica cuantică le-a alungat din nou din fizică, rămâne de văzut pentru câtă vreme vor mai gândi astfel.

Cel de al treilea comentariu al meu este că dacă contradicțiile nu sunt periculoase – în general – nu există nici un motiv pentru a ne fi frică de ele. Dacă ele apar în *sanctum sanctorum*, în matematică, cu siguranță nu este irațional să avem opinii contradictorii. Şi atunci, când oamenii spun că plouă şi nu plouă, că omul acela este şi nu este chel, că această hârtie este şi nu este albă, că un astfel de curs al acțiunii este şi nu este periculos etc., de ce suntem obligați să interpretăm ceea ce spun ei în maniere ocolite sau să-i desconsiderăm pentru presupusa lor iraționalitate?

Cel de al patrulea comentariu al meu este că evidența empirică ne oferă o cantitate enormă de enunțuri care sunt literalmente contradictorii. Filosofii obişnuiesc să susțină că, interpretate cum se cuvine (caritabil), enunțurile nu sunt

contradictorii[9]. Dar o astfel de abordare exegetică a fost impusă de concepţia conform căreia contradicţiile sunt oribile, mizerabile, iraţionale, absolut respingătoare. Dacă există contradicţii adevărate – până şi în matematică! – cu siguranţă nu este iraţional să avem opinii contradictorii. Astfel, nu este nevoie de caritate aici. Pot exista temeiuri speciale şi convingătoare pentru care unele enunţuri aparent contradictorii sunt considerate, în urma examinării, a nu fi autentic contradictorii. Dar cantitatea imensă de contradicţii literale pe care oamenii le enunţă în comunicarea de fiecare zi pare să facă implauzibilă ideea că toate, sau cele mai multe dintre acestea, merită să fie înlăturate prin parafrazare într-o manieră caritabilă. Priest ne sfătuieşte – ibid. – să „considerăm un eşantion aleatoriu de aserţiuni întâlnite în ultimele zile şi să vedem ce procent din acestea ar putea fi în mod rezonabil luat ca fiind dialetheic". Evaluarea mea – supusă greşelii – dă un procent mare – în special în interviuri radiofonice, foarte adesea atunci când universitarii au a răspunde la întrebări. (Întrebări prost formulate, care împiedică persoana intervievată să răspundă printr-un simplu „Da" sau „Nu"? Poate. Şi totuşi ...)

Pe lângă argumentul abia considerat, conform căruia contradicţiile nu sunt frecvente, Priest oferă un al doilea argument (pp. 144–145) al cărui scop este de a arăta că acestea sunt improbabile şi deci (M) este în linii mari demn de încredere: simplul fapt că oamenii raţionează folosind SD. Dacă inferenţele cvasi-valide ar fi în mare măsură nesigure, ar rezulta cu siguranţă o mulţime de prejudicii.

Cu toate acestea, argumentul presupune că utilizarea SD implică negaţia slabă sau naturală, mai curând decât negaţia tare. Acum, în limbajul vorbit, „nu" – probabil cu un semnal prozodic sau supra-segmental care stă pentru adverbul „deloc" – poate exprima şi negaţia tare. Depinde de context. Limbajului scris îi lipsesc resursele prozodice – este disponibilă doar o palidă reflectare a acestora, dar cu nimic asemănătoare bogăţiei rostirii. Probabil că acesta este unul dintre motivele care conduc la ignorarea diferenţei dintre negaţia tare şi cea naturală şi astfel la ignorarea diferenţei dintre *supra*contradicţii şi contradicţii simple.

10. Concluzie

Cititorul a înţeles în mod corect că, în pofida obiecţiilor mele, împărtăşesc cele mai multe dintre punctele de vedere ale lui Priest şi multe dintre argumentele sale – cu moderaţie. Este foarte probabil ca un cititor să nu fie de acord cu nici unul dintre noi, găsind că toate contradicţiile sunt inadmisibile. Ceea ce nu se poate spune, totuşi, este că subiectele pe care le examinează Priest în cartea sa sunt

[9] Autorul face aluzie aici la aşa-numitul *Principiu al carităţii*, conform căruia interpretarea enunţurilor unei persoane trebuie să fie făcută în aşa fel încât să se maximizeze acurateţea, adevărul şi raţionalitatea acestora. (*N.T.*)

neimportante pentru filosofia contemporană. De fapt, nu pot vedea alt subiect mai important decât problema dacă există sau nu contradicții adevărate. Cartea lui Priest nu poate fi ignorată de nimeni. Aderenții fervenți ai logicii aristotelice sunt invitați să o ia în serios și să o discute în mod rațional – nu să-și smulgă hainele de pe ei de disperare.

Mulțumiri

Mulțumirile sunt datorate lui Graham Priest și lui Francisco J. D. Ausin pentru comentariile utile asupra unei schițe inițiale a acestei recenzii, care a fost scrisă în Canberra în timpul șederii mele în calitate de cercetător invitat la Research School of Social Sciences of Australian National University (1992–1993). Întârzierea în publicarea recenziei este în întregime vina mea – singura scuză fiind aceea că am nutrit mult timp îndoieli asupra împrejurării dacă obiecțiile mele la adresa abordării lui Priest sunt pe atât de convingătoare pe cât le-am dorit eu a fi. Aceasta va judeca de acum cititorul.

ogici paraconsistente?[1]

Hartley B. SLATER

Dacă am numi ceea ce este acum „roşu“, „albastru“ şi invers, aceasta ar arăta că la noi cutiile poştale sunt albastre şi că marea este roşie? Cu siguranţă, faptele nu s-ar schimba, ci doar modul de exprimare a acestora. Tot aşa, dacă am numi „subcontrarele“ „contradictorii“, aceasta ar arăta că „nu este roşu“ şi „nu este albastru“ sunt contradictorii? Cu siguranţă, esenţa problemei este aceeaşi .

Şi această problemă arată că nu există nici o logică „paraconsistentă“.

În acest fel, în articolul său *The Logic of Paradox*, Graham Priest formulează o bine-cunoscută logică „paraconsistentă“. Semantica acesteia implică evaluări care pot fi considerate ca fiind pe $\{1, 0, -1\}$ (Priest foloseşte $\{t, p, f\}$, v. Priest, 1979, p. 227), astfel încât $V(\neg A) = -V(A)$ şi $V(A \wedge B) = \min\{V(A), V(B)\}$. Adevărul logic este apoi pus ca „în orice evaluare, $V(A) \geq 0$“. În această logică sunt valabile toate tautologiile clasice, dar se poate ca $V(A \wedge \neg A) = 0$ şi, deci, se pare că logica permite contradictoriilor să fie deopotrivă adevărate.

Şi totuşi, „$\neg A$“ nu este contradictoria lui „A“ în această logică. Priest arată (v. Priest, 1979, p. 238) că „A este adevărată“ ($V(A) \geq 0$) este echivalentă cu „A“ şi că „A este falsă“ ($V(A) \leq 0$) este echivalentă cu „$\neg A$“. Este însă clar că „A este adevărată“ şi „A este falsă“ nu sunt în acest caz contradictorii, întrucât ceea ce contrazice pe „$V(A) \geq 0$“ este „$V(A) < 0$“. Aşadar, „A este adevărată“ este doar subcontrara lui „A este falsă“, ceea ce face ca „$\neg$“ să nu fie un functor al contradicţiei (*a contradiction forming functor*) în această logică.

Pericolul evident ca logicile „paraconsistente“ să trateze subcontrarele, mai curând decât contradictoriile a fost observat de Priest în altă parte. Astfel, în *Paraconsistent Logics. Essays on the Inconsistent*, editorii, Priest şi Richard Routley, discutând despre sistemele „pozitive plus“ ale lui da Costa, spun (v. Priest şi Routley, 1989, pp. 164–165):

[1] *„Paraconsistent Logics?“* Articol apărut în *Journal of Philosophical Logic*, **24**, 1995. **Traducere de Dumitru Gheorghiu.** *(N.T.)*

> Împrejurarea că o descriere a negației încalcă legea non-contradicției oferă o dovadă *prima facie* că acea descriere este greşită. Aceasta este [o] indicație că *negația lui da Costa nu este negație*.
>
> De altfel, putem face această pretenție mult mai precisă. Tradițional, *A* şi *B* sunt subcontrare dacă *A* ∨ *B* este un adevăr logic. *A* şi *B* sunt contradictorii dacă *A* ∨ *B* este un adevăr logic *şi* *A* ∧ *B* este logic falsă. Cea de-a doua condiție este aceea care distinge contradictoriile de subcontrare. Acum, în abordarea lui da Costa, *A* ∨ ¬*A* apare ca un adevăr logic. *A* ∧ ¬*A* nu este, însă, logic falsă. Ca atare, *A* şi ¬*A* sunt subcontrare, nu contradictorii. În consecință, negația lui da Costa nu este negație, deoarece negația este un operator al contradicției, nu unul al subcontrarietății.

Această lipsă a sistemelor lui da Costa este remediat nominal în *The Logic of Paradox*, întrucât acolo (v. Priest, 1979, p. 228) nu numai că „*A* ∨ ¬*A*" este un „adevăr logic", dar şi formula „*A* ∧ ¬*A*" este „logic falsă"[2]. Cu toate acestea, ghilimelele sunt esențiale, deoarece remediul este doar o operație estetică. Proprietatea unei formule „*X*" de a fi „logic falsă" înseamnă doar că are loc întotdeauna „$V(X) \leq 0$". Şi aceasta permite ca „$V(X) \geq 0$" să aibă uneori loc, ceea ce înseamnă că, în această terminologie, „logic fals" nu exclude „adevărat". Prin urmare, „*A*" şi „¬*A*" sunt *iarăşi* doar subcontrare, din acelaşi motiv ca mai înainte.

Acum, acest argument despre „negația" paraconsistentă aminteşte de un argument formulat de Jack Copeland împotriva unui mare număr de teoreticieni ai logicii relevante[3]. Dar cele două argumente sunt semnificativ diferite, iar înțelegerea argumentului de față va fi înlesnită, dacă este pus în contrast cu cel al lui Copeland. Căci Copeland era interesat (printre altele) de diferite interpretări ale funcției de evaluare în termenii, să zicem, apartenenței unei mulțimi de opinii sau elemente la o teorie matematică sau fizică. În astfel de interpretări, contradicția nu este definită nici măcar prin intermediul condițiilor obişnuite ale funcției de evaluare. Iar acest punct trebuie să fie reținut, din acest motiv, atunci când se interpretează diferite logici deviante. S-ar aplica, de exemplu, la binecunoscuta logică tetravalentă a lui Belnap (şi Dunn). Belnap introducea aceasta pentru a trata explicit „relatat ca adevărat" şi „relatat ca fals"[4], care, evident, nu sunt contradictorii. Dar „relatat" se pierde uneori în relatare[5] şi, în maniera lui Copeland, ar fi corect să se obiecteze vehement la adresa neglijării sale în interpretarea acestei logici.

Dar Priest, desigur, doreşte ca acolo să fie contradicții nu în ceea ce *este relatat*, ci *în realitate*[6]. Aşadar, „adevărul" său este înțeles ca fiind *adevăr* şi

---

[2] Mai precis, se spune că „¬(*A* ∧ ¬*A*)" este „logic validă", i.e. invariabil $V(\neg(A \wedge \neg A)) \geq 0$, deci invariabil $V(A \wedge \neg A) \leq 0$.

[3] Copeland, 1986, pp. 486–487; vezi şi Copeland, 1979.

[4] Belnap, 1977, p. 11.

[5] vezi, de exemplu, Meyer şi Martin, 1986, p. 308.

[6] Aşa cum fac Meyer şi Martin, de exemplu, atunci când vorbesc despre diferența dintre valorile de adevăr „epistemice" (americane) şi „ontice" (australiene) (v. Meyer şi Martin, 1986; p. 319). Dar discuția lui Meyer şi Martin este oarecum confuză, deoarece ei vorbesc în alt loc (v. Meyer şi Martin, 1986, p. 309), în propriul lor caz (australian) despre „a susține că *A*" şi „a nu nega că *A*", în loc de a vorbi direct despre „adevăr" şi „falsitate".

„falsitatea" sa este înţeleasă ca fiind *falsitate*. În plus, ca mai sus, „contradictoriile" sale sunt înţelese ca fiind *contradictorii*. Şi totuşi nu pot fi astfel, după cum am văzut.

Acum, Priest ar putea dori să argumenteze mai departe, ca urmare al argumentului de faţă despre subcontrare, că sunt *numai* astfel de subcontrare, întrucât trebuie să realizăm acum că de fapt nu există contradictorii, din cauza binecunoscutelor paradoxuri de care se ocupa el. Dar aceasta, mai întâi, nu afectează argumentul de mai sus, conform căruia nu există nici o logică „paraconsistentă". În plus, ideile lui Priest despre paradoxuri, pe care el şi-ar putea baza o pretenţie despre conceptul de contradicţie ca nefiind de fapt instanţiat, folosesc ele însele un concept de *adevăr* care nu este cu siguranţă instanţiat: conceptul tarskian de adevăr ca un predicat de propoziţii[7]. Încă de la Montague, ştim acum cu siguranţă că tratamentul sintactic al modalităţii trebuie înlocuit cu formulări de operatori[8]. Şi nu numai că aceasta este valabil despre modalitatea de identitate „este adevărat că", drept o consecinţă, dar în mod clar nu există paradoxuri privind noţiunea de operator, întrucât s-a demonstrat cu mulţi ani în urmă, de către Goodstein, că această noţiune este consistentă[9].

Ca urmare, în timp ce „adevăr" şi „falsitate" sunt doar subcontrare în limbajul lui Priest, aceasta nu arată, în nici un fel, că *adevărul* şi *falsitatea* sunt doar subcontrare. Căci o schimbare a limbajului nu poate modifica faptele, ci doar modul de exprimare a acestora, aşa cum am văzut mai înainte. Iar un fapt central este acela că *contradictoriile* nu pot fi împreună adevărate – prin definiţie[10].

Acum, în alt loc, Priest, împreună cu Chris Mortensen, a susţinut efectiv că această definiţie nu poate fi acceptată. Astfel, ei spun (v. Priest şi Mortensen, p. 386):

> Am putea avea impresia că putem *decide* să facem ca „falsul" să excludă „adevărul", dar aceasta este o iluzie. Nu există nici o garanţie că putem păstra controlul asupra acestei decizii, odată ce permitem ca „falsul" şi „adevărul" să aibă proprietăţi logice suplimentare.

Dar, într-un astfel de caz, pentru a rămâne la definiţia contradicţiei, se *neagă* pur şi simplu că falsitatea şi adevărul (astfel definite) au acele proprietăţi logice suplimentare. Cu siguranţă, alte proprietăţi ale adevărului şi falsităţii, cum este acea de a fi predicate de propoziţii, pot fi incompatibile cu definiţia contradicţiei, dar aceasta nu înseamnă în nici un fel că nu putem accepta acea definiţie.

---

[7] Priest, 1979, pp. 222–223 şi Priest, 1987, §§1.4, 4.2, 4.3.

[8] Montague, 1973; vezi, de exemplu, şi Reinhardt, 1980.

[9] Goodstein, 1958, p. 419; vezi şi Prior, 1971, cap. 7. Prior arată (punctul 3, p. 105) că situaţiile paradoxale dau naştere doar la ambiguităţi. Pentru detalii suplimentare, vezi Slater, 1986, 1991 şi Sayward, 1987.

[10] Ca să se ştie, această definiţie este dată, de exemplu, în Sainsbury, 1991, p. 16.

Bibliografie

[1] **Belnap, N. D. Jr.** – *A Useful Four-Valued Logic*, în Dunn, J. M. şi Epstein, G. (editori), *Modern Uses of Multiple-Valued Logic*, Reidel, Dordrecht, pp.8–37, 1977.

[2] **Copeland, J.** – „On when a Semantics is not a Semantics", *Journal of Philosophical Logic*, **8**, pp. 399–413, 1979.

[3] **Copeland, J.** – „What is a Semantics of Classical Negation?", *Mind*, **95**, pp. 478–90, 1986.

[4] **Goodstein, R. L.** – „On the Formalisation of Indirect Discourse", *Journal of Symbolic Logic*, **23**, pp. 417–419, 1958.

[5] **Meyer, R. K., Martin, E. P.** – „Logic on the Australian Plan", *Journal of Philosophical Logic*, **15**, pp. 305–332, 1986.

[6] **Montague, R.** – „Syntactic Treatments of Modality", *Acta Philosophica Fennica*, **6**, pp. 153–167, 1963.

[7] **Priest, G. G.** – „The Logic of Paradox", *Journal of Philosophical Logic*, **8**, pp. 219–241, 1979.

[8] **Priest, G. G.** – *In Contradiction*, Martinus Nijhoff, Dordrecht, 1987.

[9] **Priest, G. G., Mortensen, C.** – „The Truth Teller Paradox", *Logique et Analyse*, **24**, pp. 381–88, 1981.

[10] **Priest, G. G., Routley, R. şi Norman, J.** (eds.) – *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag, München, 1989.

[11] **Prior, A. N.** – *Objects of Thought*, O. U. P., Oxford, 1971.

[12] **Reinhardt, W. N.** – „Necessity Predicates and Operators", *Journal of Philosophical Logic*, **9**, pp. 437–450, 1980.

[13] **Sainsbury, M.**– *Logical Forms*, Blackwell, Oxford, 1991.

[14] **Sayward, C.** – „Prior's Theory of Truth", *Analysis*, **47**, pp. 83–87, 1987.

[15] **Slater, B. H.** – „Prior's Analytic", *Analysis*, **46**, pp. 76–81, 1986.

[16] **Slater, B. H.** – „Liar Syllogisms and Related Paradoxes", *Analysis*, **51**, pp. 146–153, 1991.

Dialetheile sunt confuzii mentale[1]

Hartley B. SLATER

În acest articol arăt că acele „contradicții adevărate" apărate de unii logicieni adepți ai paraconsistenței sunt văzute mai bine ca gânduri contradictorii. Încep prin a reaminti cititorilor că o transformare similară a unei logici extensionale într-o logică intensională este la fel de potrivită în cazul intuiționismului. Chestiunea implică o examinare atentă a naturii negației. Căci, aflându-se în dificultatea de a găsi un cuvânt pentru a traduce diferitele lor „negații", mulți matematicieni intuiționiști sau adepți ai paraconsistenței au folosit cu tot dinadinsul cuvântul „nu". Puțina atenție acordată limbajului natural a încurajat aceasta. Dar atenția riguroasă arată că așa ceva nu este posibil. Din punct de vedere intuiționist, „~α" doar implică „nu α", întrucât acel „~" este un operator al contrarietății (*contrary-forming*), așa cum este acum destul de larg cunoscut. Dar nici măcar atât nu se poate spune despre paraconsistenta „~", după cum vom vedea, întrucât, din punct de vedere paraconsistent, „~α" nu se opune lui „α"; acel „~" este numai un operator al subcontrarietății (*subcontrary-forming*). În ambele cazuri, „negația" implică o noțiune modală și astfel ar trebui să fie simbolizată folosind un operator intensional.

Discuțiile despre semnificația filosofică a logicii intuiționiste s-au concentrat mai mult asupra istoriei școlii de argumentare a lui Brouwer și asupra a ceea ce se poate spune în favoarea sau împotriva acesteia. Dar studiile istorice nu trebuie să se limiteze la a discuta autorii doar în termenii conceptelor de care ei erau conștienți, deoarece cercetări suplimentare pot indica foarte bine fapte exterioare care sunt și acum cât se poate de relevante. Acest caz este ilustrat de multe noțiuni epistemice folosite de Brouwer, nesimbolizat, în lucrările sale, în legătură cu proprietățile nedecise ale dezvoltărilor zecimale. Dacă diferența postulată dintre „nu-nu-*p*" și „*p*" este propriu-zis una între „nu este demonstrat că nu-*p*" și „*p*", atunci ar trebui să fie simbolizată altfel.

[1] „Dialetheias are Mental Confusions", articol prezentat în cadrul celui de al III-lea Congres Mondial de Paraconsistență, Toulouse, Franța, 2003. **Traducere de Dumitru Gheorghiu.** (*N.T.*)

Binecunoscuta traducere a lui Gödel a logicii intuiționiste în S4, traducerea diferită a lui McKinsey şi Tarski şi semantica furnizată de Kripke pentru logica intuiționistă în termenii etapelor de cunoaştere sunt fapte externe de acelaşi tip, încă mai decisive, fiindcă ele arată explicit cât de mult din logica intuiționistă, dacă nu tot, poate fi văzut nu ca o logică *propozițională* alternativă, ci ca o logică *modală sau intensională.* Cu siguranță, nimeni nu doreşte să aserteze „$p \vee L\neg p$", dar aceasta nu arată în nici un fel că ar trebui să nu se aserteze „$p \vee \neg p$". În plus, dacă prima formulă este reprezentată ca „$p \vee \sim p$", atunci „~" nu ar trebui să fie citit pur şi simplu ca „nu". Ne vom îndrepta acum atenția asupra detaliilor modului în care o situație similară apare în cazul dual, paraconsistent. Voi discuta îndeosebi despre lucrările lui Graham Priest: în principal, Priest este cel care a insistat asupra ideii că există nu numai gânduri contradictorii, ci şi adevăruri contradictorii, i.e. dialethei. Aceasta este o extindere recentă a altor idei din tradiția paraconsistentă, mult mai bine justificate, împotriva căreia se argumentează aici.

1

Graham Priest acceptă că logica intuiționistă nu este un rival al logicii clasice, dar doreşte totuşi să susțină că logica paraconsistentă este un rival. El spune (v. Priest, 1999, p.110):

> În cazul intuiționismului, unde adevărul şi falsitatea nu sunt exhaustive, am argumentat că negația intuiționistă nu este un operator al contrarietății şi că putem defini un astfel de operator autentic prin condiția: $\neg\alpha$ este adevărată ddacă α nu este adevărată. Este firesc să presupunem că aici poate fi făcută o obiecție similară. Negația dialetheică este doar un operator al subcontrarietății. Aceeaşi clauză defineşte totuşi operatorul autentic al contrarietății.

Obiecția potrivit căreia negația dialetheică este numai un operator al subcontrarietății a fost considerată anterior de Priest şi respinsă pe alte temeiuri (v. Slater, 1995). Dezbateri ulterioare s-au inspirat din apărarea lui Slater a tezei subcontrarietății, iar aici Priest încearcă să arate că negația dialetheică este totuşi un operator al contradicției (*contradictory-forming*), în primul rând pentru că aceasta captează foarte mult din abordarea clasică şi în al doilea rând pentru că orice argument împotrivă „se poate baza doar pe faptul că adevărul lui $\neg\alpha$ nu exclude pe acela al lui α". Bineînțeles, se bazează doar pe acest fapt, aşadar, cum încearcă Priest să arate, cu toate acestea, că negația dialetheică este un operator al contradicției?

El nu ia în considerare demonstrația tezei subcontrarietății, oferită în Slater (1995), conform căreia ale sale „*A* este adevărată" şi „*A* este falsă" sunt echivalente cu „$V(A) \geq 0$" şi „$V(A) \leq 0$", în timp ce ele ar trebui să fie echivalente, să spunem,

cu „$V(A) \geq 0$" și „$V(A) < 0$" (sau cu echivalentele acestora), dacă este să fie contradictorii. În schimb, el încearcă să arate că negația booleană implică în același fel un operator pentru care adevărul lui ~α nu exclude pe cel al lui α. Dar chiar dacă ar fi adevărat, aceasta ar arăta doar că negația booleană nu este un operator al contradicției și nu că negația dialetheică ar fi cumva un astfel de operator. Așadar, argumentul conduce pe o pistă falsă.

Cum se face că Priest nu arată că adevărul negativei booleene nu exclude adevărul pozitivei booleene corelate? Argumentul său decurge după cum urmează (v. Priest, 1999, p.110):

> Să presupunem că definim un operator, ~, astfel încât ~α este adevărată, ddacă α nu este adevărată și să spunem că este falsă altfel. (...) Comportamentul lui α necesită (...) o examinare atentă (...). În particular, de ce ar trebui să se presupună că nu putem avea niciodată deopotrivă α și ~α? Argumentul obișnuit este pur și simplu acela că dacă α și ~α sunt adevărate, atunci deopotrivă α este adevărată și nu este adevărată. Dar noi nu putem argumenta în acest fel fără a presupune ceea ce trebuie dovedit. Dacă, așa cum pretinde dialethistul, unele enunțuri și negațiile acestora sunt deopotrivă adevărate, se poate ca deopotrivă α să fie adevărată și să nu fie adevărată. (...) Proprietățile booleene ale „negației booleene" pot fi, prin urmare, o iluzie.

Negația booleană, i.e. contradicția, nu a fost totuși caracterizată tradițional așa cum presupune Priest, ci astfel: contradictoriile nu pot fi împreună adevărate sau împreună false. Pe această bază, argumentul lui Priest pentru posibilitatea contradictoriilor de a fi împreună adevărate se prăbușește imediat: el însuși a presupus ceea ce trebuie demonstrat, presupunând contradictoriile ca fiind definite altfel. Dar chiar dacă acestea ar fi definite altfel, ce fel de argument ar fi obținut Priest? El spune în același loc: „Într-adevăr, dacă o soluție dialetheică la paradoxurile semantice este corectă, iar α este «α nu este adevărată», atunci deopotrivă α *este* adevărată și *nu este* adevărată". Dar, mai întâi, este cert că nu se poate obține presupusa identitate

α = „α nu este adevărată",

dacă este luată ca fiind de forma

„*p*" = „ «*p*» nu este adevărată",

deoarece aceasta ar cere ca un întreg să fie o parte proprie a sa. Iar dacă ceea ce este implicat în schimb este o sintagmă denotativă „*s*" la o propoziție astfel încât, de exemplu,

s = „*s* nu este adevărată",

atunci se impune *T*-schemei să genereze orice paradox, ceea ce ar putea conduce relativ direct la negația acestei scheme, prin *reductio*. Se știe că există direcții de gândire despre paradoxul mincinosului care neagă că propozițiile sunt adevărate sau false, dar insistă în schimb că Propozițiile sunt astfel[2]. Aceasta înseamnă a trece de la a lua „este adevărat" ca fiind un predicat de propoziții la a-l lua ca fiind un predicat de clauze „că", așa cum apare în locuțiunile „că *p* este adevărată" și „este adevărat că *p*". În acest fel nu apare nici o dificultate în legătură cu propozițiile auto-referențiale, chiar și cu cele de tip întărit: dacă *b* = „*b* nu este nici adevărată, nici falsă", atunci ceea ce este adevărat este că *b* nu este nici adevărată, nici falsă, dar aceasta nu revine la a spune că ceea ce este adevărat este *b*, i.e. „*b* nu este nici adevărată, nici falsă", așadar nu este nici o contradicție. Desigur, nu există Propoziții auto-referențiale comparabile cu propozițiile auto-referențiale, deoarece „«*p*» = «că *p* este falsă» " este respinsă de mereologie – este posibil ceva precum „5 = 5 + 0", dar nimic precum „«5» = «5 + 0»", deoarece expresia din partea dreaptă este mai lungă decât cea din partea stângă.

Cu toate acestea, Priest a urmat punctul său de vedere opus în această chestiune, încercând să arate, pe aceeași bază ca mai sus, că legea tradițională *ex contradictione quodlibet*, (ECQ), nu are loc pentru negația booleană. Dar argumentul său este incorect tocmai din cauza acestui subiect despre ceea ce este adevărat: el crede că o formulă, i.e. o propoziție menționată, ar putea fi ceea ce este adevărat, dar de fapt referentul unei clauze „că" este cel care include acea formulă ca o propoziție utilizată. El merge mai departe (v. Priest, 1999, p. 110):

> Putem acum să ne ocupăm de o altă lege a negației, *ex contradictione quodlibet* (ECQ): $\alpha, \neg\alpha \vdash \beta$. (...) Dată fiind discuția de față, se poate vedea clar că aceasta eșuează. Căci putem să luăm un α care este deopotrivă adevărat și fals și un β care nu este adevărat. Această instanță a inferenței nu conservă adevărul și deci inferența nu este validă (conservarea adevărului fiind cel puțin o condiție necesară pentru validitate). În bună măsură, și inferența la fel de discutabilă a falsității antecedentului (FA), $\neg\alpha \vdash \alpha \rightarrow \beta$, trebuie să fie nevalidă din exact același motiv (*modus ponens* fiind valabil); după cum, iarăși, și mai discutabil, tot așa trebuie să fie și silogismul disjunctiv (SD): $\alpha, \neg\alpha \vee \beta \vdash \beta$.

Dar în mod clar, folosind „α" și „$\neg\alpha$ " astfel încât acestea pot fi împreună adevărate, nimic din cele de mai sus nu se opune regulilor clasice ECQ, FA și SD, deoarece acestea au de a face cu *contradictorii*, i.e. lucruri care nu pot fi împreună adevărate. Silogismul disjunctiv, de exemplu, nu este doar *formula*

„$\alpha, \neg\alpha \vee \beta \vdash \beta$ ",

[2] Am urmat norma acceptată în jargonul logico-filosofic de la noi, traducând (peste tot) termenul din limba engleză „sentence" prin „propoziție", ca entitate care aparține unui limbaj, și punând „Propoziție" pentru „proposition", care este înțelesul sau gândul exprimat de o propoziție și la care, după cum arată și autorul mai departe, se face referire prin clauze „că". (*N.T.*)

căci altfel nu ar avea nici o şansă să fie necesar. Silogismul disjunctiv este această formulă interpretată într-un anumit fel, în particular în aşa fel încât adevărul lui $\neg\alpha$ să excludă pe cel al lui α. Drept urmare, în timp ce, de exemplu, formula

„$\alpha, \neg\alpha \vdash \beta$“

eşuează într-o interpretare dialetheică, explicaţia este aceea că „¬“ este numai un operator al subcontrarietăţii. Priest doreşte să spună că această formulă eşuează şi într-o interpretare booleană, dar aceasta ar arăta încă o dată că definiţia sa a booleanului „¬“ nu îl face pe acesta să fie integral un operator al contradicţiei. Dacă se spune că o conjuncţie a unei formule cu negaţia sa implică orice, atunci ceea ce se spune, i.e. propoziţia exprimată, este cu necesitate adevărat, dacă prin „negaţie“ se înţelege negaţia booleană.

2

Există însă un aspect al chestiunii, potrivit căruia logica (LP) a lui Priest se ocupă de subcontrare. Căci în Priest (1995), p. 4 (cf. Priest, 1999, p.102) el spune:

> Cum ar putea să fie adevărată o contradicţie? La urma urmei, logica ortodoxă ne asigură că pentru orice propoziţie, α, numai una dintre α şi $\neg\alpha$ este adevărată. Răspunsul simplu este că logica ortodoxă, oricât de bine fundamentată, este doar o *teorie* despre felul în care funcţionează particulele logice; şi nu există nici o garanţie *a priori* că este corectă.

Logica ortodoxă este inevitabil corectă despre ceea ce sunt conectorii logici tradiţionali, precum negaţia booleană, întrucât aceasta este doar o chestiune de definiţie. Şi ce tip de „teorie“ este negaţia booleană? Negaţia booleană este doar o relaţie printre altele în care pot sta Propoziţiile. Drept urmare, dacă se aleg Propoziţii care stau în această relaţie şi se utilizează conjuncţia şi disjuncţia standard, vor fi valabile toate legile clasice de mai sus. În plus, relaţia de negaţie booleană este ceea ce se numea în mod tradiţional „contradicţie“, aşadar, dacă „¬“ simbolizează acea relaţie, o contradicţie nu poate fi în nici un fel adevărată. Mult mai probabil este că Priest nu utilizează termenul „contradicţie“ pentru această relaţie, ci doar pentru semnul „¬“, întrucât, în mod cert, s-ar putea da o interpretare non-tradiţională pentru „p. $\neg p$“, în care aceasta să nu fie adevărată. Dar acest fapt nu vine de loc în conflict cu faptul necesar exprimat anterior.

Dacă negaţia booleană apare într-o teorie despre „particulele logice“, atunci acea teorie trebuie să fie despre felul în care se utilizează sau ar trebui să se utilizeze cuvinte şi simboluri ca „nu“ şi „¬“; de exemplu, despre faptul că noi utilizăm sau ar trebui să utilizăm „nu“ sau „¬“ pentru a simboliza ceea ce era numit

în mod clasic „contradicție", mai curând decât altă relație (*cf.* Priest, 1979, p. 225). Dar aceasta este o cu totul altă chestiune; este o chestiune convențională sau legislativă despre felul în care utilizăm sau ar trebui să utilizăm cuvinte și nu o chestiune logică. Este binecunoscut că unii oameni nu pot spune „nu" sau, dacă spun acest cuvânt, nu cred în ce spun, cum ar putea mărturisi copiii lor. Astfel de oameni nu neagă nimic, de fapt, atunci când spun „nu" și s-ar putea spune că au o teorie despre felul de utilizare a acestui cuvânt – astfel încât acesta nu se opune sau nu contrazice. Dar utilizarea particulei negative în acest fel sau în altul este doar o chestiune de decizie; de exemplu, așa cum este normal, în felul tradițional care implică negarea. Astfel, aceasta este o chestiune distinctă de chestiunea dacă două contradictorii pot fi împreună adevărate: această chestiune este despre o anumită relație Propozițională și conexiunea acesteia cu adevărul.

Iar această chestiune, după cum s-a anticipat de la bun început, este, de asemenea, de distins în mod hotărâtor de chestiunea dacă două contradictorii pot fi *gândite ca fiind ambele adevărate*. Priest spune (v. Priest, 1999, p.114):

> Explicându-și concepțiile, oamenii aserteaza adesea contradicții fără să-și dea seama. În acest fel, ei descoperă – sau le arată altcineva – că acele concepții sunt inconsistente. În virtutea acestui fapt, ei pot dori să își revizuiască acele concepții. Dar asertând $\neg\alpha$ în acest context, ei nu exprimă un refuz de a accepta α, i.e. de a-l nega. Faptul că ei acceptă *deopotrivă* α și $\neg\alpha$ este exact acela care tinde să contribuie la revizuirea opiniei. Poate fi chiar rațional uneori – așa cum au sugerat un număr de logicieni clasici – a menține ambele opinii și a continua să le asertezi: să considerăm, de exemplu, paradoxul prefeței. Dacă a aserta $\neg\alpha$ înseamnă a nega α, atunci fie și numai aducerea în discuție a acestei posibilități nu ar avea nici un rost.

Aspectul care se conturează este acela că Priest a avut o dificultate în a spune ce este negarea, dacă nu este asertarea opusului (v. Priest, 1996, p.644; Priest, 1999, p.114) – este precum tatăl cel slab de mai sus cu acel „nu". Un aspect suplimentar care trebuie subliniat este acela că modalitățile prezentate mai sus nu sunt cele obișnuite, și asta în mod deliberat. În mod normal, ne așteptăm ca oamenii să fie consistenți, iar criticarea cuiva pe temeiul că este ilogic prin aceea că se contrazice implică un blam considerabil. S-ar putea spune că Priest încearcă să ne facă mai toleranți: nu în sensul că oamenii *ar trebui* să-și revizuiască opiniile, dacă acestea sunt inconsistente, ci în sensul că oamenii „ar putea dori" aceasta, spune el. Iar părerea lui Priest este aceea că astfel de inconsistențe „tind să" contribuie la revizuirea opiniilor, în timp ce un logician tradițional nu vede chestiunea în acești termeni, ca și cum ar fi un fel de proces natural, poate cauzal. Logicianul tradițional ar insista că cei încurcați ies din încurcătură și devin consistenți, considerând acea *acțiune* ca fiind o alegere pe care cei încurcați pur și simplu nu au făcut-o. Cu siguranță, este foarte normal ca oamenii să fie încurcați și să rămână așa – dar numai până când întâlnesc un logician tradițional. Căci, spre deosebire de Priest, care nu dorește să fie intolerant, logicianul tradițional nu va fi atât de ușor de pasat. El va impune elevilor săi cerința caracterului determinat al sensului, întrucât numai așa poate cineva să aibă gânduri clare.

Dar astfel de fapte despre valoarea socială de a fi consistent şi despre hotărârea de a insista asupra acesteia sau, dimpotrivă, de a o lăsa mai moale, ca în problema cu utilizarea lui „nu", nu sunt ele însele chestiuni de logică *a priori*. Acestea sunt chestiuni privind obţinerea rigorii unei logici *a priori* în viaţa oamenilor, cel puţin într-o anumită măsură. Cum se face atunci că ele intră în discuţia logicii paraconsistente? Ele intră, desigur, deoarece, ca şi în cazul a ceea ce apare în mod clar, dar nerecunoscut în ceea ce s-a arătat despre Brouwer, înfăţişează ceea ce *are în minte* Priest, respectiv, posibilitatea indiscutabilă a confuziilor mentale. În logica sa paraconsistentă, în loc de „*p*. ~*p*", ceea ce este intenţionat de fapt este ceva precum „*Tp*. *T*~*p*" – unde „*T*" nu reprezintă „este adevărat că", ci „este gândit că". Astfel formulată, logica paraconsistentă reprezintă conţinuturile posibile ale minţilor oamenilor şi ,în particular, pasajul de mai sus ne aminteşte de conţinuturile posibile ale minţilor oamenilor înainte ca aceştia să întâlnească un profesor exigent.

În pasajul de mai sus, Priest menţionează şi „revizuirea opiniei", dar un singur mod de a considera aceasta este cel „clasic", în sensul că mulţimea de opinii trebuie să fie consistentă şi închisă deductiv. Aceasta este calea urmată de abordarea AGM standard (Gärdenfors, 1988). Priest a încercat în schimb o teorie paraconsistentă, non-clasică, a opiniei (Priest, 2001); dar, din punctul de vedere de faţă, aceasta rămâne în tradiţia „revizuirii opiniei", deoarece se concentrează asupra Propoziţiilor dintr-o mulţime de opinii fără a le simboliza *ca opinii*. În acest fel, chestiunea este reprezentată în termenii unei logici extensionale alternative: logica ce operează, după cum se presupune, pe Propoziţiile din mintea opinentului. Prin contrast, ceea ce se doreşte este o logică intensională care face explicit faptul că propoziţiile avute în vedere sunt în mintea cuiva, prin introducerea unui operator intensional care exprimă aceasta. Dacă producem logica acelui operator, producem o logică diferită de logica propoziţională clasică, desigur, dar numai pentru că o suplimentează pe aceasta, în loc de a-i fi un rival ca atare (cf. Haack, 1996, cap. 1).

De fapt, o astfel de logică intensională este destul de bine studiată, deja, în semantica bayesiană standard pentru opinie. A fost Ramsey, desigur, cel care a conectat opiniile cu probabilităţile subiective; autori ulteriori au construit teorii bayesiene mai complete, folosind condiţionalizarea ca principiu călăuzitor pentru schimbarea opiniilor. Consecinţele formale ale tratării opiniilor în termeni de probabilitate fără acel aspect dinamic sunt detaliate în Hawthorne şi Bovens, 1999. Merită să ne amintim ce legi au loc în acel caz.

În acest tip de logică nu avem *ex contradictione quodlibet* în forma „$Bp. B{\sim}p \vdash Bq$" sau „silogismul disjunctiv" în forma „$Bp. B({\sim}p \vee q) \vdash Bq$", unde „$Bp$" înseamnă cel puţin că $pr(p) \geq 1/2$. Şi în timp ce avem încă „falsitatea antecedentului" în forma „$B \sim p \vdash B(p \supset q)$", nu o avem în forma „$B \sim p \vdash Bp \supset Bq$", iar *modus ponens* eşuează în acest fel, i.e. nu avem „$Bp. B(p \supset q) \vdash Bq$, ceea ce înseamnă că nu avem în mod necesar închiderea deductivă a mulţimii opiniilor. Paradoxul prefeţei, pe care Priest îl menţiona mai sus, este astfel rezolvat imediat, întrucât „$Bp. Bq. Br \ldots B({\sim}p \vee {\sim}q \vee {\sim}r \ldots)$" este pe deplin consistentă. Şi cu aceasta,

„adjuncția" nu are loc în sensul relevant, i.e. nu avem „*Bp*. *Bq*. *Br*... $\vdash B(p.q.r \ldots)$", ceea ce arată în mod dramatic cum se poate ca oamenii „să nu țină socoteală și de una și de alta". Mai fundamental, întrucât este evident pe deplin posibil ca „*Bp*. *B~p*", aceasta este ceea ce reprezintă cel mai apropiat o „contradicție adevărată", deși vedem acum că este doar o chestiune de confuzie mentală – indiferent dacă este acceptabilă sau nu.

Cu toate acestea, tratamentul bayesian nu este un analog apropiat al logicii lui Priest **LP**. Cu siguranță, dacă „*Bp*" este adevărată dacă și numai dacă $pr(p) \geq n$, pentru un prag n oarecare, aceasta permite ca *Bp* și *B~p* să fie deopotrivă adevărate pentru anumite valori ale lui „n". Dar **LP** are doar trei valori (v. Priest, 1979, p. 226), în timp ce logica probabilistă este continuu-valentă. Totuși, această asimetrie poate fi înlăturată dacă tratăm și „opinia" ca fiind trivalentă, să spunem, „crezare" ($V(p) = 1$), „mirare" ($V(p) = 0$) și „necrezare" ($V(p) = -1$). Putem construi chestiunea simplu, folosind ca mai înainte operatorul „este gândit că", cu cele trei categorii fiind atunci „*Tp*. ~*T*~*p*", „*Tp*. *T*~*p*" și „*T*~*p*. ~*Tp*", unde *Tp* dacă și numai dacă $V(p) \geq 0$. În logica lui Priest are loc aceeași relație semantică, cu „*T*" citit în termeni de adevăr, iar el acceptă „*A* este adevărată ddacă *A*" (v. Priest, 1979, p. 238). Rezultă că există o interpretare a **LP** în termenii confuziilor mentale. Q. E. D.

3

Dar în timp ce această reformulare a **LP** poate fi acceptabilă pentru mulți logicieni adepți ai paraconsistenței, și chiar demonstrabilă, Priest este în mod hotărât angajat la a o nega. Priest a dezvoltat în mod expres Dialetheismul său ca o doctrină despre contradicții ca fiind în *lucruri*, mai curând decât în *gândire*, i.e. în lumea extensională și nu într-o lume intensională. Aceasta nu se întâmplă numai din cauza unei rezistențe la îndepărtarea de logica extensională, împreună cu rezistența corespunzătoare la simbolizarea confuziei umane neextensional, ci cu un operator intensional. Paradoxurile logice l-au preocupat în mod central pe Priest, după cum am văzut, în parte, în discuția anterioară despre auto-referința Propozițională. Totuși, faptul că o concepție paraconsistentă despre paradoxul mincinosului implică aderența la „schema-fără-ghilimele", arată că acele contradicții pe care Priest le consideră a fi inevitabile sunt de fapt evitabile. Iar primul lucru cerut pentru a arăta că orice contradicție este în mintea unei persoane și nu în realitate este exact acesta: există o interpretare alternativă a faptelor, care nu le găsește ca fiind paradoxale. Putem observa încă o dată această chestiune crucială în tratamentul lui Priest al heterologicalității.

În această chestiune, Priest nu menționează în mod semnificativ o supoziție pe care Copi, de exemplu, o face explicită. În locul formalizării lui Copi a lui „*x* nu este auto-aplicabil", care, în termenii lui Priest, este echivalent cu

$$\exists Y(xRY.\ (Z)(xRZ \supset Z = Y).\ \neg Yx)$$

şi care conţine o clauză de unicitate (v. Copi, 1973, p.301), Priest scrie doar (v. Priest, 1995, pp.163–164):

$$\exists Y(xRY.\neg Yx),$$

pentru predicatul relevant. Prescurtându-l pe acesta prin „*Fx*“, el argumentează mai departe că, dat fiind „*F*‘*RF*, din $\neg$*F*'*F*' se poate obţine $\exists Y$(„*F*‘*RY*. $\neg$*Y*'*F*'), i.e. *F*'*F*'. El argumentează şi că din *F*'*F*' se poate obţine $\neg$*F*'*F*', doar pentru că *F*'*F*' implică $\exists Y$(„*F*‘*RY*. $\neg$*Y*'*F*'). Dar chiar dat fiind „*F*‘*RF*, $\neg$*F*'*F*' nu decurge din $\exists Y$(„*F*‘*RY*. $\neg$*Y*'*F*'), i.e. din faptul că unii *Y* care „*F*‘*R* nu se aplică la „*F*‘, deoarece se cere şi o demonstraţie a clauzei de unicitate înainte de a se putea spune că *singurul Y* care „*F*‘*R* este *F*, şi deci $\neg$*Y*'*F*' pentru acel *Y*. Nici o contradicţie nu poate fi obţinută fără o demonstraţie de unicitate, care ar exclude non-univocitatea în privinţa lui „*F*‘. Prin urmare, Priest este confuz dacă gândeşte că acea contradicţie rezultă ca o chestiune de fapt demonstrat. Adevărul necesar al unei contradicţii nu este stabilit de argumentul lui Priest, pur şi simplu deoarece există o premisă ascunsă care este deschisă oricui pentru a o nega, pentru a-şi elibera mintea de contradicţie. Priest decide să nu nege această premisă, punând contradicţia în mintea sa pur şi simplu printr-un act al propriei sale voinţe.

Iar aceasta trebuie să stea în mintea sa datorită unei trăsături suplimentare a argumentului: faptul că predicatul relevant „nu este auto-aplicabil“ este fără îndoială ambiguu. Cu siguranţă, predicatul „nu este auto-aplicabil“ nu este precum „este o bancă“, ceea ce permite dezambiguizarea semantică în „este o bancă financiară“ şi „este o bancă de şezut“[3], ci este permanent dependent de context pentru sensul său, pentru a selecta referentul adecvat pentru „auto“, astfel încât înţelesul său nu este constant. În sensul, dacă nu în sintaxa lui

x nu este auto-aplicabil, dacă şi numai dacă *x* nu este aplicabil la *x*

sunt *patru* apariţii ale lui „*x*“ şi nu doar *trei* şi astfel predicatul de la stânga nu poate fi înlocuit de orice constantă. Iată un temei independent pentru concluzia conform căreia există ambiguitate în legătură cu heterologicalitatea şi acesta arată că nu se poate obţine o apărare a supoziţiei de unicitate, explicită la Copi şi ascunsă sau ignorată la Priest.

Există şi un alt gând care împiedică sesizarea acestui fapt printre învăţaţi: interpretarea obişnuită a expresiilor lambda-abstracţiei ca referindu-se la concepte. Nu este „*y* nu este auto-aplicabil“ echivalent cu „λx(*x* nu este aplicabil la *x*)*y*“ şi astfel termenul lambda, în care *x* este legat, nu denotă conceptul constant cerut al heterologicalităţii? Oricum, lambda-abstracţia izolează doar forma sintactică a unei

[3] În original: *money bank* şi *river bank*, ultimul termen însemnând „mal“, „ţărm de râu“. (*N.T.*)

propoziţii şi, în mod clar, împrejurarea dacă un singur concept este asociat cu predicatul din acea propoziţie nu este deductibil din această formă – aşa cum ilustrează din nou „nu este aplicabil la *x*“.

Bibliografie

[1] **Copi, I.** – *Symbolic Logic*. 4th ed., Macmillan, New York, 1973.
[2] **Haack, S.** – *Deviant Logic, Fuzzy Logic*, University of Chicago Press, Chicago, 1996.
[3] **Gärdenfors, P.** – *Knowledge in Flux*, MIT Press, Cambridge MA, 1988.
[4] **Priest, G. G.** – „The Logic of Paradox“, *Journal of Philosophical Logic*, **8**, pp. 219–241, 1979.
[5] **Priest, G. G.** – *Beyond the Limits of Thought*, C. U. P., Cambridge, 1995.
[6] **Priest, G. G.** – „What Not? A Defence of Dialetheic Theory of Negation“, în D. Gabbay şi H. Wansing (eds.), *What is Negation?*, Kluwer, Dordrecht, pp. 1001–1120, 1999.
[7] **Priest, G. G.** – „Paraconsistent Belief Revision“, *Theoria*, LXVII, pp. 214–228, 2001.
[8] **Slater, B. H.** – „Paraconsistent Logics?“, *Journal of Philosophical Logic*, **24**, pp.451–454, 1995.
[9] **Hawthorne, J., Bovens, L.** – „The Preface, The Lottery, and the Logic of Belief“, *Mind*, 108.429, pp. 241–264, 1999.

ogici paraconsistente! (Răspuns lui Slater)[1]

Jean-Yves BÉZIAU

Je ne discute jamais du nom pourvu qu'on m'avertisse quel sens on lui donne.
Blaise PASCAL, *Les Provinciales*

Abstract

We answer Slater's argument according to which paraconsistent logic is a result of a verbal confusion between „contradictories" and „subcontraries". We show that if such notions are understood within classical logic, the argument is invalid, due to the fact that most paraconsistent logics cannot be translated into classical logic. However we prove that if such notions are understood from the point of view of a particular logic, a contradictory forming function in this logic is necessarily a classical negation. In view of this result, Slater's argument sounds rather tautological.

Răspundem argumentului lui Slater, conform căruia logica paraconsistentă este un rezultat al unei confuzii verbale dintre „contradictorii" şi „subcontrare". Arătăm că dacă astfel de noţiuni sunt înţelese în interiorul logicii clasice, argumentul este nevalid, datorită faptului că cele mai multe logici paraconsistente nu pot fi traduse în logica clasică. Totuşi, demonstrăm că dacă astfel de noţiuni sunt înţelese din punctul de vedere al unei logici particulare, o funcţie a contradicţiei în această logică este în mod necesar o negaţie clasică. În lumina acestui rezultat, argumentul lui Slater sună mai curând tautologic.

1. Logică paraconsistentă?

Logica paraconsistentă reprezintă studiul logicilor în care există unele teorii ce încorporează contradicţii, dar care nu sunt triviale. În particular, într-o logică paraconsistentă, *ex contradictione sequitur quodlibet*, care poate fi

[1] „Paraconsistent logic! (A reply to Slater)". Articol apărut în *Sorites* **15**, 2003. **Traducere de Dumitru Gheorghiu.** (*N.T.*)

formalizat prin $C_n(T, a, \neg a) = F$, nu este valid. De aproape o jumătate de secol au fost propuse şi studiate diferite sisteme de logică paraconsistentă. Acest domeniu de cercetare a fost clasificat într-o secţiune specială (B53) în *Mathematical Reviews* din care se poate vedea că numărul de articole dedicate logicii paraconsistente este de fiecare dată mai mare şi că a crescut recent, în mod special datorită aplicaţiilor sale la ştiinţa computerelor (v. e.g. Blair şi Subrahmanian, 1989).

Cu toate acestea, într-un articol recent, intitulat „Logici paraconsistente?", un filosof din Perth, B. H. Slater, pretinde să arate în mai puţin de zece rânduri că logica paraconsistentă nu există. Iată laconicul său argument:

> Dacă am numi ceea ce este acum „roşu", „albastru" şi invers, aceasta ar arăta că la noi cutiile poştale sunt albastre şi că marea este roşie? Cu siguranţă, faptele nu s-ar schimba, ci doar modul de exprimare a acestora. Tot aşa, dacă am numi „subcontrarele" „contradictorii", aceasta ar arăta că „nu este roşu" şi „nu este albastru" sunt contradictorii? Cu siguranţă, esenţa problemei este aceeaşi.
>
> Şi această problemă arată că nu există nici o logică „paraconsistentă". (Slater, 1995, p. 451).

Reprezintă aceste rânduri condamnarea la moarte a logicii paraconsistente?

Argumentarea lui Slater este bazată pe noţiunile tradiţionale de „contradictorii" şi „subcontrare". Din nefericire, Perthianul nu oferă definiţii precise ale acestora. După ce vom da astfel de definiţii şi vom demonstra un rezultat general în legătură cu acestea, vom arăta că argumentul lui Slater nu este valid sau, în cel mai bun caz, că este tautologic.

2. Contradictorii, subcontrare şi contrare în tradiţie

Noţiuni precum „subcontrare" şi „contradictorii" aparţin logicii tradiţionale, i.e. logicii din tradiţia lui Aristotel. Prima problemă este să precizăm care este înţelesul lor în această tradiţie, iar cea de-a doua problemă este să vedem cum pot fi înţelese aceste noţiuni în lumina logicii matematice moderne.

Unul dintre defectele deplorabile ale argumentului lui Slater este acela că ambele probleme sunt eludate şi că, drept urmare, argumentul său este viciat de vaguitate. Cea mai mare precizie pe care o obţine Slater este atunci când spune: „*contradictoriile* nu pot fi împreună adevărate – prin definiţie" (Slater, 1995, p. 453). Chiar şi această precizie este destul de ambiguă, deoarece, datorită faptului că Perthianul nu dă nici o definiţie a contradictoriilor, se poate înţelege că definiţia contradictoriilor este aceea că două propoziţii sunt contradictorii ddacă ele nu pot fi împreună adevărate, cea ce nu este definiţia corectă conform tradiţiei, după cum vom vedea foarte curând.

Desigur, se poate crede că nu este necesar să se precizeze care este înţelesul exact al noţiunilor de contradictorii şi subcontrare, că oricine cunoaşte înţelesul acestora şi că acest înţeles este clar. Dar nu este atât de evident, datorită faptului că aceste noţiuni aparţin logicii tradiţionale, că cele mai multe concepte ale logicii tradiţionale apar ca fiind confuze în lumina logicii moderne şi că cel puţin interpretările lor nu sunt de încredere.

Nu vom intra în detalii filologice pentru a explica înţelesurile termenilor „contradictorii" şi „subcontrare". Următorul pasaj de la pagina 56 din Kneale şi Kneale (1962) va furniza întreaga informaţie necesară pentru discuţia noastră, inclusiv definiţiile standard ale contradictoriilor, subcontrarelor şi contrarelor (conceptul de subalterne nu este important pentru noi aici):

> [Figura care este, în general, numită] *pătratul opoziţiilor* nu va fi, de asemenea, de găsit în textul lui Aristotel, dar ea oferă un rezumat folositor al doctrinei sale. Conform explicaţiilor sale, enunţurile sunt *contradictorii* când nu pot fi împreună adevărate şi nu pot fi împreună false şi sunt *contrare* când nu pot fi împreună adevărate, dar pot fi împreună false [*De Interpretatione* 7 (17b, pp. 16–25)]. (...) Deşi Aristotel nu foloseşte aceste denumiri [*subalterne* şi *subcontrare*], el presupune că subcontrarele nu pot fi împreună false, deşi pot fi împreună adevărate. Aceasta se vede din descrierea lor în calitate de contradictorii ale contrarelor.

Pentru mai multe detalii despre pătratul opoziţiilor, cititorul poate consulta e.g. Parsons, 1997.

3. Contradictorii, subcontrare şi contrare în logica clasică

Fie **F** mulţimea de formule propoziţionale construite cu conectorii $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$. Formulele vor fi indicate prin *a*, *b* etc., mulţimile de formule prin *T*, *U* etc. Mulţimea **C** a evaluărilor clasice este definită în mod obişnuit: este o mulţime de funcţii de la **F** la $\{0, 1\}$, iar membrii săi îndeplinesc condiţiile standard; în particular avem: pentru orice *v* din **C** şi pentru orice *a* din **F**, $v(a) = 1$, ddacă $v(\neg a) = 0$.

În acest cadru, putem acum să definim exact noţiunile discutate în contextul semanticii logicii clasice. Date fiind două formule *a* şi *b*, vom spune că acestea sunt:

- contradictorii, ddacă pentru orice *v* din **C**, $v(a) = 0$, ddacă $v(b) = 1$;
- contrare, ddacă pentru orice *v* din **C**, $v(a) = 0$ sau $v(b) = 0$ şi există *v* în **C** astfel că $v(a) = 0$ şi $v(b) = 0$;

– subcontrare, ddacă pentru orice v din **C**, $v(a) = 1$ sau $v(b) = 1$ şi există v în **C** astfel că $v(a) = 1$ şi $v(b) = 1$;

Să notăm că dacă înlăturăm cea de-a doua parte din definiţia subcontrarelor, „există v în **C** astfel că $v(a) = 1$ şi $v(b) = 1$", care se traduce „pot fi împreună adevărate", atunci toate contradictoriile sunt subcontrare. În acest caz, confundarea subcontrarelor cu contradictoriile nu ar fi acelaşi lucru cu schimbarea roşului cu albastrul sau a pisicilor cu câinii, ci mai curând ar conduce la confundarea câinilor cu canidele. Să numim *confuzie globală* acest tip de eroare, prin contrast cu primul tip, pe care îl putem numi *confuzia schimbării*. Întrucât, prin intermediul exemplului său cu roşu şi albastru, Slater pretinde că logicienii adepţi ai paraconsistenţei comit o confuzie a schimbării, mai curând decât una globală, pare implicit că el nu consideră că toate contradictoriile sunt subcontrare; nici noi nu vom face asta aici.

Este clar că pentru orice formulă a, a şi $\neg a$ sunt contradictorii. Despre conectorul $\neg$ se spune că este o *relaţie a contradicţiei* (*a contradictory forming relation*).

Ce exemple de subcontrare putem găsi? Pentru oricare două formule atomice a şi b, a şi $\neg a \vee b$ sunt subcontrare, după cum poate verifica uşor cititorul. Aceasta se poate ilustra prin „Platon este pisică" şi „Platon nu este pisică sau zăpada este albastră", care nu pot fi împreună false, dar pot fi împreună adevărate.

Putem defini relaţia care asociază oricărei formule a mulţimea de formule $\{\neg a \vee b;\ b \in \mathbf{F}\}$ ca o *relaţie a subcontrarietăţii* (*a subcontrary forming relation*)? Aceasta pare rezonabil, dar trebuie să fim conştienţi că în acest caz, această relaţie include perechi de formule, precum a şi $\neg a \vee (a \wedge \neg a)$, care sunt contradictorii.

Este clar că în interiorul logicii clasice există o mulţime de relaţii ale subcontrarietăţii; oricum, întrebarea este: negaţiile paraconsistente sunt părţi ale acestor relaţii ale subcontrarietăţii? Iar răspunsul este: nu. Deoarece aceste negaţii nu pot fi definite în logica clasică.

De exemplu, negaţia paraconsistentă a lui da Costa din logica C_1 nu poate fi definită în logica clasică, deoarece nu este auto-extensională (i.e. teorema înlocuirii nu are loc pentru aceasta).

O negaţie paraconsistentă nu este, în general, o relaţie a subcontrarietăţii înăuntrul logicii clasice, poate că este o relaţie a subcontrarietăţii dintr-un alt punct de vedere – această problemă va fi examinată mai târziu –, dar, în orice caz, trebuie să reţinem că, în general, negaţiile paraconsistente nu pot fi definite în logica clasică, precum şi că, de exemplu, logica C_1 a lui da Costa este *strict mai puternică* decât logica clasică, în sensul că logica clasică poate fi definită în C_1, dar nu şi reciproc. Acelaşi lucru se întâmplă cu logica intuiţionistă şi acesta este motivul pentru care, din acest punct de vedere, negaţia intuiţionistă nu este o relaţie a contrarietăţii, concluzie eronată la care se poate ajunge aplicând un argument similar cu cel al lui Slater.

Astfel, logica paraconsistentă nu este doar rezultatul schimbării numelor conceptelor logicii clasice deja existente, ci apariţia unui nou fenomen. Acesta este primul argument împotriva lui Slater.

Chiar dacă cineva crede că noţiuni precum negaţie şi contradictorie nu pot fi folosite în alt mod decât cel în care sunt folosite în logica clasică, acela trebuie să admită că există noţiuni ale logicii non-clasice care nu pot fi definite în logica clasică (şi că deci, oricum ar fi numite ele, aceste noţiuni nu pot fi denumite prin nume care numesc noţiuni ce pot fi definite în logica clasică).

După cum am atras atenţia în recenzia articolului lui Slater pentru *Mathematical Reviews* (96e03035), logica paraconsistentă nu este rezultatul unei confuzii verbale similară cu cea potrivit căreia în geometria euclidiană „punct" ar fi schimbat cu „linie", ci, mai curând, schimbarea de înţeles a cuvântului „negaţie" în logica paraconsistentă este comparabilă cu schimbarea înţelesului cuvântului „linie" în geometria non-euclidiană.

4. Contradictorii, subcontrare şi contrare în logica paraconsistentă

4.1. Logica C_1 a lui da Costa

Mulţimea de formule ale logicii C_1 este aceeaşi mulţime de formule ale logicii clasice. Această logică [C_1] a fost prezentată sintactic în da Costa (1963), iar semantica sa a fost prezentată în da Costa (1976).

Semantica pentru C_1 este o semantică non-verifuncţională. Mulţimea sa **D** de bievaluări poate fi definită după cum urmează: $v \in \mathbf{D}$, ddacă v este o funcţie de la **F** în $\{0, 1\}$, îndeplinind următoarele condiţii:

- dacă $v(a) = 0$, atunci $v(\neg a) = 1$;
- dacă $v(a \wedge \neg a) = 1$, atunci $v(\neg(a \wedge \neg a)) = 0$;
- dacă $v(a) = 0$, atunci $v(\neg\neg a) = 0$;
- dacă $v(a \# b) = 1$ şi $v(a) \neq v(\neg a)$ şi $v(b) \neq v(\neg b)$, atunci $v(\neg(a \# b)) = 0$, unde $\# \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$.

Acestea sunt condiţiile pentru negaţie. Nu vom aminti condiţiile pentru ceilalţi conectori, care sunt similare cu cele din cazul clasic (de notat totuşi că semantica pentru C_1 nu poate fi generată prin distribuţii asupra formulelor atomice, aşa cum este cazul în logica clasică sau în alte semantici verifuncţionale).

Este clar că dacă redefinim noţiunile de *contradictorii*, *subcontrare* şi *contrare* în interiorul C_1 (i.e. folosind **D** în loc de **C** în definiţia din secţiunea 2), atunci negaţia paraconsistentă $\neg$ din C_1 nu este o relaţie a contradicţiei, ci o relaţie a subcontrarietăţii.

Este demn de menționat faptul că da Costa a dezvoltat şi o logică în care există o negaţie paraconsistentă care nu este nici o relaţie a contradicţiei, nici o relaţie a subcontrarietăţii şi nici o relaţie a contrarietăţii din punctul de vedere a mulţimii evaluărilor din această logică (Loparić şi da Costa, 1984).

4.2. Logica LP a lui Priest

Priest a propus un sistem concurent celui al lui da Costa, numit **LP** (Logica **P**aradoxului), prezentat pentru prima dată în Priest, 1979. Priest pretinde că logica sa este mai bună decât cea a lui da Costa, în special pentru că, după el şi Routley, negaţia paraconsistentă a lui da Costa nu este o negaţie, ci o relaţie a subcontrarietăţii.

Argumentarea lui Priest şi Routley apare în Priest şi Routley, 1989. În acelaşi articol, cei doi pseudo-australieni pretind că argumentarea lor împotriva C_1 nu poate fi aplicată la **LP**:

> Cineva ar putea să încerce să argumenteze că negaţia acestui sistem nu este realmente o negaţie. Dar în virtutea tuturor argumentelor de mai sus, ar avea puţine temeiuri pe care să se bazeze. (Priest şi Routley, 1989, p. 169).

Cu toate acestea, în articolul său, Slater atacă şi logica lui Priest şi spune că negaţia paraconsistentă a lui Priest este, de asemenea, doar o relaţie a subcontrarietăţii. Deşi argumentarea perthianului este destul de imprecisă şi, în particular, este falsă în sensul că negaţia lui Priest nu este o relaţie a subcontrarietăţii înăuntrul logicii clasice, aceasta conţine o remarcă valabilă, pe care vom încerca să o clarificăm.

Semantica lui Priest pentru logica sa **LP** poate fi prezentată în maniere diferite. Poate fi privită ca o semantică (verifuncţională) trivalentă. Mulţimea evaluărilor **P** este mulţimea funcţiilor de la **F** la $\{0, 1/2, 1\}$, îndeplinind următoarele condiţii pentru negaţie: pentru orice v din **P** şi orice a din **F**:

– $v(a) = 0$, ddacă $v(\neg a) = 1$;

– $v(a) = 1/2$, ddacă $v(\neg a) = 1/2$.

Acum, dacă dorim să interpretăm în acest context noţiunile tradiţionale discutate (mai general, în contextul unei logici cu mai mult de două valori), trebuie să stabilim ce este „adevărul" şi ce este „falsitatea". Este clar că dacă interpretăm adevărul prin 1 şi falsitatea prin 0, atunci $\neg$ este o relaţie a contradicţiei. Şi aparent acesta este motivul pentru care Priest crede că negaţia sa paraconsistentă este realmente o negaţie. Dar argumentul său este viciat, aşa cum a înţeles în mod confuz Slater.

Motivul pentru care argumentarea lui Priest este greşită este următorul: el consideră ca elemente desemnate (în sensul teoriei matricelor) nu numai pe 1, ci şi

pe 1/2, după cum putem vedea atunci când defineşte noţiunile de adevăr logic şi consecinţă semantică. Ultima este definită prin:

$$a \in C_n(T), \text{ ddacă pentru orice } v \in \mathbf{P},$$
$$v(b) = 0 \text{ pentru un } b \in T, \text{ sau } v(a) = 1, \text{ sau } v(a) = 1/2.$$

Această definiţie ne permite să avem $a \notin C_n(b, \neg b)$, pentru oricare două formule atomice *a* şi *b* şi deci să spunem că **LP** este paraconsistentă. Dacă 1 ar fi fost luată ca singura valoare desemnată, **LP** nu ar fi fost paraconsistentă.

Trucul magic al lui Priest este următorul: pe de o parte, el ia adevărul ca fiind doar 1 pentru a spune că negaţia sa este o *relaţie a contradicţiei* şi, pe de altă parte, el ia adevărul ca fiind 1/2 şi 1 pentru a defini **LP** ca o logică paraconsistentă. Cu toate acestea, este rezonabil să ceri cuiva să păstreze constantă noţiunea sa de adevăr, oricare ar fi aceasta. Prin urmare, avem doar următoarele două posibilităţi, care arată că Priest nu poate scăpa: într-un caz **LP** este paraconsistentă şi negaţia sa este doar o relaţie de subcontrarietate din punctul de vedere al lui **P**, în celălalt caz negaţia **LP** este o relaţie a contradicţiei, dar **LP** nu este paraconsistentă.

Nu putem fi şi în căruţă, şi în teleguţă, ceea ce vom arăta explicit în secţiunea următoare.

5. Un rezultat general cu privire la contradictorii şi logica paraconsistentă

Ni se pare că problema reală este aceea de a şti dacă o negaţie paraconsistentă poate fi o relaţie a contradicţiei din punctul de vedere al propriei sale semantici. Am văzut că nu este cazul nici al negaţiei lui da Costa, nici al negaţiei lui Priest. În această secţiune vom arăta că, în general, nu este posibil ca o negaţie paraconsistentă să fie o relaţie a contradicţiei din punctul de vedere al propriei sale semantici.

Pentru a demonstra acest rezultat, va trebui să prezentăm şi să discutăm succint unele remarci generale asupra logicii şi semanticii. Aceasta ne va permite între altele să precizăm unele chestiuni despre logica lui Priest.

Noţiunea de contradictorii depinde de noţiunile de adevăr şi falsitate. Se poate crede că în cazul logicilor polivalente, noţiunea de contradictorii ar fi astfel serios atacată. Dar urmând abordarea matriceală tradiţională a logicii polivalente, noţiunea nu este realmente atacată, deoarece este păstrată o diviziune bivalentă fundamentală, aşa cum subliniază G. Malinowski:

> Metoda matricelor, inspirată de tabelele de adevăr, încorporează o urmă distinctă de bivalenţă în diviziunea universului matriceal în două submulţimi de elemente desemnate şi nedesemnate (Malinowski, 1993, p. 72).

Ceea ce se întâmplă este că matricele sunt folosite pentru a defini adevărul logic şi, de asemenea, relaţia de consecinţă într-un astfel de mod încât nu este nici o îndoială că valorile desemnate trebuie să fie luate drept adevăr şi valorile nedesemnate drept falsitate. Desigur, ar fi posibil să se folosească matrice polivalente într-un mod mult mai radical, sfărâmând paradigma bivalentă, aşa cum se propune în Malinowski, 1994, dar nu aşa se procedează în general, iar în particular nu acesta este modul în care procedează Priest, după cum am văzut.

Definiţia generală a contradictoriilor

Noţiunea de contradictorii poate fi definită pentru orice mulţime de bievaluări **B** pe o mulţime dată **L**, i.e. atunci când **B** este o mulţime de funcţii de la **L** la $\{0, 1\}$:

Date fiind două obiecte x şi y din **L**, spunem că x şi y sunt *contradictorii* ddacă pentru orice $v \in \mathbf{B}$, $v(x) = 0$, ddacă $v(y) = 1$.

Definiţia logicii

Numim o logică L orice structură $L = \langle \mathbf{L}; C_n \rangle$, unde **L** este o mulţime oarecare şi C_n o funcţie oarecare de la puterea mulţimii **L** la **L**.

Remarcă. Nu presupunem prin aceasta că funcţia C_n se supune vreunei axiome sau că **L** este o structură de un tip particular. Argumentul nostru poate fi astfel aplicat oricărui limbaj logic.

Definiţia negaţiei clasice

Dată fiind o logică $L = \langle \mathbf{L}; C_n \rangle$, despre o funcţie unară $\neg$ se spune că este o *negaţie clasică*, ddacă pentru orice $x \in \mathbf{L}$ şi $T \subseteq \mathbf{L}$,

$$x \in C_n(T), \text{ ddacă } C_n(T, \neg x) = \mathbf{L}$$

Această definiţie este echivalentă cu alte definiţii standard ale negaţiei clasice (v. Béziau, 1994).

Ne putem pune întrebarea: este negaţia clasică o relaţie a contradicţiei (i.e. o relaţie astfel încât pentru orice x, x şi $\neg x$ sunt contradictorii)? Dar contradictorii în ce sens?

Contradictorii din punctul de vedere al oricărei mulţimi de bievaluări care pot defini logica acestei negaţii, i.e. a oricărei semantici bivalente adecvate pentru această logică. Înainte de a trece la definiţia semanticii bivalente adecvate, să notăm că, drept urmare, noţiunea de contradictorie aici are sens doar dacă logica poate fi definită printr-o mulţime de bievaluări. Acesta este cazul unei clase largi de logici, inclusiv a celor mai multe logici polivalente (în legătură cu acest subiect, vezi da Costa şi Béziau, 1994).

Să notăm şi că teorema pe care o vom demonstra mai jos are sens doar dacă suntem în cazul logicilor care pot fi definite printr-o mulţime de bievaluări, dar că demonstraţia teoremei nu depinde de nici o axiomă particulară pentru C_n.

Definiţia semanticii bivalente adecvate

Dată fiind o logică $L = <\mathbf{L};C_n>$, o mulţime de funcţii **B** de la **L** la $\{0,1\}$ este numită o *semantică bivalentă adecvată*, ddacă pentru orice $x \in \mathbf{L}$ şi $T \subseteq \mathbf{L}$:

$x \in C_n(T)$, ddacă pentru orice $v \in \mathbf{B}$,
dacă $v(y) = 1$ pentru orice $y \in T$, atunci $v(x) = 1$.

Teoremă

$\neg$ este o negaţie clasică (într-o logică dată **L**) dacă pentru orice x, x şi $\neg x$ sunt contradictorii (din punctul de vedere al oricărei semantici bivalente adecvate pentru **L**).

Demonstraţie. Să presupunem că pentru orice x, x şi $\neg x$ sunt contradictorii şi că $\neg$ nu este negaţia clasică.

1) Există x, T şi y, astfel încât $x \in C_n(T)$ şi $y \notin C_n(T, \neg x)$. Dacă $y \notin C_n(T, \neg x)$, atunci există v astfel încât $v(T)=1$, $v(\neg x)=1$, $v(y)=0$. Dar dacă $x \in C_n(T)$ şi $v(T) = 1$, atunci $v(\neg x) = 1$. Prin urmare, x şi $\neg x$ nu sunt contradictorii, deoarece pot fi împreună adevărate.

2) Există x şi T astfel încât $x \notin C_n(T)$ şi $C_n(T, \neg x) = \mathbf{L}$. Dacă $x \notin C_n(T)$, atunci există v astfel încât $v(T) = 1$ şi $v(x) = 0$. Acum, să presupunem că $v(\neg x) = 1$; atunci $x \notin C_n(T, \neg x)$, ceea ce este absurd, datorită faptului că $C_n(T, \neg x) = \mathbf{L}$. Prin urmare, $v(\neg x) = 0$. Deci x şi $\neg x$ nu sunt contradictorii, deoarece pot fi împreună false.

Remarcă. Reciproca acestei teoreme este falsă. Se poate demonstra (cu ajutorul unor ipoteze suplimentare neînsemnate) că dacă $\neg$ este o negaţie clasică, atunci pentru orice x, x şi $\neg x$ sunt contrare, dar nu se poate demonstra că x şi $\neg x$ sunt subcontrare. Un contraexemplu este următorul: ca un corolar al unui rezultat general, mulţimea de funcţii caracteristice ale mulţimilor de formule închise deductiv este o semantică bivalentă adecvată pentru logica clasică. Dar este clar că, date fiind două formule atomice a şi b, $a \notin C_n(b)$ şi $\neg a \notin C_n(b)$.

Corolar

Dată fiind o negaţie paraconsistentă $\neg$ (într-o logică L), x şi $\neg x$ nu pot fi contradictorii pentru orice x (din punctul de vedere al oricărei semantici bivalente pentru L).

Cu alte cuvinte: o negaţie paraconsistentă nu poate fi o relaţie a contradicţiei din punctul de vedere al propriei sale semantici (şi acelaşi lucru este valabil, desigur, pentru negaţia intuiţionistă, negaţia lui Curry, negaţia lui Johansson etc.).

Nu am dat o definiţie precisă a negaţiei paraconsistente şi de fapt nu există o definiţie uniformă, dar pentru a infera *corolarul* din *teoremă*, avem nevoie să presupunem doar că o negaţie paraconsistentă este diferită de negaţia clasică. Aşadar, dacă luăm în considerare respingerea lui *ex contradictione sequitur quodlibet*, $C_n(T, a, \neg a) = \mathbf{F}$, ca o condiţie necesară pentru ca o negaţie să fie paraconsistentă, aceasta este suficient pentru a obţine *corolarul*.

6. Concluzie

În lumina rezultatelor de mai sus, a spune că o negaţie nu este negaţie pentru că nu este o relaţie a contradicţiei înseamnă numai a spune că o negaţie nu este negaţie pentru că nu este o negaţie clasică, deoarece doar negaţia clasică este o relaţie a contradicţiei.

A enunţa, fără argumentare, că doar negaţia clasică este o negaţie şi a pretinde astfel că negaţiile paraconsistente nu sunt negaţii înseamnă numai a face o afirmaţie tautologică fără nici o valoare filosofică.

Dar adevărata discuţie nu se reduce la un astfel de punct trivial. Chestiunea este de a şti care sunt proprietăţile negaţiei clasice compatibile cu respingerea *ex contradictione sequitur quodlibet*, respingere care reprezintă baza negaţiei paraconsistente (în legătură cu acest subiect, vezi Béziau, 2000).

De fapt, logica paraconsistentă a arătat că o „negaţie" paraconsistentă poate avea unele proprietăţi puternice, că, de exemplu, nu se reduce la un simplu operator modal şi că poate avea sens să se utilizeze cuvântul „negaţie" în contextul paraconsistenţei într-un fel similar celui în care poate avea sens să se vorbească despre „negaţie intuiţionistă" sau despre „negaţia lui Johansson".

În plus, evident, înţelesul cuvântului „negaţie" în limbajul natural nu se reduce la înţelesul negaţiei clasice a logicii clasice şi nimeni nu a încercat până acum să interzică utilizarea acestui cuvânt în limbajul natural.

În fine, o modalitate posibilă de a considera că o negaţie paraconsistentă (sau o altă negaţie non-clasică) este o relaţie a contradicţiei, în pofida rezultatului nostru negativ din secţiunea 4), este aceea de a modifica definiţia pentru relaţia contradicţiei şi a spune că două formule a şi b sunt contradictorii ddacă una dintre ele este „negaţia" celeilalte.

Desigur, aceasta poate conduce la non-sens, dacă ne ocupăm de ceva ce nu are nimic de a face cu negaţia. Dar dacă modificăm în chip rezonabil înţelesul cuvântului „negaţie", are sens să modificăm corespunzător înţelesul cuvântului „contradictorii".

Se pare că aceasta este opţiunea pe care a făcut-o acum Priest, după ce i-am prezentat criticile de faţă la adresa articolului său şi al lui Routley.

Este demn de subliniat că, din acest punct de vedere, negaţia **LP** a lui Priest nu prezintă nici o superioritate faţă de negaţia $\mathbf{C}_1$ a lui da Costa sau faţă de alte negaţii paraconsistente.

Bibliografie

[1] BÉZIAU, J.-Y. – „Théorie législative de la négation pure", *Logique et Analyse*, **147–148**, pp.209–225, 1994.

[2] BÉZIAU, J.-Y. – „What is many-valued logic?", în *Proceedings of the 27th International Symposium on Multiple-Valued logic*, IEEE Computer Society, Los Alamitos, pp.117–121, 1997.

[3] **Beziau, J.-Y.** – *What is paraconsistent logic?*, în *Frontiers in paraconsistent logic*, D.Batens et al. (editori), Research Studies Press, Baldock, pp.95–111, 2000.

[4] **Blair, H. A., Subrahmanian, V. S.** – „Paraconsistent logic programming", *Theoretical Computer Science*, **68**, pp.135–153, 1989.

[5] **da Costa, N. C. A.** – „Calculs propositionnels pour les systèmes formels inconsistants", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **257**, pp. 3790–3793, 1963.

[6] **da Costa, N. C. A., Alves, E. H.** – „Une sémantique pour le calcul C_1", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, **238A**, pp.729–731, 1976.

[7] **da Costa, N. C. A., Béziau, J.-Y.** – „Théorie de la valuation", *Logique et Analyse*, **146**, pp.95–117, 1994.

[8] **Kneale, W., Kneale, M.** – *The development of logic*, Clarendon Press, Oxford, 1962.

[9] **Loparić, A., da Costa, N. C. A.** – „Paraconsistency, paracompleteness and valuations", *Logique et Analyse*, **106**, pp.119–131, 1984.

[10] **Malinowski, G.** – *Many-valued logics*, Clarendon Press, Oxford, 1993.

[11] **Malinowski, G.** – *Inferential many-valuedness*, în *Philosophical logic in Poland*, J. Wolenski (eds.), Kluwer, Dordrecht, pp.75–84, 1994.

[12] **Parsons, T.** – *The traditional square of oppositions*, Stanford Encyclopedia of Philosophy, http://plato.stanford.edu, 1997.

[13] **Priest, G.** – „Logic of paradox", *Journal of Philosophical Logic*, **8**, pp.219–241, 1979.

[14] **Priest, G., Routley, R.** – *Systems of paraconsistent logic*, in *Paraconsistent logic: Essays on the inconsistent*, Philosophia Verlag, München, pp.151–186, 1989.

[15] **Slater, B. H.** – „Paraconsistent logics?", *Journal of Philosophical logic*, **24**, pp.451–454, 1995.

Mulţumiri

Doresc să mulţumesc lui Newton C. A. da Costa, G. Priest şi B. H. Slater pentru discuţii şi comentarii.

ntuiţionism, paraconsistenţă, contrarietate şi subcontrarietate

Dumitru GHEORGHIU

1. Introducere

Secolul al XX-lea a cunoscut o puternică dezvoltare a unor sisteme logice numite „non-clasice", „deviante" sau chiar „heterodoxe". Prin aceşti termeni s-a intenţionat să se sugereze că sistemele respective se îndepărtează de unele principii şi supoziţii ale logicii clasice (**LC**), realizând în acest fel o mai strânsă apropiere de practica inferenţială umană, comună sau ştiinţifică, ale cărei canoane nu sunt (întotdeauna) redate adecvat de **LC**.

Heterodoxia sistemelor logice nu este o chestiune de *da sau nu*, ci o chestiune de grad[1]. Astfel, unele sisteme non-clasice pretind un grad atât de înalt de heterodoxie încât l-au făcut pe Quine să susţină că „În aceasta constă, evident, situaţia grea a logicianului deviant: atunci când încearcă să nege doctrina [clasică], el nu face altceva decât să schimbe subiectul"[2]. Printre cele mai heterodoxe sisteme non-clasice se află logica intuiţionistă şi logicile paraconsistente, care contestă unele supoziţii şi principii de bază ale **LC**.

Orice sistem logic poate fi considerat o „teorie" a *logicii* sau, altfel spus, o teorie despre structura normelor care guvernează raţionarea „bună"[3]. În calitate de teorie, un sistem logic nu trebuie să fie evaluat în termenii „adevărului" sau „falsului", ci, în principal, în termenii gradului de adecvare la ceea ce s-a intenţionat să se ordoneze şi să se sistematizeze prin sistemul respectiv. În acest sens, nu cred că **LC** este o logică specială care ar constitui necondiţionat un sistem privilegiat în raport cu raţionalitatea umană şi nici că logicile heterodoxe schimbă *acest* subiect. În plus, împărtăşesc unele dintre presupoziţiile şi argumentele

---

[1] Quesada, 1989, p. 360.

[2] Quine, 1970, p. 81.

[3] Acest punct de vedere a fost exprimat încă în Nagel, 1944. Distincţia dintre sistemele logice în calitate de teorii şi entităţile modelate de acestea a fost puternic apărată în anii din urmă de Graham Priest (v., de pildă, Priest, 1987).

epistemologice sau general-filosofice ale heterodoxiei în logică, în special ale adepţilor paraconsistenţei. Cred, însă, că logicile heterodoxe menţionate nu răspund deplin intenţiilor celor care le-au creat şi, în particular, cred că aceste sisteme schimbă subiectul în privinţa unor constante logice, în special în privinţa negaţiei. În partea „negativă" a acestui studiu, pornind de la unele idei formulate de doi reprezentanţi de seamă ai paraconsistenţei, Graham Priest şi Richard Routley, argumentez că, prin contrast cu negaţia clasică, nici negaţia intuiţionistă, nici negaţia din sistemul paraconsistent C_1 (Newton C.A. da Costa) nu sunt operatori ai contradicţiei. Pe această bază, în cea de-a doua parte, cea „pozitivă", prezint o modalitate în care **LC** de ordinul zero poate fi extinsă pentru a cuprinde noţiunile de negaţie contrară şi negaţie subcontrară şi astfel pentru a capta mai multe principii ale adevărului logic.

2. Negaţia în logica propoziţională clasică

După cum se ştie, în **LC**, mulţimea valorilor logice acceptate este $V = \{1, 0\}$ (principiul bivalenţei pentru **LC**) în care, prin convenţie, cu „1" se notează valoarea logică *adevărat*, iar cu „0" valoarea logică *fals*, o evaluare v este o aplicaţie de la mulţimea formulelor de ordinul zero ale **LC** la V, iar negaţia, notată aici cu „~", este definită prin următoarele condiţii semantice:

(1a) $v(\sim p) = 1$, ddacă $v(p) = 0$

(1b) $v(\sim p) = 0$, ddacă $v(p) = 1$

(1a) şi (1b) sunt analoge structural condiţiilor semantice ale contradictoriei unei propoziţii: *contradictoria Q a unei propoziţii P este adevărată ddacă propoziţia P este falsă şi este falsă ddacă propoziţia P este adevărată.*

Între negaţia clasică şi contradictoria unei propoziţii se pot evidenţia şi alte analogii structurale. Mai întâi, conform condiţiilor semantice ale contradictoriei Q a unei propoziţii P, $P \& Q$ este cu necesitate falsă („logic falsă") şi $P \vee Q$ este cu necesitate adevărată („logic adevărată")[4], iar conform condiţiilor semantice (1a) şi (1b), în aceeaşi evaluare v, p şi $\sim p$ nu iau împreună valoarea 1, formula $p \& \sim p$ fiind inconsistentă („logic falsă"), şi nu iau împreună valoarea 0, formula $p \vee \sim p$ fiind tautologică („logic adevărată"). În plus, negaţia clasică este un operator verifuncţional, valoarea logică a unei formule $\sim A$ depinzând exclusiv de valoarea logică a formulei A, iar relaţia de contradicţie reciprocă este, de asemenea, verifuncţională, deoarece valoarea logică a contradictoriei Q a unei propoziţii P depinde exclusiv de valoarea logică a propoziţiei P. Apoi, conform legii clasice $\sim\sim p \equiv p$, negaţia clasică a negaţiei clasice a lui p este echivalentă logic cu p, iar

[4] Priest şi Routley, 1989a, p. 165.

contradictoria contradictoriei unei propoziţii este echivalentă logic cu propoziţia respectivă. În fine, după cum se ştie, în LC este valabilă teorema înlocuirii formulelor echivalente logic. Despre o logică în care loc această teoremă se spune că este *auto-extensională*[5]. Ca efect al acestei teoreme, negaţia clasică are un comportament auto-extensional, căci pentru oricare două formule *A* şi *B*, dacă *A* este echivalentă logic cu *B*, atunci ~*A* şi ~*B* sunt echivalente logic, or dacă două propoziţii sunt echivalente logic, contradictoriile acestora sunt echivalente logic. Rezultă că negaţia clasică poate fi tratată ca un operator care formează contradictoria unei formule, pe scurt, ca un *operator al contradicţiei* sau, altfel spus, ca o *negaţie contradictorie*, astfel că LC poate fi văzută ca o formalizare a noţiunii de contradictorie a unei propoziţii.

Înainte de a trece la examinarea negaţiilor din sistemele heterodoxe menţionate, să notăm că, tot prin analogie cu contradictoria unei propoziţii, inconsistenţa formulei *p* & ~*p* a fost asimilată cu *principiul noncontradicţiei* în formularea potrivit căreia o propoziţie şi contradictoria sa nu pot fi împreună adevărate, iar caracterul tautologic al formulei *p* v ~*p* a fost asimilat cu *principiul terţului exclus* în formularea conform căreia este adevărată o propoziţie sau contradictoria sa, a treia posibilitate – anume ca nici propoziţia, nici contradictoria sa să nu fie adevărate – fiind exclusă[6].

3. Negaţia în logica intuiţionistă

Termenul „logică intuiţionistă" desemnează, pe de o parte, principiile raţionării logice acceptate şi folosite de matematicianul olandez Luitzen Egbertus Jan Brouwer în dezvoltarea matematicii sale intuiţioniste şi, pe de altă parte, sistemul axiomatic propus de logicianul olandez Arend Heyting, pentru a formaliza principiile avute în vedere de Brouwer.

În filosofia matematicii şi a logicii a devenit *locus communis* opinia conform căreia Brouwer respingea folosirea principiului clasic al terţului exclus în raport cu mulţimile infinite, deşi nu contesta aplicabilitatea sa la mulţimi finite[7]. După cum se ştie, Brouwer respingea realismul (platonismul) matematic, conform căruia entităţile matematice au o existenţă extra-mentală independentă, iar o ipoteză matematică poate fi adevărată „în sine", independent de demonstraţia prin care este confirmată. În concepţia (neo)intuiţionistă, entităţile matematice sunt constructe mentale fără o existenţă ideală independentă, matematica este o activitate în care propoziţiile sunt demonstrate prin construcţii mentale, iar o propoziţie matematică este adevărată doar dacă există o demonstraţie a acesteia.

---

[5] Această terminologie a fost introdusă în Wójcicki, 1988.

[6] Justificarea acestei interpretări a celei de a treia posibilităţi în formularea principiului terţului exclus poate fi găsită în Gheorghiu D., 1995.

[7] „Ceea ce caracterizează pe Brouwer mai întâi de toate este respingerea principiului logic al terţului exclus atunci când se aplică mulţimilor infinite" (Beker, 1968, p. 361).

Examinarea textelor arată că în acest cadru conceptual[8], Brouwer avea în vedere unele formulări foarte personale referitoare la propoziţii despre entităţi matematice, pe care le numea „principiul terţului exclus“ sau „principiul simplu al terţului exclus“ şi pe care le critica, iar nu principiul clasic al terţului exclus. Astfel, într-un text din 1924, Brouwer scria:

> În cadrul unui anumit „sistem principal“ finit, proprietăţile sistemelor, adică posibilităţile de aplicare a sistemelor pe alte sisteme cu corespondenţe precise între elemente, pot fi totdeauna *verificate* (sau demonstrate, sau reduse la absurd); aplicaţia datorată proprietăţii corespunzătoare posedă anume în fiecare caz numai un număr finit de posibilităţi de efectuare, dintre care fiecare poate fi efectuată în sine şi continuată fie până la terminare, fie până la o oprire. (...) Pe baza verificabilităţii de mai sus, pentru proprietăţile concepute înăuntrul unui anumit sistem finit este valabil *principiul terţului exclus*, adică principiul că fiecare proprietate este pentru fiecare sistem sau adevărată, sau imposibilă (...).[9]

Într-un text din 1940, Brouwer afirma explicit că avea în vedere o reformulare proprie a principiului terţului exclus:

> Pentru a elucida consecinţele respingerii principiului terţului exclus ca instrument pentru a descoperi adevăruri, vom reformula acest principiu în următoarea formă puţin modificată, intuiţionist mai adecvată, numită *principiul simplu al terţului exclus: orice atribuire* τ *a unei proprietăţi unei entităţi matematice poate fi judecată, adică sau demonstrată, sau redusă la absurditate.*[10]

De pildă, Brouwer arăta că pentru o submulţime finită $c_1, c_2, \ldots, c_m$ a mulţimii numerelor reale, pentru oricare dintre valorile $1, 2, \ldots, m$ ale lui v, a spune că aserţiunea c_v *este raţional* a fost (poate fi) demonstrată a fi sau adevărată sau contradictorie reprezintă o aplicare perfect legitimă a principiului; în schimb, supoziţia că pentru *toate* numerele reale c aserţiunea c *este raţional* a fost demonstrată a fi sau adevărată sau contradictorie nu poate fi susţinută, ea conduce la o contradicţie[11].

Pentru a rezuma, fie α o propoziţie despre atribuirea unei proprietăţi unei entităţi matematice. Brouwer accepta că pentru o mulţime finită de astfel de entităţi matematice este valabil următorul enunţ (în formulări uşor diferite de la un text la altul): *propoziţia* α *poate fi demonstrată* (*ca adevărată*) *sau încercarea de a*

[8] Evident, nu putem dezvolta aici cadrul conceptual al intuiţionismului matematic. Pe lângă lucrările lui Brouwer şi ale lui Heyting menţionate în bibliografia acestui articol, cititorul interesat poate consulta excelenta monografie a lui Stephan Körner, 1965, (v. cap. VI şi VII).

[9] Brouwer, 1968b, pp. 363–364. Ca şi în pasajele următoare, sublinierile aparţin autorului.

[10] Brouwer, 1974, p. 340.

[11] v. ibidem, p. 341

demonstra propoziţia α a condus la o contradicţie[12]. Brouwer considera că acest enunţ, pe care îl numea „principiul simplu al terţului exclus", nu este valabil în raport cu mulţimile infinite de entităţi matematice, deoarece presupune realizarea unor demonstraţii efective (a unor „construcţii"), ceea ce este imposibil pentru o mulţime infinită[13].

Formularea lui Brouwer este neproblematică pentru *unele* propoziţii matematice despre mulţimi finite de entităţi matematice, cum este cea din exemplul menţionat mai sus şi din alte exemple similare. Într-adevăr, între „c_v *este raţional* este o propoziţie demonstrabilă (ca adevărată)" şi „încercarea de a demonstra propoziţia c_v *este raţional* a condus la o contradicţie" nu există o a treia posibilitate. Dar Brouwer susţinea că

> Fiecare aserţiune τ a posibilităţii unei construcţii de un caracter finit delimitat într-un sistem matematic finit furnizează un caz de realizare a principiului terţului exclus, deoarece orice asemenea construcţie poate fi încercată numai într-un număr finit de căi particulare şi fiecare încercare se dovedeşte a avea succes sau a fi nereuşită într-un număr finit de paşi.[14]

Deci, dacă este vorba despre *orice* propoziţie matematică, aşa cum reiese şi din cea de-a doua formulare a lui Brouwer citată mai sus, precum şi din identificarea de către acesta a principiului terţului exclus cu principiul rezolvabilităţii oricărei probleme matematice[15], atunci „principiul simplu al terţului exclus" nu mai este valabil nici măcar pentru mulţimi finite de entităţi matematice, deoarece implică tacit o clasificare dihotomică exhaustivă a *tuturor* propoziţiilor matematice în propoziţii demonstrate sau demonstrabile în principiu ca adevărate şi propoziţii în legătură cu care încercarea de a le demonstra a condus la o contradicţie, pe scurt, propoziţii respinse. Or între *demonstrat* (*demonstrabil*) şi *respins* există o a treia posibilitate, şi anume *nedecis* (sau chiar *nedecidabil*, v. Gödel[16]), astfel că formele *α este demonstrată* şi *α este respinsă* sunt reciproc contrare, deoarece nu pot fi exemplificate uniform astfel încât să devină împreună adevărate (nici o propoziţie matematică nu este atât demonstrată, cât şi respinsă), dar pot fi exemplificate

---

[12] Pentru intuiţionişti, noţiunea de *contradicţie* este primitivă, iar termenii „contradicţie" şi „absurditate" sunt folosiţi aproape indistinct.

[13] De pildă, fie α propoziţia *Succesiunea* 0123456789 *apare în dezvoltarea zecimală a lui* π. Aplicarea „principiului simplu al terţului exclus" în acest caz ar cere sau o construcţie a dezvoltării zecimale a lui π până la apariţia succesiunii 0123456789, sau o construcţie care să arate că încercarea de a obţine această succesiune conduce la o contradicţie şi, deci, că este imposibil ca succesiunea să apară în dezvoltarea zecimală a lui π, or nici una, nici alta dintre variantele alternativei nu poate fi realizată, întrucât dezvoltarea zecimală a lui π este infinită. Acest exemplu formulat de Brouwer apare în Heyting (1956).

[14] Brouwer, 1974, p. 342.

[15] Brouwer ,1968a, p. 362; 1968c, p. 366.

[16] În lumina supoziţiei tacite a clasificării dihotomice exhaustive menţionată aici, este cel puţin discutabilă opinia unor autori care consideră că respingerea de către Brouwer a principiului rezolvabilităţii oricărei probleme matematice anticipează teorema lui Gödel despre indecidabilitatea sistemelor de tipul *Principia Mathematica*.

uniform astfel încât să devină împreună false (există sau pot să apară propoziţii matematice care nu sunt nici demonstrate, nici respinse). Prin urmare, formularea *orice propoziţie matematică este demonstrată sau respinsă, a treia posibilitate – anume ca propoziţia să nu fie nici demonstrată, nici respinsă – este exclusă* nu este valabilă, însă într-un mod care depăşeşte intenţiile (neo)intuiţioniştilor. Poate că nu este lipsit de importanţă să notăm că forma *a este demonstrată* are drept contradictorie forma *a nu este demonstrată*. Între *a fi demonstrat* şi *a nu fi demonstrat* nu există a treia posibilitate (şi la fel pentru fiecare dintre perechile *a fi respins – a nu fi respins*, *a fi nedecis* (*nedecidabil*) *– a nu fi nedecis* (*nedecidabil*)), ceea ce este valabil despre orice propoziţie matematică, chiar şi în raport cu mulţimi infinite de entităţi matematice. Nu trebuie uitat, însă, că din punct de vedere intuiţionist (= constructivist), forma *a nu este demonstrată* are semnificaţia „Nu am efectuat o construcţie ..." şi, ca atare, nu este negaţia *matematică* a formei *a este demonstrată* sau, altfel spus, nu aparţine unei teorii intuiţioniste, ci unui metalimbaj folosit pentru a descrie o astfel de teorie[17].

Sistemul axiomatic de logică intuiţionistă al lui Heyting se conformează programului brouwerian de reconstrucţie a matematicii[18]. Limbajul sistemului conţine simboluri pentru propoziţii – a, b, c, ..., – precum şi operatorii primitivi $\neg$ („negaţie"), $\wedge$ („conjuncţie") $\vee$ („disjuncţie") şi $\supset$ („implicaţie"). Operatorul $\supset\subset$ („echivalenţă") este definit în mod obişnuit ca $(a \supset b) \wedge (b \supset a)$. Întrucât formula $a \vee \neg a$ nu este demonstrabilă în acest sistem, se consideră că logica intuiţionistă este logica clasică fără *legea terţului exclus*, expresie care trimite la tautologia clasică $p \vee {\sim}p$. După cum vom vedea, renunţarea la teza $a \vee \neg a$ corespunde respingerii „principiului clasic al terţului exclus" de către Brouwer. Să observăm mai întâi că absenţa ca teoremă a formulei $a \vee \neg a$ impune renunţarea la alte elemente care au un analog formal în **LC** şi care ar permite derivabilitatea sa. Astfel, $\neg\neg(a \vee \neg a)$ este teoremă în sistemul lui Heyting. Din punct de vedere clasic, din ${\sim}{\sim}(p \vee {\sim}p)$ putem infera $p \vee {\sim}p$, pe baza teoremei eliminării dublei negaţii, ${\sim}{\sim}p \supset p$, dar $\neg\neg a \supset a$ nu este o teoremă intuiţionistă. De asemenea, pe lista teoremelor intuiţioniste se află formula $\neg(a \wedge \neg a)$. Din punct de vedere clasic, din ${\sim}(p \ \& \ {\sim}p)$ putem infera pe $p \vee {\sim}p$, folosind o parte a uneia dintre legile lui de Morgan, ${\sim}(p \ \& \ q) \supset ({\sim}p \vee {\sim}q)$, teorema ${\sim}{\sim}p \equiv p$ şi comutativitatea disjuncţiei, dar nici formula $\neg(a \wedge b) \supset (\neg a \vee \neg b)$ nu este teoremă intuiţionistă. În fine, $a \supset a$

[17] Heyting, 1956. Pentru comentarii în această privinţă, v. Shramko, 1999.

[18] După cum se ştie, prin contrast cu logicismul, Brouwer considera că logica nu este şi nu poate constitui fundamentul matematicii, matematica fiind, de fapt, o sursă de principii logice. În consecinţă, „Intuiţionistul nu se ocupă cu logica în general, ci numai cu logica matematicii, adică «logica matematică» nu cu sensul de logică generală matematizată, ci de formulare de principii întrebuinţate în activitatea de construcţie matematică. Deşi intuiţioniştii au produs sisteme formale care pot fi şi au fost obiecte ale cercetării metamatematice, aceste sisteme sunt privite de ei ca subproduse lingvistice ale activităţii «esenţialmente independentă de limbaj» a matematicii şi având mai ales valoare pedagogică." (Körner, op. cit., p. 173). Oricum, Brouwer a acceptat sistemul lui Heyting „ca un rezumat corect al principiilor logice utilizate în matematica intuiţionistă" (Kneale, 1975, p. 314).

teoremă intuiționistă, iar din punct de vedere clasic, din $p \supset p$ putem infera teorema $p \vee \sim p$, pe baza tezei $(p \supset q) \supset (\sim p \vee q)$ și a comutativității disjuncției, dar formula $(a \supset b) \supset (\neg a \vee b)$, nu este o teoremă intuiționistă. În general, prin contrast cu situația clasică în care operatorii &, $\vee$ și $\supset$ pot fi exprimați unul prin celălalt folosind negația, logica intuiționistă se caracterizează prin independența constructivă a operatorilor corespunzători[19].

Să ne întoarcem acum la principala problemă pusă în discuție în legătură cu logica intuiționistă. După cum am văzut, inconsistența formulei p & $\sim p$ și caracterul tautologic al formulei $p \vee \sim p$ dau un temei pentru caracterizarea negației clasice ca operator al contradicției. În logica intuiționistă, *a*, *b*, *c*, ... sunt simboluri pentru propoziții matematice. Asertarea intuiționistă a unei propoziții matematice, *a*, are semnificația existenței unei construcții care arată că propoziția *a* este demonstrată, asertarea negației unei propoziții matematice, $\neg a$, are semnificația existenței unei construcții care arată că presupunerea că propoziția *a* este demonstrată conduce la o contradicție sau, altfel spus, că propoziția este respinsă[20], asertarea unei conjuncții $a \wedge b$ semnifică faptul că ambii săi membri sunt (pot fi) asertați, iar asertarea unei disjuncții, $a \vee b$, semnifică faptul că cel puțin unul dintre membrii săi este (poate fi) asertat[21]. Conform acestei interpretări, *a* și $\neg a$ nu pot fi împreună asertate, ceea ce arată că $a \wedge \neg a$ are statutul unei formule inconsistente, dar există sau pot fi formulate propoziții matematice pentru care nu dispunem nici de o demonstrație, nici de o construcție care să arate că încercarea de a le demonstra conduce la o contradicție, ceea ce justifică absența ca teoremă a formulei $a \vee \neg a$. Priest și Routley consideră că „este plauzibil ca negația intuiționistă să fie privită ca un operator al contrarietății (*a contrary-forming operator*), mai curând decât unul al contradicției (*contradictory-forming*)"[22]. Cei doi autori justifică această caracterizare tot pe baza unei analogii structurale: dacă propozițiile *P* și *Q* sunt reciproc contrare, *P* & *Q* este cu necesitate falsă („logic falsă"), iar $P \vee Q$ nu este cu necesitate adevărată. Tocmai trăsătura negației intuiționiste de a fi, sub acest aspect, un operator al contrarietății mai curând decât unul al contradicției face, în primul rând, ca sistemul lui Heyting să fie adecvat

---

[19] Drept urmare, la fel stau lucrurile cu $\forall$ și $\exists$. Și mai general, după cum a remarcat Kurt Gödel, logica intuiționistă distinge formule care sunt echivalente logic în **LC**. Această trăsătură, precum și echiconsistența logicii intuiționiste cu **LC** l-au făcut pe logicianul austriac să considere că logica intuiționistă este *mai bogată* decât **LC**. Discuția asupra acestei probleme depășește cadrul propus pentru studiul de față.

[20] De notat că, întrucât asertarea unei propoziții matematice, inclusiv a unei negații, este echivalentă din punct de vedere intuiționist cu efectuarea unei construcții, „intuiționistul radical cere o matematică și o logică lipsite total de negație". (Körner, op. cit., p. 175). Într-o astfel de logică, negația poate fi redată în diferite moduri, de pildă pe baza noțiunii primitive de *contradicție*, Λ, luând $\neg a =_{df} a \supset \Lambda$, sau luând ca noțiune primitivă *falsul*, *f* și considerând $\neg a =_{df} a \supset f$.

[21] De notat că din teoremele logicii intuiționiste care conțin operatorii $\wedge$ și $\vee$ rezultă că se păstrează proprietățile de bază ale conjuncției și disjuncției clasice: idempotența, comutativitatea, asociativitatea, contragerea conjuncției și extinderea disjuncției.

[22] Priest și Routley, 1989a, p. 176.

programului brouwerian de reconstrucţie a matematicii, dar iarăşi, într-un mod care depăşeşte intenţiile intuiţioniştilor.

Negaţia intuiţionistă nu este, deci, negaţia clasică. Această concluzie este sprijinită şi de împrejurarea că $\neg\neg a \supset a$ nu este o teoremă intuiţionistă. În plus, să observăm că negaţia intuiţionistă nu are un comportament auto-extensional. De pildă, în sistemul lui Heyting, formula $\neg(a \vee b) \supset\subset (\neg a \wedge \neg b)$ este teoremă, dar $\neg\neg(a \vee b) \supset\subset \neg(\neg a \wedge \neg b)$ nu este demonstrabilă.

Comportamentul non-auto-extensional al negaţiei intuiţioniste ar putea fi invocat în sprijinul considerării acesteia ca un operator al contrarietăţii, căci nu în toate cazurile, dacă două propoziţii sunt echivalente logic, o contrară a uneia dintre propoziţii este echivalentă logic cu o contrară a celeilalte. De pildă, propoziţiile „Triunghiul *ABC* este echiangular" şi „Triunghiul *ABC* este echilateral" sunt echivalente logic; o contrară a primei propoziţii este „Triunghiul *ABC* este dreptunghic", o contrară a celei de-a doua propoziţii este „Triunghiul *ABC* este isoscel" şi ultimele două propoziţii nu sunt echivalente logic. La fel stau lucrurile şi pentru propoziţiile categorice. De pildă, propoziţiile „Nici un logician nu este fumător" şi „Nici un fumător nu este logician" sunt echivalente logic; o contrară a primei propoziţii este „Toţi logicienii sunt fumători", o contrară a celei de-a doua propoziţii este „Toţi fumătorii sunt logicieni" şi ultimele două propoziţii nu sunt echivalente logic.

Să observăm, însă, că sistemul lui Heyting nu poate fi considerat sub *toate* aspectele ca o formalizare a noţiunii de contrară a unei propoziţii. În acest sistem, formula $a \supset \neg\neg a$ este teoremă, or implicaţia logică de la o propoziţie la contrara contrarei sale (dacă o putem găsi) nu are loc în toate cazurile. Fie, de pildă, propoziţia „Triunghiul *ABC* este echiangular"; o contrară a sa este „Triunghiul *ABC* este dreptunghic", această propoziţie are drept contrară pe „Triunghiul *ABC* este obtuzunghic" şi prima propoziţie nu implică logic pe cea de-a treia. Exemplificând pentru propoziţii categorice, fie propoziţia „Nici un fumător nu este logician"; o contrară a sa este „Nici un logician nu este nefumător", această propoziţie are drept contrară pe „Toţi nefumătorii sunt logicieni" şi prima propoziţie nu implică logic pe cea de-a treia.

4. Negaţia în sistemul paraconsistent C_1

În 1976, la cel de al treilea Simpozion Latino-American de Logică Matematică, filosoful peruan F. Miró Quesada propunea ca termenul „paraconsistenţă" (literal, *dincolo de consistenţă*) să fie aplicat la studiul teoriilor inconsistente, dar netriviale. O teorie, în cel mai larg înţeles al acestui cuvânt, este inconsistentă în cazul în care conţine sau implică cel puţin o pereche de propoziţii reciproc inconsistente (reciproc contradictorii sau reciproc contrare) şi este netrivială dacă nu acceptă orice propoziţie formulată în limbajul teoriei. Logicile

paraconsistente au fost create cu intenția a fi utilizate în calitate de structuri deductive în analiza/fundamentarea teoriilor inconsistente, dar netriviale.

Printre schemele de inferență autorizate de relația de consecință logică clasică, se află și *ex contradictione quodlibet* (*ECQ*): $\{p, \sim p\} \vDash_{LC} q$. Am văzut că negația clasică poate fi tratată ca un operator care formează contradictoria unei formule. Astfel, conform *ECQ*, orice formulă *B* este consecință logică dintr-o pereche de formule contradictorii *A* și ~*A*. De aceea, adepții paraconsistenței califică relația de consecință logică clasică drept *explozivă* – pe baza acestei relații, o pereche de formule contradictorii „explodează“ într-un șir potențial infinit de formule – și apreciază că folosirea unei logici explozive[23] la analiza/ fundamentarea teoriilor inconsistente netriviale conduce la acceptarea oricărui enunț formulat în limbajul teoriei sau, altfel spus, la trivializarea acestora, or unele dintre aceste teorii sunt apreciate ca interesante și importante[24]. O relație de consecință logică este numită *paraconsistentă*, ddacă nu este explozivă, iar o logică este numită *paraconsistentă*, ddacă relația sa de consecință logică este paraconsistentă[25]. Prin urmare, o logică paraconsistentă trebuie să respingă *ECQ* și astfel să permită analiza/ fundamentarea mulțimilor de propoziții inconsistente în raport cu care se dorește să se tragă concluzii păstrându-se controlul asupra acestora. Printre exemplele predilecte oferite de adepții paraconsistenței se află teoria naivă a mulțimilor, semantica naivă, unele versiuni ale calculului infinitezimal și ale fizicii cuantice, diferite teorii filosofice, constituții și alte documente legale, informațiile dintr-o bază de date a unui computer ș.a.[26]. În al doilea rând, unii susținători ai paraconsistenței consideră că supoziția conform căreia contradicțiile logice sunt inacceptabile trebuie să fie eliminată; contradicțiile logice ar fi *uneori* acceptabile, și anume în cazul teoriilor inconsistente netriviale.

Newton C.A. da Costa a propus o ierarhie de calcule logice paraconsistente $C_1, \ldots, C_\omega$. Sistemele lui da Costa au fost expuse inițial axiomatic, după care a fost elaborată o semantică bivalentă pentru aceste sisteme, din care rezultă că orice C_n ($1 \leq n < \omega$) este justificat, complet și decidabil[27]. Considerațiile următoare se referă la sistemul C_1, rezultatele putând fi extinse și la celelalte calcule din ierarhie.

Fragmentul propozițional al limbajului C_1 constă dintr-o mulțime infinită numărabilă de litere propoziționale și din operatorii ¬ („negație“), & („conjuncție“), ∨ („disjuncție“), ⊃ („implicație“) și ≡ („echivalență“). Literele *A*, *B*, *C* etc. sunt folosite în calitate de variabile metalingvistice pentru formule (regulile de

[23] În concepția autorilor menționați, logica clasică nu este singura logică explozivă. Logica intuiționistă, de pildă, este apreciată ca fiind explozivă, întrucât formula $(a \wedge \neg a) \supset b$ este teoremă intuiționistă, cu toate că, la rigoare, această formulă nu poate fi calificată drept forma implicațională a *ECQ*, așa cum este clasica $(p \wedge \sim p) \supset q$, ci mai curând o formă de *ex contrarie quodlibet*.

[24] Priest și Routley, 1984, p. 4.

[25] Priest și Routley, 1989a, p. 151.

[26] Priest și Routley, 1989a – secțiunile 1.1 și 1.2; 1989b și 1989c – studii traduse în volumul de față.

[27] Newton C.A.da Costa și Alves, 1977. Am folosit aici „justificat“ ca echivalent al termenului din limba engleză „*sound*“; un sistem axiomatic este justificat (*sound*) dacă satisface *metateorema justificării axiomatizării*: orice teoremă în sens sintactic este teoremă în sens semantic.

formare fiind cele obişnuite). O C_1–evaluare v este o aplicaţie de la mulţimea formulelor la mulţimea $\{1, 0\}$, în care, prin convenţie, cu 1 se notează valoarea logică *adevărat* şi cu 0 valoarea logică *fals*. Condiţiile semantice ale operatorilor &, $\vee$ şi $\supset$ sunt aceleaşi ca în **LC**, iar operatorul $\equiv$ este introdus prin definiţie în maniera obişnuită. Operatorul $\neg$ este introdus prin următoarele două condiţii semantice:

(1) $v(\neg A) = 1$, dacă $v(A) = 0$

(2) $v(A) = 1$, dacă $v(\neg\neg A) = 1$

Legea logică şi consecinţa logică au definiţii analoage cu definiţiile clasice. O formulă A este C_1-validă (lege logică în C_1), ddacă pentru orice C_1-evaluare v, $v(A) = 1$. În C_1, o formulă B este consecinţă logică a unei mulţimi de formule Σ, în simboluri $\Sigma \vDash_{C1} B$, ddacă pentru orice C_1-evaluare v, $v(A) = 0$ pentru cel puţin o formulă $A \in \Sigma$ sau $v(B) = 1$, ceea ce revine la a spune că nu există nici o C_1-evaluare v în care toate formulele din Σ să ia valoarea 1 şi B să ia valoarea 0. Acum, din condiţia semantică (1) rezultă că dacă $v(A) = 1$, atunci $v(\neg A)$ poate fi 1 sau 0, şi deci $\{A, \neg A\} \nvDash_{C1} B$, căci A şi $\neg A$ pot lua valoarea 1 în v indiferent de $v(B)$, care poate fi 0. Evident, formulele de forma $A \ \& \ \neg A$ nu sunt C_1-inconsistente, proprietate asimilată de da Costa cu respingerea principiului non-contradicţiei, în timp ce orice formulă de forma $A \vee \neg A$ este C_1–validă, căci dacă $v(A) = 1$, atunci $v(A \vee \neg A) = 1$, iar dacă $v(A) = 0$, atunci $v(\neg A) = 1$ şi, deci, $v(A \vee \neg A) = 1$.

Priest şi Routley consideră că „negaţia lui da Costa se comportă ca un operator al subcontrarietăţii (*a sub-contrary–forming operator*), iar nu ca un operator al contradicţiei“[28]. Ca şi pentru negaţia intuiţionistă, cei doi autori justifică această caracterizare pe baza unei analogii structurale: dacă P şi Q sunt reciproc subcontrare, $P \ \& \ Q$ nu este cu necesitate falsă, iar $P \vee Q$ este cu necesitate adevărată („logic adevărată“). Mai departe, tot aşa cum relaţia de subcontrarietate nu este verifuncţională, deoarece valoarea logică a unei subcontrare Q a unei propoziţii P nu depinde exclusiv de valoarea logică a propoziţiei P, negaţia lui da Costa nu este un operator verifuncţional, întrucât valoarea logică a unei formule $\neg A$ nu depinde exclusiv de valoarea formulei A. De aici, Priest şi Routley trag concluzia drastică potrivit căreia *negaţia lui da Costa nu este deloc negaţie*. Acum, această concluzie depinde de ceea ce se înţelege prin „negaţie“ într-un sistem logic şi în momentul de faţă nu există un consens asupra condiţiilor pe care trebuie să le îndeplinească un operator unar pentru a fi numit „negaţie“. Oricum, pare rezonabil să considerăm că o condiţie minimală standard în acest sens, este următoarea:

[28] Priest şi Routley, 1989a, p. 165.

Un operator unar $\neg$ este negaţie, ddacă pentru cel puţin
(CN) valoare desemnată $\top$ şi cel puţin o valoare nedesemnată $\bot$
(i) $\neg\top = \bot$ sau (ii) $\neg\bot = \top$.

Evident, prin condiţia semantică (1), negaţia lui da Costa satisface (CN) (ii). În mod clar, însă, nu este vorba despre negaţia clasică. Această concluzie este sprijinită şi de împrejurarea că, potrivit condiţiei semantice (2), formulele de forma $\neg\neg A \supset A$ sunt C_1-valide, nu şi cele de forma $A \supset \neg\neg A$. În plus, ca şi negaţia intuiţionistă, negaţia lui da Costa nu are un comportament auto-extensional. De pildă, în C_1, $A \wedge B$ şi $B \wedge A$ sunt echivalente logic, dar $\neg(A \wedge B)$ şi $\neg(B \wedge A)$ nu sunt echivalente logic, căci în cazul în care $v(A \wedge B)=v(B \wedge A)= 1$, $v(\neg(A \wedge B))$ poate fi 1 sau 0 şi la fel $v(\neg(B \wedge A))$, astfel că $\neg(A \wedge B)$ poate lua valoarea 1 şi $\neg(B \wedge A)$ poate lua valoarea 0. Operatorul lui da Costa $\neg$ este negaţie, dar, întrucât nu este un operator al contradicţiei, sistemul C_1 nu respinge *clasica* ECQ sau, altfel spus, nu formalizează ideea că dintr-o propoziţie şi contradictoria sa nu decurge orice, şi nu respinge principiul non-contradicţiei, care se referă la un raport dintre o formulă şi contradictoria sa.

Comportamentul non-auto-extensional al negaţiei lui da Costa ar putea fi invocat în sprijinul considerării acesteia ca un operator al subcontrarietăţii, căci nu în toate cazurile, dacă două propoziţii sunt echivalente logic, o subcontrară a uneia dintre propoziţii este echivalentă logic cu o subcontrară a celeilalte. De pildă, propoziţiile „Dan are cel mult vârsta lui Mihai" şi „Mihai are cel puţin vârsta lui Dan" sunt echivalente logic; o subcontrară a primei propoziţii este „Dan are cel puţin vârsta lui Mihai", o subcontrară a celei de-a doua propoziţii este „Dan şi Mihai au vârste diferite" şi ultimele două propoziţii nu sunt echivalente logic. La fel stau lucrurile şi pentru propoziţiile categorice. De pildă, „Unele pisici sunt animale blânde" şi „Unele animale blânde sunt pisici" sunt echivalente logic; o subcontrară a primei propoziţii este „Unele pisici nu sunt animale blânde", o subcontrară a celei de-a doua propoziţii este „Unele animale blânde nu sunt pisici" şi ultimele două propoziţii nu sunt echivalente logic.

Pe de altă parte, sistemul C_1 nu poate fi considerat sub *toate* aspectele ca o formalizare a noţiunii de subcontrară a unei propoziţii. Am văzut că în acest sistem, formulele de forma $\neg\neg A \supset A$ sunt C_1-valide, or implicaţia logică de la subcontrara subcontrarei unei propoziţii (dacă o putem găsi) la propoziţia respectivă nu are loc în toate cazurile. Fie, de pildă, propoziţia „Dan are cel mult vârsta lui Mihai"; o subcontrară a sa este „Dan şi Mihai au vârste diferite", această propoziţie are drept subcontrară pe „Mihai are cel mult vârsta lui Dan" şi ultima propoziţie nu implică logic pe prima. Exemplificând pentru propoziţii categorice, fie propoziţia „Unele erori sunt intenţionate"; o subcontrară a sa este „Unele erori sunt neintenţionate", o subcontrară a acestei propoziţii este „Unele acte intenţionate nu sunt erori" şi ultima propoziţie nu implică logic pe prima.

5. Negaţia contrară şi negaţia subcontrară[29]

În *Despre interpretare* (7, 17b), Aristotel scria:

> Numesc „contradictorie" afirmaţia opusă unei negaţii, când subiectul rămâne acelaşi, afirmaţia este universală, dar negaţia nu este universală. Afirmaţia „orice om este alb" este contradictoria negaţiei „unii oameni nu sunt albi", după cum tot aşa propoziţia „nici un om nu este alb" este contradictoria propoziţiei „unii oameni sunt albi". Dimpotrivă, numesc opuse contrarii afirmaţia şi negaţia când amândouă sunt universale, ca în propoziţiile „orice om este alb", „nici un om nu este alb", „orice om este drept", „nici un om nu este drept". Se vede că astfel de propoziţii nu pot fi deopotrivă adevărate, pe când opusele lor pot fi amândouă adevărate despre acelaşi subiect; de exemplu, „unii oameni nu sunt albi" şi „unii oameni sunt albi" sunt amândouă adevărate.

În acest pasaj, Aristotel distingea două tipuri de negaţie: în notaţia tradiţională, propoziţiile *O* şi *E* sunt, respectiv, *negaţiile contradictorii* ale propoziţiilor *A* şi *I* cu acelaşi subiect logic şi acelaşi predicat logic, iar propoziţiile *E* sunt *negaţiile contrare* ale propoziţiilor *A* cu acelaşi subiect logic şi acelaşi predicat logic. O propoziţie şi negaţia sa contradictorie nu pot fi împreună adevărate şi nici împreună false, în timp ce o propoziţie şi negaţia sa contrară nu pot fi împreună adevărate, dar pot fi împreună false. În privinţa relaţiei logice dintre propoziţiile *I* şi *O*, numită mai târziu „subcontrarietate", Aristotel arăta că *I* şi *O* pot fi împreună adevărate, dar nu adăuga faptul că *I* şi *O* nu pot fi împreună false, deşi acest rezultat putea fi dedus din relaţiile deja stabilite.

Am văzut că negaţia **LC** poate fi privită ca un operator care formează contradictoria unei formule. În **LC** de ordinul zero, relaţiile de contrarietate reciprocă şi subcontrarietate reciprocă pot să apară doar la nivelul perechilor de formule în care în cel puţin una dintre formule apare un operator diadic. De pildă, este uşor de verificat că pentru oricare doi atomi propoziţionali p şi q, formulele q şi $p \& \sim q$ sunt reciproc contrare, întrucât nu iau împreună valoarea 1, dar pot lua împreună valoarea 0, şi că formulele q şi $\sim p \supset \sim q$ sunt reciproc subcontrare, întrucât nu iau împreună valoarea 0, dar pot lua împreună valoarea 1. Pe de altă parte, după cum am arătat, caracterizarea negaţiei intuiţioniste ca operator al contrarietăţii şi a negaţiei lui da Costa ca operator al subcontrarietăţii trebuie să fie privite cu anumite rezerve. În cele ce urmează, prezint o modalitate simplă în care **LC** poate fi extinsă pentru a trata adecvat noţiunile de negaţie contrară şi negaţie subcontrară ca operatori monadici. Această extindere este inspirată de maniera în care este definită negaţia lui da Costa şi se bazează pe o simplificare a noţiunii de *cvasi-matrice*, introdusă în da Costa şi Alves, 1977. Prezint, de asemenea, regulile de construire a tabelelor semantice pentru formulele în care apar negaţiile contrară şi subcontrară.

---

[29] O primă versiune a materialului prezentat în această secţiune a fost publicată în Gheorghiu D., 1997.

5.1. Negația contrară

Să considerăm condițiile semantice ale contrarei unei propoziții: *contrara Q a unei propoziții P este falsă, dacă propoziția P este adevărată, iar dacă propoziția P este falsă, atunci Q poate fi sau adevărată, sau falsă, în funcție de starea de fapt la care se referă*. Prin analogie structurală cu condițiile semantice ale contrarei unei propoziții, **LC** se suplimentează cu un operator ⌝, numit *negație contrară*, ale cărui condiții semantice sunt următoarele:

Dacă $v(p) = 1$, atunci $v(\urcorner p) = 0$;

Dacă $v(p) = 0$, atunci $v(\urcorner p) = 1$ sau $v(\urcorner p) = 0$.

Conform acestor două condiții semantice, în aceeași interpretare, p și negația sa contrară $\urcorner p$ nu iau împreună valoarea 1, dar pot lua împreună valoarea 0. Negația contrară poate fi definită și printr-un cvasi-tabel de adevăr, construit după cum urmează: dacă lui p i s-a atribuit valoarea 1, atunci lui $\urcorner p$ i se atribuie valoarea 0, iar dacă lui p i s-a atribuit valoarea 0, atunci sub $\urcorner p$ se bifurcă (pe orizontală) rândul respectiv și într-o parte lui $\urcorner p$ i se atribuie valoarea 1, iar în cealaltă parte i se atribuie valoarea 0[30]. Obținem astfel următorul tabel pentru negația contrară:

p	$\urcorner p$
1	0
0	1
	0

Din acest tabel reiese și că dacă $\urcorner p$ ia valoarea 1, atunci p ia valoarea 0, iar dacă $\urcorner p$ ia valoarea 0, atunci p poate lua valoarea 1 sau valoarea 0.

După cum am văzut, conform condițiilor semantice ale unei contrare Q a unei propoziții P, $P \,\&\, Q$ este cu necesitate falsă („logic falsă"), în timp ce $P \vee Q$ nu este cu necesitate adevărată (nu este „logic adevărată"), întrucât P și Q pot fi împreună false. Pentru a constata ce statut logic au formulele analoage structural, respectiv $p \,\&\, \urcorner p$ și $p \vee \urcorner p$, vom construi un tabel cu bifurcația corespunzătoare:

p	$\urcorner p$	$p \,\&\, \urcorner p$	$p \vee \urcorner p$
1	0	0	1
0	1	0	1
	0	0	0

[30] Subliniez că apariția unei bifurcații înseamnă că lui $\urcorner p$ i se poate atribui valoarea 1 sau valoarea 0, iar nu că i se atribuie ambele valori.

După cum reiese din acest tabel, formula *p* & ⌝*p* este logic falsă, iar formula *p* ∨ ⌝*p* nu este logic adevărată. De notat că relaţia de contrarietate reciprocă nu este verifuncţională, deoarece valoarea logică a unei contrare *Q* a unei propoziţii *P* nu depinde exclusiv de valoarea logică a propoziţiei *P*, iar negaţia contrară nu este un operator verifuncţional, întrucât valoarea logică a lui ⌝*p* nu depinde exclusiv de valoarea logică a lui *p*. Apoi, folosind procedeul tabelelor cu bifurcaţii, se poate constata că formula *p* ⊃ ⌝⌝*p* nu este logic adevărată (şi nici ⌝⌝*p* ⊃ *p*), ceea ce arată că, şi sub acest aspect, ⌝*p* poate fi caracterizată ca negaţie contrară a lui *p*. În fine, negaţia contrară nu este auto-extensională: date fiind formulele echivalente logic *A* şi *B*, în cazul în care v(*A*) = v(*B*) = 0, v(⌝*A*) poate fi 1 sau 0 şi la fel v(⌝*B*), astfel că ⌝*A* poate lua valoarea 1 şi ⌝*B* poate lua valoarea 0.

5.2. Negaţia subcontrară

Să considerăm acum condiţiile semantice ale subcontrarei unei propoziţii: *subcontrara Q a unei propoziţii P este adevărată, dacă propoziţia P este falsă, iar dacă propoziţia P este adevărată, atunci Q poate fi sau adevărată, sau falsă, în funcţie de starea de fapt la care se referă.* Prin analogie structurală cu condiţiile semantice ale contrarei unei propoziţii, LC se suplimentează cu un operator ╖, numit *negaţie subcontrară*, ale cărui condiţii semantice sunt următoarele:

Dacă v(*p*) = 0, atunci v(╖*p*) = 1;

Dacă v(*p*) = 1, atunci v(╖*p*) = 1 sau v(╖*p*) = 0.

Conform acestor două condiţii semantice, în aceeaşi interpretare, *p* şi negaţia sa subcontrară ╖*p* nu iau împreună valoarea 0, dar pot lua împreună valoarea 1. Negaţia subcontrară poate fi definită şi printr-un cvasi-tabel de adevăr, construit după cum urmează: dacă lui *p* i s-a atribuit valoarea 0, atunci lui ╖*p* i se atribuie valoarea 1, iar dacă lui *p* i s-a atribuit valoarea 1, atunci sub ╖*p* se bifurcă (pe orizontală) rândul respectiv şi într-o parte lui ╖*p* i se atribuie valoarea 1, iar în cealaltă parte i se atribuie valoarea 0[31]. Obţinem astfel următorul tabel pentru negaţia subcontrară:

p	╖*p*
1	1
	0
0	1

[31] Subliniez şi aici că apariţia unei bifurcaţii înseamnă că lui ╖*p* i se poate atribui valoarea 1 sau valoarea 0, iar nu că i se atribuie ambele valori.

Din acest tabel reiese și că dacă ╖*p* ia valoarea 0, atunci *p* ia valoarea 1, iar dacă ╖*p* ia valoarea 1, atunci *p* ia valoarea 1 sau valoarea 0.

Am văzut că, potrivit condițiilor semantice ale unei subcontrare *Q* a unei propoziții *P*, *P* & *Q* nu este cu necesitate falsă (nu este „logic falsă"), întrucât *P* și *Q* pot fi împreună adevărate, în timp ce *P* ∨ *Q* este cu necesitate adevărată (este „logic adevărată"). Pentru a constata ce statut logic au formulele analoage structural, respectiv *p* & ╖*p* și *p* ∨ ╖*p*, vom construi un tabel cu bifurcația corespunzătoare:

p	╖*p*	*p* & ╖*p*	*p* ∨ ╖*p*
1	1	1	1
	0	0	1
0	1	0	1

După cum reiese din acest tabel, formula *p* & ╖*p* nu este logic falsă, iar formula *p* ∨ ╖*p* este logic adevărată. Și aici să notăm că, după cum am văzut, relația de subcontrarietate nu este verifuncțională, iar negația subcontrară, ca și negația lui da Costa, nu este un operator verifuncțional, întrucât valoarea logică a lui ╖*p* nu depinde exclusiv de valoarea logică a lui *p*. Apoi, ca și pentru negația contrară, folosind procedeul tabelelor cu bifurcații, se poate constata că ╖╖*p* ⊃ *p* nu este lege logică (și nici *p* ⊃ ╖╖*p*), ceea ce arată că și sub acest aspect, ╖*p* poate fi caracterizată ca negație subcontrară a lui *p*. În fine, negația subcontrară nu este auto-extensională: date fiind formulele echivalente logic *A* și *B*, când v(*A*)=v(*B*)=1, v(╖*A*) poate fi 1 sau 0 și la fel v(╖*B*), astfel că ╖*A* poate lua valoarea 1 și ╖*B* poate lua valoarea 0.

5.3. Relațiile dintre negațiile contradictorie, contrară și subcontrară

Următorul cvasi-tabel de adevăr prezintă relațiile formale dintre negațiile contradictorie (clasică), contrară și subcontrară:

p	˥*p*	~*p*	╖*p*	˥*p* ⊃ ~*p*	~*p* ⊃ ╖*p*	˥*p* ⊃ ╖*p*
1	0	0	1	1	1	1
			0		1	1
0	1	1	1	1	1	1
	0			1		1

După cum reiese din acest tabel, următoarele formule sunt logic adevărate (sub fiecare formulă am menționat relația propozițională cu care formula respectivă este analogă structural):

(1) ˥*p* ⊃ ~*p*

O contrară a unei propoziții implică logic contradictoria acelei propoziții

(2) $\sim p \supset \top\!\!\top p$

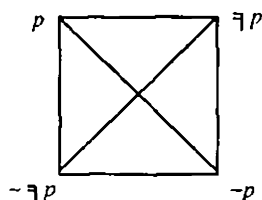
Contradictoria unei propoziţii implică logic o subcontrară a acelei propoziţii

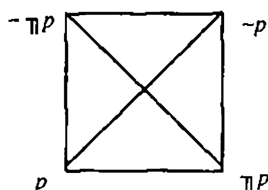
(3) $\urcorner p \supset \top\!\!\top p$

O contrară a unei propoziţii implică logic o subcontrară a acelei propoziţii

De asemenea, se poate constata că nici una dintre reciprocele formulelor (1) – (3) nu este logic adevărată, tot aşa cum nici una dintre reciprocele relaţiilor propoziţionale menţionate nu are loc[32]. Fie A şi B două formule oarecare. Dacă $A \supset B$ este logic adevărată („A implică logic B"), dar $B \supset A$ nu este logic adevărată („B nu implică logic A"), se spune că *A este mai tare ca B* şi, reciproc, că *B este mai slabă ca A*. Formulele (1), (2) şi (3) arată că, între cele trei tipuri de negaţie, negaţia contrară este cea mai tare, iar negaţia subcontrară este cea mai slabă.

Cu ajutorul cvasi-tabelelor de adevăr este uşor de verificat că, pe lângă implicaţia logică de la $\urcorner p$ la $\sim p$, p implică logic $\sim\urcorner p$, iar $\sim\urcorner p$ şi $\sim p$ sunt reciproc subcontrare. De asemenea, este uşor de verificat că, pe lângă implicaţia logică de la $\sim p$ la $\top\!\!\top p$, $\sim\top\!\!\top p$ implică logic p, iar $\sim\top\!\!\top p$ şi $\sim p$ sunt contrare reciproc. Cu alte cuvinte, au loc următoarele relaţii de tip „pătrat logic":





În continuare, voi evidenţia unele proprietăţi inferenţiale formale ale negaţiei contrare şi a celei subcontrare, luând ca reper negaţia contradictorie. În **LC**, relaţia de consecinţă logică autorizează, între altele, următoarele:

(4) $\{p \supset q, \sim q\} \vDash_{LC} \sim p$ (6) $\{p \supset q, p \supset \sim q\} \vDash_{LC} \sim p$

(5) $\{p \vee q, \sim p\} \vDash_{LC} q$ (7) $\{p \,\&\, \sim p\} \vDash_{LC} q$

---

[32] Dincolo de aspectul formal, interpretarea formulei (3) pare a ridica o problemă: putem găsi o contrară şi o subcontrară a aceleiaşi propoziţii? Iată un exemplu: propoziţiile „Nici un logician nu este nefumător" şi „Unii logicieni nu sunt nefumători" sunt, respectiv, contrara şi subcontrara propoziţiei „Sunt mai puţini logicieni fumători decât logicieni nefumători" (v. Gheorghiu, 2001, **I**, secţiunea 3.6). Oricum, deşi în această secţiune nu am în vedere propoziţiile categorice şi nici pe cele plurative, formula (3), ca şi formulele (1) şi (2), se va dovedi utilă în evidenţierea altor proprietăţi ale negaţiei contrare şi a celei subcontrare.

Fie B o formulă oarecare, $A[\sim B]$ o formulă în care apare $\sim B$, $A[\urcorner B]$ o formulă obținută din $A[\sim B]$ prin înlocuirea tuturor aparițiilor lui $\sim B$ cu $\urcorner B$ și $A[\urcorner\!\urcorner B]$ o formulă obținută din $A[\sim B]$ prin înlocuirea tuturor aparițiilor lui $\sim B$ cu $\urcorner\!\urcorner B$. Înțelegând prin „întărirea unei forme de premisă" înlocuirea unei forme de premisă $A[\sim B]$ cu forma de premisă $A[\urcorner B]$ și prin „atenuarea unei forme de concluzie" înlocuirea unei forme de concluzie $A[\sim B]$ cu forma de concluzie $A[\urcorner\!\urcorner B]$ și aplicând principiul *întărirea unei forme de premisă sau atenuarea formei concluziei păstrează validitatea*, din (4) – (7) obținem următoarele:

(8) $\{p \supset q, \urcorner q\} \vDash_{LC} \sim p$

(9) $\{p \vee q, \urcorner p\} \vDash_{LC} q$

(10) $\{p \supset q, p \supset \urcorner q\} \vDash_{LC} \sim p$

(11) $\{p \,\&\, \urcorner p\} \vDash_{LC} q$

(12) $\{p \supset q, \sim q\} \vDash_{LC} \urcorner\!\urcorner p$

(13) $\{p \supset q, p \supset \sim q\} \vDash_{LC} \urcorner\!\urcorner p$

(14) $\{p \supset q, \urcorner q\} \vDash_{LC} \urcorner\!\urcorner p$

(15) $\{p \supset q, p \supset \urcorner q\} \vDash_{LC} \urcorner\!\urcorner p$

Schemele (8) – (11) au fost obținute, respectiv, din (4) – (7) prin întărirea unei forme de premisă, schemele (12) și (13) au fost obținute, respectiv, din (4) și (6) prin atenuarea formei concluziei, iar schemele (14) și (15) au fost obținute, respectiv, din (4) și (6) prin întărirea unei forme de premisă și atenuarea formei concluziei.

Validitatea schemelor (8) – (15) se poate verifica cu ajutorul cvasi-tabelelor de adevăr, transcriind implicațional schema respectivă. Iată un exemplu pentru schema (8):

$p\ q$	$p \supset q$	$\urcorner q$	$(p \supset q) \,\&\, \urcorner q$	$\sim p$	$((p \supset q) \,\&\, \urcorner q) \supset \sim p$
1 1	1	0	0	0	1
1 0	0	1	0	0	1
		0	0		1
0 1	1	0	0	1	1
0 0	1	1	1	1	1
		0	0		1

Pe de altă parte, este ușor de văzut că $\{p \,\&\, \urcorner\!\urcorner p\} \nvDash_{LC} q$ (analog structural: *dintr-o propoziție și o subcontrară a sa nu decurge orice*).

5.4. Aplicații

Următoarele exemple ilustrează utilizarea negației contrare și a celei subcontrare în rezolvarea unor probleme privind validitatea formală a argumentelor cu propoziții compuse, în raport cu care mijloacele obișnuite ale **LC** sunt insuficiente, precum și unele particularități ale construirii cvasi-tabelelor de adevăr.

Pentru a formaliza un argument în limbajul propoziţional clasic, se stipulează o listă de corespondenţe între propoziţiile simple distincte din argument şi atomi propoziţionali distincţi şi între expresiile logice şi operatorii propoziţionali corespunzători acestora. Pentru a putea infera de la validitatea (nevaliditatea) unei scheme de argument la validitatea (nevaliditatea) argumentului care a fost formalizat, formalizarea respectivă trebuie să îndeplinească următoarea *condiţie de adecvare* (necesară): argumentul obţinut prin refacerea în sens invers a corespondenţelor stipulate în formalizare, care poate fi numit „argument recuperat", este acelaşi sau „spune" acelaşi lucru cu argumentul care a fost formalizat[33]. Să considerăm următorul argument:

(i) Dacă ai înţeles bine lecţia, atunci exerciţiile ţi se par uşoare. Exerciţiile ţi se par grele. Deci nu ai înţeles bine lecţia.

Să punem în corespondenţă pe „*p*" cu „Ai înţeles bine lecţia" şi pe „*q*" cu „Exerciţiile ţi se par uşoare". Atunci, un candidat la formalizarea argumentului (i) este schemă de argument validă

(ii) $p \supset q, \sim q \,/\, \sim p$.

Nu putem, însă, să inferăm de la validitatea schemei (ii) la validitatea argumentului (i). Înlocuind în (ii) variabilele propoziţionale prin propoziţiile respective, specificate în lista de corespondenţe, pe „⊃" cu „dacă ..., atunci ..." şi pe „~" cu „nu este cazul că", argumentul recuperat din (ii) este:

(iii) Dacă ai înţeles bine lecţia, atunci exerciţiile ţi se par uşoare. Nu este cazul că exerciţiile ţi se par uşoare. Deci nu este cazul că ai înţeles bine lecţia.

După cum se poate constata, în locul premisei „Exerciţiile ţi se par grele" din argumentul (i), în (iii) a apărut premisa „Nu este cazul că exerciţiile ţi se par uşoare", or poţi să nu apreciezi exerciţiile ca fiind uşoare fără să le apreciezi ca fiind grele, ci, să zicem, ca fiind de dificultate medie. Prin urmare, întrucât (iii) nu spune acelaşi lucru cu (i), formalizarea lui (i) prin (ii) nu este adecvată.

Să considerăm acum o listă de corespondenţe diferită, în care „*p*" corespunde cu „Ai înţeles bine lecţia", „*q*" cu „Exerciţiile ţi se par uşoare" şi „*r*" cu „Exerciţiile ţi se par grele". Atunci, un al doilea candidat la formalizarea argumentului (i) este:

(iv) $p \supset q, r \,/\, \sim p$.

Este uşor de văzut că (iv) este o formalizare adecvată. Totuşi, (iv) este o schemă nevalidă, în timp ce (i) este un argument intuitiv valid. Ca atare, deşi nici una dintre cele două formalizări nu este întru totul satisfăcătoare, cea de a doua formalizare apare ca fiind „mai puţin bună" decât prima.

---

[33] Sainsbury, 1993, capitolul 2, secţiunea 3.

În schema (iv), propozițiile „Exercițiile ți se par ușoare“ și „Exercițiile ți se par grele“ au fost luate ca fiind independente logic, or nu acesta este cazul. Pe de altă parte, inadecvarea primei formalizări a apărut datorită faptului că premisa „Exercițiile ți se par grele“ a fost redată prin „$\sim q$“, fiind astfel luată drept contradictoria propoziției „Exercițiile ți se par ușoare“, redată prin „q“, or nici acesta nu este cazul. Cele două propoziții nu pot fi împreună adevărate, dar pot fi împreună false (în cazul în care persoana în chestiune apreciază că exercițiile respective sunt de dificultate medie), deci propoziția „Exercițiile ți se par grele“ este contrara propoziției „Exercițiile ți se par ușoare“, iar nu contradictoria sa. Astfel, vom considera următoarea listă de corespondențe: „p“ – „Ai înțeles bine lecția“, „q“ – „Exercițiile ți se par ușoare“ și „⫬ q“ – „Exercițiile ți se par grele“. Conform acestor corespondențe, un al treilea candidat la formalizarea argumentului (i), care nu ar putea fi obținut cu mijloacele obișnuite ale logicii clasice, este

(v) $p \supset q$, ⫬ q / $\sim p$.

După cum am arătat în paragraful anterior, schema (v) este validă și este ușor de văzut că formalizarea care a condus la schema (v) este adecvată.

Următoarele două exemple arată că procedeul cvasi-tabelelor de adevăr nu este pur mecanic. Fie următorul argument:

(vi) Dacă matematica ți se pare ușoară, atunci logica ți se pare ușoară. Logica ți se pare de dificultate medie. Deci matematica ți se pare grea.

Cea de a doua premisă și concluzia sunt, respectiv, contrare ale consecventului și antecedentului primei premise. Astfel, (vi) se formalizează adecvat prin

(vii) $p \supset q$, ⫬ q / ⫬ p.

Următorul cvasi-tabel de adevăr arată că (vii) este o schemă nevalidă; prin urmare, argumentul (vi) este nevalid:

p q	$p \supset q$	⫬ q	$(p \supset q)$ & ⫬ q	⫬ p	$((p \supset q)$ & ⫬ $q) \supset$ ⫬ p
1 1	1	0	0	0	1
1 0	0	1	0	0	1
		0	0		1
0 1	1	0	0	1	1
				0	1
0 0	1	1	1	1	1
					0
		0	0	0	1
					1

Să observăm că în interpretarea în care v(p) = v(q) = 0, apar două bifurcaţii de care trebuie să se ţină cont în calcularea valorilor ultimului condiţional: una sub antecedent, $(p \supset q)$ & $\urcorner q$, şi una sub consecvent, $\urcorner p$. Întrucât în această interpretare, dacă antecedentul ia valoarea 1, consecventul poate lua valoarea 1 sau valoarea 0 şi dacă antecedentul ia valoarea 0, consecventul poate lua valoarea 1 sau valoarea 0, valorile pe care le ia ultimul condiţional se calculează considerând pentru antecedent şi consecvent toate cele patru combinaţii posibile, i.e. $1 \supset 1$, $1 \supset 0$, $0 \supset 1$ şi $0 \supset 0$.

În următorul argument apar două contrare ale aceleiaşi propoziţii:

(viii) Nu este aceeaşi temperatură ca ieri. Deci este mai cald ca ieri sau este mai frig ca ieri.

Propoziţiile „Este mai cald ca ieri" şi „Este mai frig ca ieri" sunt contrare ale propoziţiei „Este aceeaşi temperatură ca ieri"; punând în corespondenţă pe „$\urcorner_1 p$", „$\urcorner_2 p$" şi „p", respectiv, cu aceste trei propoziţii, argumentul (viii) se formalizează adecvat prin

(ix) $\neg p \,/\, \urcorner_1 p \vee \urcorner_2 p$

Înainte de a prezenta cvasi-tabelul de adevăr pentru (ix), să observăm că, spre deosebire de cazul propoziţiilor categorice (şi plurative), unde contrarele/subcontrarele neechivalente ale unei propoziţii sunt logic independente[34], în cazul propoziţiilor simple (atomare) care ne interesează aici, dacă o astfel de propoziţie are două contrare/subcontrare neechivalente, atunci contrarele/subcontrarele respective sunt, la rândul lor, reciproc contrare/subcontrare. Să considerăm cele trei propoziţii din (viii). Dacă „Este aceeaşi temperatură ca ieri" este adevărată, atunci celelalte două propoziţii sunt false, iar dacă „Este aceeaşi temperatură ca ieri" este falsă, atunci o contrară a sa este falsă, cealaltă fiind adevărată. Exemplificând pentru subcontrare, propoziţiile „Dan are cel puţin vârsta lui Mihai" şi „Dan şi Mihai au vârste diferite" sunt subcontrare ale propoziţiei „Dan are cel mult vârsta lui Mihai". Dacă „Dan are cel mult vârsta lui Mihai" este falsă, atunci celelalte două propoziţii sunt adevărate, iar dacă „Dan are cel mult vârsta lui Mihai" este adevărată, atunci o subcontrară a sa este adevărată, cealaltă fiind falsă. Următoarele două cvasi-tabele de adevăr sunt, respectiv, analoage structural cu cele două cazuri ilustrate aici:

p	$\urcorner_1 p$	$\urcorner_2 p$
1	0	0
0	1	0
	0	1

p	$\sqcap_1 p$	$\sqcap_2 p$
1	1	0
	0	1
0	1	1

[34] De exemplu, propoziţiile „Toţi logicienii sunt nefumători" şi „Toţi nefumătorii sunt logicieni" sunt contrare logic independente ale propoziţiei „Toţi logicienii sunt fumători", iar propoziţiile „Unii logicieni nu sunt fumători" şi „Unii fumători nu sunt logicieni" sunt subcontrare logic independente ale propoziţiei „Unii logicieni sunt fumători". Pentru detalii în această privinţă, v. Gheorghiu D., 2001, I, secţiunile 3.2 şi 3.6.

Din tabelul din stânga reiese că pentru orice pereche de formule din mulțimea $\{p, \urcorner_1 p, \urcorner_2 p\}$, formulele respective nu pot lua împreună valoarea 1, dar pot lua împreună valoarea 0, iar din tabelul din dreapta reiese că pentru orice pereche de formule din mulțimea $\{p, \rceil\!\rceil_1 p, \rceil\!\rceil_2 p\}$, formulele respective nu pot lua împreună valoarea 0, dar pot lua împreună valoarea 1.

Revenind la argumentul (viii), următorul cvasi-tabel de adevăr arată că (ix) este o schemă validă; prin urmare, întrucât formalizarea care a condus de la (viii) la (ix) este adecvată, argumentul (viii) este valid:

p	$\sim p$	$\urcorner_1 p$	$\urcorner_2 p$	$\urcorner_1 p \vee \urcorner_2 p$	$\sim p \supset (\urcorner_1 p \vee \urcorner_2 p)$
1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	1
		0	1	1	1

Aici observăm că în interpretarea în care p ia valoarea 0, apar două bifurcații de care trebuie să se țină cont în calcularea valorilor disjuncției $\urcorner_1 p \vee \urcorner_2 p$: una sub $\urcorner_1 p$, cealaltă sub $\urcorner_2 p$. Întrucât în această interpretare $\urcorner_1 p$ și $\urcorner_2 p$ nu pot lua aceeași valoare logică, valorile pe care le ia disjuncția $\urcorner_1 p \vee \urcorner_2 p$ se calculează considerând doar combinațiile $1 \vee 0$ și $0 \vee 1$. Iată un alt exemplu de același tip:

p	q	r	$\urcorner_1 r$	$\urcorner_2 r$	$p \supset \urcorner_1 r$	$q \supset \urcorner_2 r$	$p \supset \urcorner_1 r \mathbin{\&} q \supset \urcorner_2 r$
1	1	0	1	0	1	0	0
			0	1	0	1	0

Verificarea validității următorului argument face apel la negația subcontrară:

(x) Dacă Dan are cel puțin 1,80 m înălțime, atunci va fi primit în echipa de baschet a facultății. Dan are o înălțime diferită de 1,80 m și nu va fi primit în echipa de baschet a facultății. Deci Dan are cel mult 1,80 m înălțime.

Propozițiile „Dan are cel puțin 1,80 m înălțime“ și „Dan are o înălțime diferită de 1,80 m“ sunt subcontrare ale propoziției „Dan are cel mult 1,80 m înălțime“; punând în corespondență pe „$\rceil\!\rceil_1 p$“, „$\rceil\!\rceil_2 p$“, și „p“, respectiv, cu aceste trei propoziții, argumentul (x) se formalizează adecvat prin

(xi) $\rceil\!\rceil_1 p \supset q, \rceil\!\rceil_2 p \mathbin{\&} \sim q \,/\, p$

Următorul cvasi-tabel de adevăr arată că (xi) este o schemă validă; prin urmare, argumentul (x) este valid:

p q	$ⲧ_1 p$	$ⲧ_2 p$	$\sim q$	$ⲧ_1 p \supset q$	$ⲧ_2 p \,\&\, \sim q$	$(ⲧ_1 p \supset q) \,\&\, (ⲧ_2 p \,\&\, \sim q)$	$\supset$
1 1	1	0	0	1	0	0	1
						0	1
	0	1		1	0	0	1
						0	1
1 0	1	0	1	0	0	0	1
						0	1
	0	1		1	1	0	1
						1	1
0 1	1	1	0	1	0	0	1
0 0	1	1	1	0	1	0	1

5.5. Tabele semantice

În cele ce urmează, prezint regulile de construire a tabelelor semantice pentru formulele în care apar negațiile contrară și subcontrară. În aceste reguli, „$V[A]$" desemnează situația în care formula A ia valoarea *adevărat*, iar „$F[A]$" desemnează situația în care formula A ia valoarea *fals*.

α – ***reguli*** („și"):

$V_{\&}$ $\{\Gamma, V[A \,\&\, B]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[A], V[B]\}$

$F_{\vee}$ $\{\Gamma, F[A \vee B]\} \Rightarrow \{\Gamma, F[A], F[B]\}$

$F_{\supset}$ $\{\Gamma, F[A \supset B]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[A], F[B]\}$

$V_{\sim}$ $\{\Gamma, V[\sim A]\} \Rightarrow \{\Gamma, F[A]\}$

$F_{\sim}$ $\{\Gamma, F[\sim A]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[A]\}$

$V_{\urcorner}$ $\{\Gamma, V[\urcorner A]\} \Rightarrow \{\Gamma, F[A]\}$

$F_{ⲧ}$ $\{\Gamma, F[ⲧ A]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[A]\}$

β – ***reguli*** („sau"):

$F_{\&}$ $\{\Gamma, F[A \,\&\, B]\} \Rightarrow \{\Gamma, F[A]\}, \{\Gamma, F[B]\}$

$V_{\vee}$ $\{\Gamma, V[A \vee B]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[A]\}, \{\Gamma, V[B]\}$

$V_{\supset}$ $\{\Gamma, V[A \supset B]\} \Rightarrow \{\Gamma, F[A]\}, \{\Gamma, V[B]\}$

$F_{\urcorner}$ $\{\Gamma, F[\urcorner A]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[A]\}, \{\Gamma, F[A]\}$

$V_{\urcorner\!\urcorner}$ $\{\Gamma, V[\urcorner\!\urcorner A]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[A]\}, \{\Gamma, F[A]\}$

$F_{A\urcorner}$ $\{\Gamma, F[A]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[\urcorner_1 A]\}, \{\Gamma, V[\urcorner_2 A]\}$

$V_{A\urcorner\!\urcorner}$ $\{\Gamma, V[A]\} \Rightarrow \{\Gamma, V[\urcorner\!\urcorner_1 A]\}, \{\Gamma, V[\urcorner\!\urcorner_2 A]\}$

Ultimele două β–reguli se aplică, dacă este cazul, la analiza formulelor în care apar două negații contrare sau două negații subcontrare ale aceluiași atom propozițional. Noțiunile de *configurație închisă* și *tablou închis* sunt cele obișnuite.

Să considerăm condiționalul corespunzător argumentului (i),

$$((p \supset q) \,\&\, \urcorner q) \supset \sim p$$

Presupunând

$$F[((p \supset q) \,\&\, \urcorner q) \supset \sim p]$$

construim un tablou semantic după cum urmează:

1.	$\{F[((p \supset q) \,\&\, \urcorner q) \supset \sim p]\}$	
2.	$\{V[(p \supset q) \,\&\, \urcorner q], F[\sim p]\}$	1, $F_{\supset}$
3.	$\{V[p \supset q], V[\urcorner q], V[p]\}$	2, $V_{\&}$, $F_{\sim}$
4.	$\{V[p \supset q], F[q], V[p]\}$	3, $V_{\urcorner}$

În acest punct aplicăm β–regula $V_{\supset}$ la $V[p \supset q]$, construind doi descendenți ai configurației 4:

4.1 $\{F[p], F[q], V[p]\}$ 4.2 $\{V[q], F[q], V[p]\}$ 4, $V_{\supset}$

Întrucât configurațiile 4.1 și 4.2 sunt închise, tabloul este închis și deci formula analizată este logic adevărată.

Fie acum condiționalul corespunzător argumentului (vi):

$$((p \supset q) \,\&\, \urcorner q) \supset \urcorner p$$

Presupunând

$$F[((p \supset q) \,\&\, \urcorner q) \supset \urcorner p]$$

construim un tablou semantic după cum urmează:

1. $\{F[((p \supset q) \,\&\, \urcorner q) \supset \urcorner p]\}$

2. $\{V[(p \supset q) \,\&\, \urcorner q], F[\urcorner p]\}$ 1, $F_{\supset}$

3. $\{V[p \supset q], V[\urcorner q], F[\urcorner p]\}$ 2, $V_{\&}$

4. $\{V[p \supset q], F[q], F[\urcorner p]\}$ 3, $V_{\urcorner}$

Aplicăm regula $V_{\supset}$ şi construim doi descendenţi ai configuraţiei 4:

4.1 $\{F[p], F[q], F[\urcorner p]\}$ 4.2 $\{V[q], F[q], F[\urcorner p]\}$ 4, $V_{\supset}$

Configuraţia 4.2 este închisă, astfel încât continuăm analiza configuraţiei 4.1, aplicând β–regula $F_{\urcorner}$ şi construind doi descendenţi ai acestei configuraţii:

4.1.1 $\{F[p], F[q], V[p]\}$ 4.1.2 $\{F[p], F[q], F[p]\}$ 4.1, $F_{\urcorner}$

Întrucât configuraţia 4.1.2 nu este închisă, tabloul nu este închis şi deci formula analizată nu este logic adevărată.

Fie acum condiţionalul corespunzător argumentului (viii):

$$\sim p \supset (\urcorner_1 p \vee \urcorner_2 p)$$

Presupunând

$$F[\sim p \supset (\urcorner_1 p \vee \urcorner_2 p)]$$

construim un tablou semantic după cum urmează:

1. $\{F[\sim p \supset (\urcorner_1 p \vee \urcorner_2 p)]\}$

2. $\{V[\sim p], F[\urcorner_1 p \vee \urcorner_2 p]\}$ 1, $F_{\supset}$

3. $\{F[p], F[\urcorner_1 p \vee \urcorner_2 p]\}$ 2, $V_{\sim}$

4. $\{F[p], F[\urcorner_1 p], F[\urcorner_2 p]\}$ 3, $F_{\vee}$

În acest punct aplicăm β–regula $F_{A\urcorner}$ la $F[p]$, construind doi descendenţi ai configuraţiei 4:

4.1 $\{V[\urcorner_1 p], F[\urcorner_1 p], F[\urcorner_2 p]\}$ 4.2 $\{V[\urcorner_2 p], F[\urcorner_1 p], F[\urcorner_2 p]\}$ 4, $F_{A\urcorner}$

Întrucât configurațiile 4.1 și 4.2 sunt închise, tabloul este închis și deci formula analizată este logic adevărată.

În fine, tabloul semantic pentru condiționalul corespunzător argumentului (x) se construiește după cum urmează:

1. $\{F[((\urcorner_1 p \supset q) \& (\urcorner_2 p \& \sim q)) \supset p]\}$

2. $\{V[(\urcorner_1 p \supset q) \& (\urcorner_2 p \& \sim q)], F[p]\}$ 1, $F_\supset$

3. $\{V[\urcorner_1 p \supset q], V[\urcorner_2 p], V[\sim q], F[p]\}$ 2, $V_\& \times 2$

4. $\{V[\urcorner_1 p \supset q], V[\urcorner_2 p], F[q], F[p]\}$ 3, $V_\sim$

În acest punct putem aplica sau β–regula $V_\supset$ la $V[\urcorner_1 p \supset q]$, sau β–regula $V_\urcorner$ la $V[\urcorner_2 p]$. Alegând prima variantă, obținem doi descendenți ai configurației 4:

4.1 $\{F[\urcorner_1 p], V[\urcorner_2 p], F[q], F[p]\}$ 4.2 $\{V[q], V[\urcorner_2 p], F[q], F[p]\}$ 4, $V_\supset$

Configurația 4.2 este închisă, așa încât continuăm analiza configurației 4.1, la care putem aplica sau α–regula $F_\urcorner$ la $F[\urcorner_1 p]$, sau β–regula $V_\urcorner$ la $V[\urcorner_2 p]$. Întrucât prin alegerea celei de-a doua variante am obține doi descendenți ai configurației 4.1, alegem prima variantă și obținem:

4.1.1 $\{V[p], V[\urcorner_2 p], F[q], F[p]\}$

Întrucât și configurația 4.1.1 este închisă, tabloul este închis și deci formula analizată este logic adevărată.

Bibliografie

[1] **Becker, O.** – *Fundamentele matematicii*, București, Editura Științifică, 1968.

[2] **Brouwer, L. E. J.** – *Teoria intuiționistă a mulțimilor* (1920), în Becker, 1968, (1968a).

[3] **Brouwer, L. E. J.** – *Asupra semnificației terțului exclus în matematică, îndeosebi în teoria funcțiilor* (1925), în Becker, 1968, (1968b).

[4] **Brouwer, L. E. J.** – *Considerații intuiționiste asupra formalismului* (1928), în Becker, 1968, (1968c).

[5] **Brouwer, L. E. J.** – *Conștiință, filosofie și matematică* (1940), în I. Pârvu (ed.), *Epistemologie. Orientări contemporane*, București, Editura Politică, 1974.

[6] **da Costa, N. C. A., Alves, E. H.** – „A semantical analysis of the calculi C_n", în *Notre Dame Journal of Formal Logic*, XVIII, 4, 1977.

[7] **Gheorghiu, D.** – „Principiile necontradicției și terțului exclus, raporturile de opoziție din pătratul logic și noțiunea de negație", în *Analele Universității București. Filosofie*, XLIV, 1995.

[8] **Gheorghiu, D.** – „Negația contrară și negația subcontrară", în *Analele Universității București. Filosofie*, XLV, 1997.

[9] GHEORGHIU, D. – *Logică generală*, vol. I, vol. II, București, Editura Fundației „România de Mâine", 2001.
[10] HEYTING, A. – *Intuitionism: An Introduction*, Amsterdam; North-Holland, 1956.
[11] KLEENE – *Mathematical Logic*, New York, John Wiley and Sons, 1967.
[12] KNEALE, W., KNEALE, M. – *Dezvoltarea logicii*, vol. II, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1975.
[13] KÖRNER, S. – *Introducere în filosofia matematicii*, București, Editura Științifică, 1965.
[14] NAGEL, E. –*Logic without Ontology*, în J. H. Krikorian (ed.), *Naturalism and the Human Spirit*, New York, 1944.
[15] PRIEST, G. – *In Contradiction*, Kluwer Academic Publisher, 1987.
[16] PRIEST, G., ROUTLEY, R. – „Introduction to Paraconsistent Logic", în *Studia Logica*, 43, 1984.
[17] PRIEST, G., ROUTLEY, R. –*Systems of Paraconsistent Logic*, în Priest, G., Routley, R. și Norman, J. (eds.), 1989, (1989a).
[18] PRIEST, G., ROUTLEY, R. –*Applications of Paraconsistent Logic*, în Priest, G., Routley, R. și Norman, J. (eds.), 1989, (1989b).
[19] PRIEST, G., ROUTLEY, R. – *The Philosophical Significance and Inevitability of Paraconsistency*, în Priest, G., Routley, R. și Norman, J. (eds.), 1989, (1989c).
[20] PRIEST, G., ROUTLEY, R., NORMAN, J. (eds.) – *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, München, Philosophia Verlag, 1989.
[21] QUESADA, F. M. – *Paraconsistent Logic: Some Philosophical Issues*, în Priest, G., Routley, R. și Norman, J. (eds.), 1989.
[22] QUINE, W. v. O. – *Philosophy of Logic*, New York, Cambridge Mass, 1970.
[23] SAINSBURY, M. – *Logical Forms. An Introduction to Philosophical Logic*, Oxford, Blackwell Publishers, 1993.
[24] SHRAMKO, Y. V. – „Semantic Representation of Inconsistent Intuitionistic Theories", în *Logical Studies Online Journal* 2, 1999.
[25] WÓJCICKI, R. – *Theory of logical calculi*, Reidel, Dordrecht, 1988.

Mulțumiri

Doresc să mulțumesc profesorilor Timothy Williamson (Universitatea Oxford) și Barry Hartley Slater (Universitatea Australiei de Vest) pentru comentariile pertinente și sugestiile de îmbunătățire formulate asupra unei versiuni anterioare a acestui articol.

III

CONTRADICŢII ACTUALE ŞI POTENŢIALE

FILOSOFIA PARACONSISTENŢEI

Cu toate că Aristotel nu a admis-o cu claritate, se pare că cel puțin el a perceput demnitatea etico-practică a principiului noncontradicției. În perioada declinului politic al Greciei, el a devenit fondatorul și promotorul muncii intelectuale, științifice și sistematice. Poate că a văzut în această muncă o speranță pentru viitorul și măreția țării sale. Pentru el, a conferi o mare valoare cercetării științifice trebuie să fi fost o normă. Negarea principiului noncontradicției ar fi deschis calea pentru tot felul de erori și ar fi veștejit tânăra știință în floare. Astfel, Stagiritul folosește împotriva celor ce se opun principiului un limbaj violent unde se remarcă o fervoare internă cum se întâmplă în cazul gânditorilor eristici din Megara, cu cinicii din școala lui Antistene, cu discipolii lui Heraclit și cu adepții lui Protagora. E o luptă pentru un principiu teoretic asemănătoare cu lupta pentru apărarea unor bunuri personale. El a putut simți foarte bine slăbiciunea argumentației sale și din această cauză și-a anunțat principiul ca axiomă finală, ca dogmă inatacabilă.

Jan ŁUKASIEWICZ

Trebuie să obiectăm, de asemenea, și împotriva ideii că pentru matematician imposibil este numai ceea ce se contrazice cu sine. Un concept este admisibil chiar și în cazul când notele sale definitorii cuprind o contradicție; singura condiție este să nu presupunem că sub acest concept cade ceva. Dimpotrivă, faptul că conceptul nu cuprinde vreo contradicție nu ne permite încă să deducem că ceva i se subsumează. De altfel cum s-ar putea demonstra că un concept nu cuprinde o contradicție? (...) Non-contradicția unui concept poate fi pusă în evidență în mod riguros numai dacă demonstrăm că acestui concept i se subsumează ceva. Reciproca ar fi o eroare.

Gotlob FREGE

Semnificaţia filosofică şi inevitabilitatea paraconsistenţei[1]

Graham PRIEST
Richard ROUTLEY

1. Introducere

Paraconsistenţa atacă sursa principiilor fundamentale pentru şi apărate de o mare parte a filosofiei. Ca atare, paraconsistenţa trebuie să fie filosofic problematică şi să aibă ramificaţii filosofice importante. În această introducere, vom încerca să consemnăm şi să analizăm câteva dintre aceste subiecte. Prin natura sa, această întreprindere ne va cere să tratăm un număr de subiecte separate şi neconectate în vreun alt fel. Oricum, vom începe prin a examina unele chestiuni importante, ridicate de argumentele pentru paraconsistenţă în capitolul v, secţiunea 1 de mai sus[2]. Vom trece apoi la investigarea unora dintre consecinţele filosofice ale paraconsistenţei.

2. Temeiuri pentru paraconsistenţă

În capitolul v, secţiunea 1 am expus două temeiuri pentru studierea paraconsistenţei. Primul şi cel mai slab era acela că unele teorii sunt inconsistente, dar non-triviale; cel de al doilea era adevărul anumitor contradicţii. Ambele pretenţii apar fi aprins contestate, în special cea de-a doua; din acest motiv, le vom considera acum în mai mare profunzime.

---

[1] *The Philosophical Significance and Inevitability of Paraconsistency*, în G. Priest, R. Routley, J. Norman (eds.), *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, München, Philosophia Verlag GmbH, 1989. **Traducere de Dumitru Gheorghiu**. (*N.T.*)

[2] v. studiul lui G. Priest şi R. Routley, *Sisteme de logică paraconsistentă*, tradus în volumul de faţă. (*N.T.*)

2.1. Există teorii naturale inconsistente, dar non-triviale

Nimeni nu ar nega faptul că putem construi calcule pur formale, neinterpretate, care au ca teoreme formule de forma „*A*" și „~*A*", dar care nu sunt triviale. Dacă paraconsistența trebuie să fie de un interes real, atunci trebuie să fie posibil să facem mai mult de atât: trebuie să fim capabili să găsim exemple autentice de teorii filosofice sau științifice inconsistente, dar non-triviale. Un număr de astfel de exemple au fost sugerate în capitolul v, secțiunea 1.1. Să examinăm aceste exemple mai îndeaproape.

2.1.1. Corpuri de legi inconsistente și al tele de acest gen

Un exemplu de corpus din care sunt trase concluzii non-triviale privește anumite corpuri de legi. Acum, nu este dificil de a găsi corpuri de legi care sunt *prima facie* inconsistente. Dar se va pretinde cu siguranță de către unii – „prietenii consistenței" pe care îi vom întâlni mereu – că inconsistențele sunt doar *prima facie*, că atunci când este bine înțeleasă, legea este consistentă. Pasul evident este de a presupune că una sau mai multe dintre legile care produc inconsistența conțin clauze exceptive implicite care previn aplicarea acestora în cazul care produce contradicția. De exemplu, se arată adesea că legile pot fi aranjate în ordinea crescătoare a puterii lor, prin dreptul cutumiar, dreptul scris, dreptul constituțional etc. Aceasta poate sugera că dacă o lege de rang inferior contrazice o lege de rang superior, legea inferioară încetează *ipso facto* să fie aplicabilă. Un alt fel în care putem să facem demnă de încredere ideea că o lege are clauze exceptive implicite este următoarea. Preambulul unui proiect de lege poate face ca intențiile legiuitorului să fie destul de clare. Se poate spune apoi că, deși un caz particular cade sub lege așa cum este aceasta formulată cuvânt cu cuvânt, legea nu a fost niciodată gândită pentru a se aplica la acest tip de caz. Intențiile legiuitorului, prin urmare, furnizează clauze exceptive implicite. (Aceasta este totuși o poziție problematică, deoarece un judecător va susține adesea litera legii, chiar dacă este clar că procedând așa, se împotrivește intențiilor legiuitorului).

Proceduri de tipul expus mai sus pot fi uneori rezonabile. Totuși, cineva care neagă apariția corpurilor de legi inconsistente trebuie să facă mai mult decât să pretindă că o manevră sau alta este *uneori* preferabilă. El trebuie să pretindă că este *întotdeauna* preferabilă. Formulată în acest fel, pretenția este extrem de improbabilă. Poate să apară ușor un caz în care ambele legi care produc contradicția sunt de același rang, în care intențiile legiuitorului s-au pierdut în negura timpului, sunt discutabile sau sunt de-a dreptul inconsistente, în care nu există nici o prioritate pentru a renunța la una dintre legi mai curând decât la cealaltă etc. Pe scurt, nu există nici o situație obiectivă care poate fi folosită pentru a sprijini pretenția că o lege are clauze exceptive implicite sau are întâietate asupra alteia. În astfel de împrejurări, a insista asupra faptului că, cu toate acestea, o lege are excepții implicite este doar o fantezie; într-o lege poate fi mai mult decât este scris într-un preambul parlamentar, dar a presupune că ceva poate fi o chestiune de drept atunci când nu se întemeiază pe nici un aspect al procedurii legale este esențialmente obscurantism.

Desigur, atunci când o contradicție de felul indicat devine importantă, există proceduri pentru a o rezolva. Chestiunea ajunge în instanță, unde un judecător ia o decizie. Întrucât, *ex hypothesi*, nu există nici un temei legal pentru a decide într-un fel sau în altul, judecătorul va decide pe temeiuri extra-legale (socio-politice). Totuşi, chestiunea importantă aici este aceea că judecătorul nu încearcă să afle ce este legea (consistentă), ci el însuşi *face* legea. Ceea ce decide judecătorul este chiar legea şi cu asta basta (până când şi numai dacă nu se decide de către legiuitor să se schimbe decizia respectivă sau aceasta este amendată de către o instanță superioară, dacă există). În această situație, nu există nici o modalitate în care judecătorul poate greşi, i.e. să ia o decizie incorectă[3]. Astfel, întrucât face o lege nouă, judecătorul modifică corpusul de legi. Acțiunea sa furnizează baza pentru lege, de acum înainte, pentru a fi considerată ca având o clauză exceptivă şi de aici urmează că după decizia judecătorească, corpusul de legi poate să nu mai conțină această inconsistență. Dar aceasta nu schimbă faptul că înainte de decizia judecătorească, corpusul era autentic inconsistent şi nu doar *prima facie* inconsistent. Astfel, pot exista corpuri de lege autentic inconsistente.

Ceea ce are loc cu privire la drept se aplică, de asemenea, cu unele ajustări adecvate, corpurilor (parțial prescriptive) de doctrină, cum sunt cele practicate de moralitate sau de religie. Încă o dată, există corpuri de doctrină evident sau demonstrabil inconsistente, pentru a căror inconsistență nu poate fi găsită o explicație plauzibilă satisfăcătoare. Exemple importante sunt oferite de dilemele morale irezolvabile[4].

2.1.2. Teorii inconsistente în filosofie şi istoria ideilor

Un motiv major pentru a lua întreprinderea paraconsistentă în serios este acela că teoriile inconsistente, dar prezumtiv non-triviale, abundă în încercările intelectuale. Într-adevăr, o mare parte din istoria noastră intelectuală este alcătuită din astfel de teorii. Aceasta este cu deosebire adevărat despre moştenirea noastră filosofică[5], în legătură cu care nu este în întregime implauzibil să avansăm următoarele teze (absurde din punct de vedere clasic):

T1. *Orice filosofie suficient de complexă şi interesantă va fi inconsistentă.* Există mai multe căi pentru a ajunge la această teză generală şi a o sprijini. Una dintre acestea face apel la un argument direct, bazat pe caracterul acestor filosofii. Un alt argument, mai slab, dar convingător, se bazează pe inducția care porneşte de la natura inconsistentă a filosofiilor importante. Temele folosite în inducție sunt de mult interes independent, şi anume:

---

[3] Strict vorbind, există o astfel de modalitate, dacă decizia sa poate fi răsturnată de o instanță superioară. Oricum, pentru o instanță superioară, pretenția este corectă.

[4] Despre astfel de dileme şi locul lor în logica deontică paraconsistentă, vezi Routley şi Plumwood, 1989. Tema conform căreia logica naturală a limbajului dreptului este paraconsistentă şi nu clasică a fost sugerată pentru prima dată de Quesada; vezi mai departe articolul său în acest volum, pp. 627–652. (F. Miró Quesada, *Paraconsistent Logic: Some Philosophical Issues*).

[5] Multe teorii non-filosofice se află în aceeaşi „categorie", după cum vom vedea.

T2[M]. Toate [cele mai multe] poziţii filosofice importante din istoria filosofiei sunt inconsistente.

T3. Nici un filosof nu a reuşit să evite inconsistenţe de un tip fundamental, acelea întâlnite în atingerea scopurilor complexe implicate în elaborarea unei poziţii filosofice îndeajuns de cuprinzătoare[6]. În fiecare caz, temele privesc teorii importante, complexe sau cuprinzătoare. (Fără îndoială, există sau pot fi proiectate teorii filosofice miniaturale care sunt consistente, e.g. teorii nominaliste simple sau teorii legate de un segment consistent al ierarhiei cumulative a mulţimilor).

Ultimele teme dau aparenţa de a fi mai factuale decât tema iniţială, care, de asemenea, face predicţii despre viitor şi despre filosofii într-adevăr numai posibile. Dar această aparenţă are ceva dintr-o iluzie; o diversitate de consideraţii mai puţin factuale şi vădit normative se integrează în încercarea de a arăta că poziţiile anumitor filosofi sunt inconsistente. Din acest motiv, stabilirea T2 şi T3, şi chiar a tezei mai slabe T2[M], este departe de a fi simplă şi nu poate fi realizată cu un grad înalt de certitudine. Prea multe portiţe de scăpare de inconsistenţă (aparentă) rămân întotdeauna deschise prietenilor consistenţei, precum cele pe care le pot furniza „interpretarea" unei filosofii.

Atunci, din fericire, o teză mult mai slabă va servi foarte bine pentru scopuri paraconsistente, şi anume:

T4. Unele poziţii filosofice importante, care nu sunt triviale, sunt inconsistente. Destul de surprinzător, dată fiind dominanţa poziţiilor filosofice (adesea ideologii) care implică ideea că toate teoriile inconsistente sunt triviale, T4 este o teză cu care mulţi filosofi ar fi imediat de acord. Într-adevăr, ei vor merge adesea mai departe, puţin sau deloc impulsionaţi, şi vor propune teze precum T1–T3. Cu toate acestea, practic, nimeni nu crede că poziţiile filosofice importante care sunt inconsistente sunt triviale sau în felul acesta trivializate. Corespunzător, situaţia nu poate fi abordată din perspectiva metodologiei (de tip clasic) obişnuite a teoriilor filosofice. Pe scurt, teza T4 conduce la teza următoare:

T5. Teoria teoriilor filosofice trebuie să fie paraconsistentă; nici un alt tip de teorie nu este adecvat pentru a face faţă datelor; în particular, nici o abordare clasică a filosofiei nu o va face.

Partea cea mai detaliată din analiza care urmează se va concentra asupra stabilirii tezei T4, conform căreia unele dintre teoriile filosofice importante sunt inconsistente, *dar* non-triviale şi care sprijină T5. Natural, derivarea T5 implică supoziţii suplimentare, precum aceea că teoriile filosofice sunt teorii; aceasta înseamnă a spune că ele sunt cel puţin închise deductiv[7]. Aceasta se poate argumenta

---

[6] Această temă este adaptată după o notă a lui J. Passmore.

[7] Această chestiune poate fi interpretată analitic printr-o distincţie adecvată între *practică* şi *teorie* şi prin aplicarea cu mai multă stricteţe a ultimei noţiuni.

după cum urmează: teoria filosofică a lui x este dată de cele la care x este angajat filosofic. Dar dacă x este angajat la A şi B este deductibil din A, atunci x este angajat la B, indiferent dacă asertează sau nu B. Astfel, teoriile filosofice, văzute ca încorporând angajamente filosofice, sunt închise sub relația de deductibilitate.

Chestiuni similare servesc la a distanța teoria unui filosof de ceea ce asertează filosoful respectiv. Distincția este familiară din discuția despre criteriile angajării ontologice. Există probleme analoage, dar încă şi mai complexe, privind determinarea criteriilor pentru angajarea filosofică. Oricum, asertarea, fără amendamente sau retractări (ulterioare), este în mod normal suficientă pentru angajare; această condiție suficientă (calificată) este crucială pentru exegeza pozițiilor desprinse din textele filosofice şi va fi aplicată în cele ce urmează.

Nu se poate susține că toate teoriile inconsistente sunt triviale. Dar teorii filosofice recente care sunt inconsistente şi, de asemenea, încorporează logica clasică sau logica intuiționistă – sau, mai corect spus, teoriile consecinței logice pe care le furnizează aceste logici – sunt triviale şi, corespunzător, sunt inutile, dacă nu sunt remediate. În timp ce astfel de teorii sunt relevante pentru tezele T3 şi, probabil, T2, nu sunt legate de T4, astfel că vor fi prezentate şi exemplificate sumar. Astfel de teorii se trivializează, deoarece, desigur, ele furnizează legi explozive, precum $A \,\&\, {\sim}A \vdash B$. Exemple sunt teoriile lui Frege, Russell, Wittgenstein din prima perioadă[8] şi Quine. Inconsistențele principale detectate în aceste teorii nu sunt, totuşi, legate în mod esențial de logica (clasică) subiacentă, astfel încât ele sunt de un interes mai larg.

Teoria lui Frege şi, de asemenea, o poziție de tranziție la Russell din prima perioadă, sunt inconsistente din cauza paradoxurilor logice (ca să nu mai menționăm conceptul *cal* şi cele asemănătoare[9]). Nu este vorba numai despre faptul că teoria lui Frege sucomba sub paradoxul lui Russell, ci şi despre faptul că amendamentul sugerat de Frege pentru a evita acest paradox îl lăsa vulnerabil la derivarea altor paradoxuri[10]. Multe teorii filosofice par într-adevăr să sucombe sub paradoxuri logice sau semantice. Teoria lui Cantor, dacă este considerată filosofic, este una dintre acestea;

---

[8] Există totuşi indicii notabile, consemnate de Goldstein, că Wittgenstein a adoptat în *Tractatus* o teorie a conținutului care implică respingerea legilor explozive clasice. Totuşi, aceasta nu pare a arăta, aşa cum sugerează Goldstein, că *Tractatus*-ul se bazează pe o logică non-clasică, din care lipsesc principii precum „contrapoziția", ci o inconsistență suplimentară în *Tractatus* între teoria logică clasică subiacentă şi teoria conținutului grefată pe aceasta.

[9] Este vorba despre o obiecție formulată de un contemporan al lui Frege, Benno Kerry, cu privire la distincția dintre concept şi obiect, propusă de Frege în *Fundamentele aritmeticii*. Frege utiliza nume proprii de forma „conceptul *F*" pentru a vorbi despre concepte. Benno Kerry semnala o inconsistență în această utilizare, observând că, întrucât expresia „conceptul *cal*" este un nume propriu, trebuie să desemneze un obiect; prin urmare, potrivit chiar concepției lui Frege, conceptul *cal* nu este un concept, ci un obiect. Frege a răspuns acestei obiecții în lucrarea sa, *Concept şi obiect*. (*N.T.*)

[10] v., e.g. Quine, 1955. Dar Wittgenstein dorea să insiste asupra faptului că teoria lui Frege, deşi inconsistentă, nu era trivială, i.e. existau restricții implicite asupra regulilor care puteau fi aplicate acolo; vezi prima introducere la partea întâi (G. Priest şi R. Routley, *First historical Introduction: A Preliminary History of Paraconsistent and Dialethic Approaches*).

teoria lui Aristotel, cu acceptarea (aparentă) a enunțului paradoxului mincinosului ca fiind, la prima vedere, deopotrivă adevărat și fals[11] este alta. Problema dacă aceste teorii sunt sau nu triviale ridică problema a ceea ce sunt logicile subiacente acestora. Mai general, paradoxurile de un fel sau altul sunt o primă sursă de inconsistențe nu numai în teoriile logice, ci și în teoriile filosofice[12].

Studierea lui Russell introduce o complicație sugerată deja, care este foarte importantă atât în ceea ce privește determinarea a ceea ce este teoria unui filosof, cât și în ceea ce privește posibilitatea ca un filosof să scape de inconsistență, și anume schimbarea sau rectificarea teoriilor de-a lungul timpului. Russell, pentru a lua un exemplu extrem, nu a dezvoltat o singură teorie filosofică; mai curând, el a trecut printr-o serie de teorii oarecum diferite cu elemente comune semnificative. În capitolul I, secțiunea 5.4, am observat fenomenul schimbării teoriilor la o scară restrânsă (în termenii numărului de schimbări) în privința lui Wittgenstein. Frecvent, desigur, inconsistența într-o poziție anterioară este un motiv major pentru trecerea la o nouă poziție; și adesea, aceasta ia forma inconsistenței cu – prezentată uneori ca incapacitate de a da seama de – datele pe care poziția respectivă se presupune că le explica. O abordare oarecum hegeliană a mișcării filosofice sau a „progresului“ trebuie să fie o parte *inerentă* a oricărei teorii adecvate a dinamicii teoriei filosofice, în special a teoriilor unei persoane sau ale unei școli[13].

Inconsistența a fost cu siguranță o forță determinantă în dezvoltarea lui Russell. El a renunțat la câteva dintre pozițiile anterioare pe care le susținea, în bună măsură datorită inconsistențelor, e.g. la logicismul „naiv“ și la teoria „naivă“ a denotării. În încercarea sa din 1913 de a elabora o teorie a intenționalității, Russell a fost complet blocat de inconsistență[14] și astfel a fost împins la o reducere extensională în forma atomismului logic. Nu numai că această teorie s-a dovedit aproape imediat a fi inconsistentă cu multe date evidente, dar teoria era intern inconsistentă. De exemplu, atomismul logic al lui Russell era inconsistent în raport cu existența faptelor. Pe de o parte, conform teoriei, lumea constă din elemente (inclusiv relații). Pe de altă parte, inconsistentă, propozițiile sunt adevărate doar în virtutea faptelor corespunzătoare, care nu sunt totuși exprimate de nici o listă de elemente – astfel că faptele cer și obțin, de asemenea, statut ontologic fundamental:

---

[11] v. *Introducerea* la partea întâi de mai sus. Aceasta este doar una dintre multele inconsistențe aparente din filosofia lui Aristotel. O alta privește măsura în care principiul non-contradicției (LNC) se aplică aparențelor ca și substanțelor (v. Łukasiewicz, 1971, p. 502).

[12] Inconsistențele filosofilor aproape că sunt de așteptat. Dar logicienii, despre care se presupune că sunt special înzestrați pentru a sesiza consecințele supozițiilor lor, au o reputație considerabilă în privința inconsistențelor, atunci când încearcă să schițeze sisteme mai cuprinzătoare. O listă este impresionantă și include logicieni precum Frege, Church, Quine, Lewis ...

[13] Inconsistențele, în special în forma anomaliilor, sunt doar o parte a chestiunii; modele filosofice, influențate sau chiar controlate de condiții socio-economice subiacente, sunt o altă parte crucială a întregii chestiuni. Mișcarea de evitare a inconsistențelor nu reprezintă întotdeauna un progres (folosim aici sensul onorific al cuvântului). Astfel, trecerea lui Russell de la paradoxurile logice la teoria ramificată a tipurilor, demontarea de către Mally a teoriei obiectelor în fața inconsistențelor percepute în favoarea unei construcții mult mai complicate, epiciclul teoriilor filosofice degenerate, precum filosofia lui Platon din ultima sa perioadă și actualul program extensional Davidsonian nu ne impresionează în calitate de cazuri ale progresului filosofic.

[14] Griffin, 1980.

> ... faptele, care sunt tipurile de lucruri pe care le exprimi printr-o propoziție, ... ca și scaunele și mesele particulare, sunt părți ale lumii reale[15].

Dar, de asemenea,

> ... faptele ... nu sunt deloc entități propriu-zise în același sens în care sunt constituenții acestora. Aceasta este evidențiat de împrejurarea că nu le poți numi. Le poți doar nega, aserta sau considera. Dar nu le poți numi, deoarece ele nu sunt acolo pentru a fi numite ... [16].

Lucrările ulterioare ale lui Russell conțin multe inconsistențe minore. Un exemplu (dezvoltat în altă parte[17]) privește negația, în care, deopotrivă, Russell sprijină o teorie clasică și, de asemenea, construiește o abordare care conduce la un model non-clasic al negației.

Teoria relației multiple a opiniilor a lui Russell conduce la inconsistență: formele logice deopotrivă sunt și nu sunt constituenți ai complexelor de judecăți[18]. Prima critică a teoriei, formulată de Wittgenstein, indică, de asemenea, o inconsistență înrudită, și anume aceea că „Socrate și caracterul muritor sunt de același tip ... aceasta contrazice direct pretenția lui Russell ... conform căreia universalele și particularele sunt de tipuri logice diferite" (v. Griffin, p. 173). După cum remarcă mai departe Griffin, aceasta „este o nouă versiune a unei vechi probleme: anume problema din *The Principles of Mathematics* a numelor substantivale care apar ca subiecte logice și pe care Russell le dorea a fi aceleași cu verbul care apare ca legând relația" (v. Griffin, pp. 173–174).

Descoperirea contradicției în poziția sa din prima perioadă a constituit o sursă majoră a trecerii lui Russell de la această poziție la cea ulterioară. Astfel, el a abandonat „teoria relațională a spațiului *împreună cu* monismul Bradleyan" datorită contradicțiilor care decurg de acolo[19].

A existat încă o inconsistență majoră în programul de cercetare din 1913 al lui Russell, dezvăluită de cea de-a doua critică a lui Wittgenstein asupra teoriei lui Russell a judecății, și anume aceea că (v. *Tractatus* 5.5422) „explicația corectă a formei propoziției «A face judecata *p*» trebuie să arate că este imposibil să facem o judecată despre un nonsens. (Teoria lui Russell nu satisface această condiție)"[20].

---

[15] Din Marsh, 1956, p. 183.

[16] Marsh, 1956, p. 270. Pasajul citat conchide: „cunoașterea faptelor este un lucru de alt tip decât cunoașterea elementelor". P. Simpson, căruia îi datorăm acest exemplu de inconsistență la Russell, arată că, probabil, poate fi făcută o încercare de salvare prin a argumenta că faptele „există" doar derivativ (sau la un nivel diferit), în felul în care există complexe precum scaunele sau mesele particulare. Dar aceasta presupune că faptele sunt ceea ce nu sunt în teorie: anumite ansambluri de elemente – cumva independent determinate.

[17] Routley, Plumwood, 1982.

[18] Griffin, 1980, p. 155.

[19] Griffin, 1982, *Appendix*.

[20] v. mai departe Griffin, 1980, pp. 176–177.

(Griffin explică în detaliu tensiunile din programul lui Russell din 1913: pentru un rezumat, v. Griffin, p. 180, de unde decurge că rezultatul combinării teoriilor pe care Russell îşi propunea să se combine este inconsistent).

Multe dintre filosofiile mai cuprinzătoare conţin o cantitate apreciabilă de inconsistenţe minore; acesta pare a fi cazul teoriilor lui Russell, Wittgenstein şi Quine. Un exemplu „minor" din Quine priveşte propoziţia „Dumnezeu există", care este făcută adevărată de teoria descripţiilor adoptată de Quine, dar, falsă de fizicalismul ateist general al lui Quine, care nu lasă nici un loc existenţial pentru Dumnezeu[21]. Un astfel de exemplu este minor, deoarece poate fi evitat printr-o modificare relativ minoră în teoria subiacentă a descripţiilor (ca atare, Quine a avansat teorii reciproc inconsistente ale descripţiilor). Faptul că acest exemplu este „minor", şi astfel relativ uşor de rectificat, nu implică faptul că nu a avut un impact devastator asupra teoriei date, întrucât din punct de vedere clasic, orice contradicţie este o catastrofă[22].

Pentru a obţine exemple de teorii filosofice inconsistente, care nu sunt triviale, fără modificarea bazei logice, nu este necesar să ne întoarcem în timp la perioade anterioare ascendenţei logicii clasice – în special deoarece în momentul de faţă sunt dezvoltate teorii non-clasice, cum sunt cele ale unor filosofi izolaţi care nu au căzut niciodată în capcana clasică şi cele din această carte – dar este avantajos să facem aceasta, în special dacă filosofiile importante trebuie să furnizeze exemple. Există câteva căi bine conturate în care o teorie poate sfârşi în inconsistenţă, indiferent dacă intenţionat sau nu; de exemplu, prin includerea unui aparat auto-referenţial suficient pentru formularea paradoxurilor, prin alte paradoxuri de o diversitate de tipuri, prin implicarea într-un regres la infinit, prin auto-respingere de un fel sau altul ş.a.m.d. Dar, întrucât până acum nu există o clasificare prea demnă de luat în seamă a acestor căi către inconsistenţă (o clasificare pe deplin efectivă nu este, totuşi, de aşteptat), gruparea preliminară care urmează este destul de bună pentru un scop imediat, dar nu îndeajuns de rafinată. Tot aşa, selecţia de filosofi pe care îi prezentăm în continuare ca având teorii inconsistente nu este deloc sistematică şi nici selecţia inconsistenţelor din filosofii citaţi nu este sistematic determinată. Consemnăm ceea ce simţim că este suficient de solid pentru a ne surprinde. Mai exact, listăm exemple de inconsistenţe pe care

---

[21] În 1951; pentru detalii, v. *EMJB* (Routley, 1980a, 1.13).

[22] Pentru alte exemple de inconsistenţe minore la Quine, v. Routley, 1982 şi în special Gochet, 1986, care prezintă, de asemenea, tensiunile profunde ale poziţiei generale a lui Quine. O dificultate mai serioasă apare din încercarea de a combina în mod consistent fizicalismul (şi individualismul) cu metodologia de tip ortodox a teoriei mulţimilor, adoptată în mod obişnuit de către fizicalişti. Pentru o încercare nereuşită de rezolvare a unei părţi a acestei probleme, v. Smart, 1978. Modificările foarte recente pe care Quine le-a adus filosofiei sale, care, prin înlăturarea individualelor răstoarnă mult din opera sa de maturitate, poate fi văzută ca o încercare – printre altele – de a înlătura această inconsistenţă.

O inconsistenţă înrudită în teoria de maturitate a lui Quine priveşte statutul matematicii clasice, care apare ca fiind deopotrivă adevărată şi falsă; o inconsistenţă similară afectează opera lui Smart (v. *EMJB*, p. 620). Teoria naturalistă a lui Armstrong este, de asemenea, pusă într-o situaţie dificilă de o inconsistenţă înrudită privind matematica (v. din nou *EMJB*, p. 750).

am izbutit să ni le amintim sau pe care ni le-au indicat alţi, în cazurile în care am considerat că putem face ca aserţiunile să fie atât de pertinente încât să aibă o poziţie de sine stătătoare.

Postulatele de caracterizare (insuficient calificate), adică postulatele care atribuie obiectelor caracteristici ce servesc la identificarea şi distingerea acestora, precum acela că obiectul caracterizat a fi „*f*" este într-adevăr „*f*", sunt surse importante de inconsistenţă în filosofia recentă, strâns legate atât de trăsăturile obiectelor matematice, cât şi de paradoxurile logice. Cele mai faimoase exemple moderne sunt inconsistenţele privind cercul pătrat şi regele actual al Franţei, pe care Russell le-a localizat în teoria obiectelor a şcolii lui Meinong de la Graz[23].

Mai general, teoriile cuprinzătoare ale obiectelor abstracte sunt cu deosebire expuse la încurcături de un fel sau altul, provenind din postulatele de caracterizare (inevitabile pentru astfel de obiecte) şi sfârşind în inconsistenţă. Exemplul originar este teoria formelor a lui Platon, care se dovedeşte a fi inconsistentă, de exemplu, prin problema auto-predicaţiei şi prin Argumentul celui de al Treilea Om[24].

O altă sursă înrudită a inconsistenţei la care sunt cu deosebire predispuse teoriile filosofice, inclusiv teorii recente, decurge din auto-respingere. Inconsistenţa apare frecvent în felul următor: Conform teoriei *t*, (a) toate teoriile filosofice (metafizice etc.) sunt de tipul *k*. Dar (b) însăşi *t* este o teorie filosofică (metafizică etc.) şi, cel puţin potrivit propriilor sale aprecieri, (c) *t* nu este de tipul *k*. Un exemplu faimos priveşte pozitivismul logic, care poate fi reprezentat ca o teorie metafizică potrivit căreia toate teoriile metafizice sunt nonsensuri. Una dintre inconsistenţele devastatoare în opera lui Wittgenstein din prima perioadă este de acest tip şi se sfârşeşte cu propusa aruncare a scării sau teoriei pe care s-a ridicat cineva[25]. Teoria lui Wittgenstein din cea de-a doua perioadă se află într-o situaţie similară, dată fiind tema sa conform căreia toate teoriile filosofice sunt greşite sau că altfel nu există teorii filosofice[26]. Aproape la fel stau lucrurile cu teoria

---

[23] v., e.g. Russell, 1905. Nu este deloc clar că obiecţiile lui Russell se aplică lui Meinong însuşi (v. *EMJB*). Inconsistentă în virtutea unor astfel de postulate de caracterizare este nu numai teoria de la Graz, ci şi, de exemplu, teoria din 1974 a lui Castañeda (v. *EMJB*, p. 880ff). Teoria lui Castañeda este f•cut• inconsistent•, şi prin aceasta trivială, dată fiind baza sa clasică, în virtutea inconsistenţelor din teoria aparenţei; (v. Clark, 1981 şi, de asemenea, 1978).

[24] Argumentul de bază se află în *Parmenide*, § 132, al lui Platon; inconsistenţa care rezultă este larg discutată în literatură. Cele mai extinse inconsistenţe din teoria formelor a lui Platon – unele dintre ele esenţiale pentru teorie – sunt bine documentate în *Griffin şi Johnson*, 1983, *unde* se argumentează, de asemenea, că principalele încercări moderne de a face teoria consistentă eşuează. Pentru a clarifica problema în contextul de faţă, v. *EMJB*, p. 639ff.

[25] Alte inconsistenţe în teoriile lui Wittgenstein au fost deja prezentate mai sus şi acestea se răsfrâng asupra unei mici părţi a operei sale. (Unele dintre celelalte aspecte în care opera sa se auto-respinge pragmatic, şi deci este inconsistentă atunci când sunt aplicate supoziţii suplimentare, sunt atât de banale încât abia dacă trebuie prezentate; e.g. tot ceea ce se poate spune se poate spune clar). Este totuşi neclar dacă inconsistenţele mai semnificative trivializează teoria ulterioară, dar se pare că nu, deoarece se presupune că logica clasică este limitată în aplicarea sa în situaţii inconsistente.

[26] O problemă similară se află ascunsă în Tao, care este o predare ce denigrează învăţarea.

absolutistă a presupozițiilor metafizice a lui Collingwood, în care tipul *k* echivalează cu implicarea presupozițiilor metafizice. Datorită presupozițiilor lor metafizice, nici o teorie filosofică nu poate fi luată ca adevărată sau respinsă ca falsă; dar aceasta depinde de considerarea teoriei presupozițiilor metafizice însăși ca fiind adevărată[27]. Cât privește istoria filosofiei, teoria lui Collingwood conduce la o inconsistență derivată, conform căreia unele teorii istorice (e.g. teoria lui Colligwood) sunt de criticat și deopotrivă nu sunt de criticat.

Impasul teoriei lui Collingwood este similar, în privința aspectelor sale de auto-respingere, cu impasul doctrinei „omul este măsura tuturor lucrurilor" a lui Protagoras de acum mai bine de 2000 de ani (cel puțin așa cum a fost interpretată această doctrină de către Platon). Pentru a se angaja propriu-zis într-un discurs, cum de fapt el făcea, Protagoras trebuia să enunțe că ceva este într-un anumit fel; totuși, el renunța la pretenția de a putea enunța propoziții adevărate în doctrina sa, conform căreia nimeni nu poate informa pe cineva despre ceva[28]. În acest fel, poziția lui Protagoras conduce la inconsistență (în fapt, de forma generală dată deja mai sus). Tot așa stau lucrurile cu alte poziții de nuanță relativistă sau sceptică radicală[29].

Din tezele de auto-respingere apar uneori inconsistențe asupra cunoașterii sau opiniei, comune printre filosofi, ca în cazul scepticismului, alteori nu. Nu este clar ce mecanism este operativ în cazul lui Lao Tse, pe care Bose l-a acuzat de inconsistență asupra cunoașterii. Potrivit lui Lao Tse, este înțelept (de bun simț) să cunoști legile naturii și, deopotrivă, nu este înțelept să cunoști ceva[30]. Situația seamănă puțin cu „paradoxul" socratic, conform căruia înțelepciunea lui Socrate constă din cunoașterea sa a faptului că nu cunoaște nimic. Socrate este, de asemenea, inconsistent, căci $K_s(p)(p \rightarrow \sim K_s p)$. Dar dacă această propoziție, q, este adevărată, atunci, întrucât $(p)(p \rightarrow \sim K_s p)$ (prin $K_s r \rightarrow r$), rezultă că $\sim K_s q$, i.e. $\sim K_s K_s(p)(p \rightarrow \sim K_s p)$. Dar în cazul unei astfel de cunoașteri conștiente pare să fie cu certitudine adevărat că $K_s r \rightarrow K_s K_s r$ (i.e. are loc un principiu S4[31]). Astfel, $\sim K_s(p)(p \rightarrow \sim K_s p)$, stabilind inconsistența cu privire la q.

Bose ajunge să acuze că „Locke și Rousseau sunt «încurcați în inconsistențe» ", dar din păcate el nu furnizează nici un detaliu. Oricum, potrivit lui Passmore, care dă detalii, inconsistențele la Locke sunt evidente. Un exemplu este acesta: „O idee, să spunem, este orice se află în minte, și totuși în mintea noastră se poate afla ideea capacității de a reprezenta ceva ce nu este o idee"[32]. Așa cum susține Passmore, Locke nu este inconsistent într-un mod neinteresant, de pildă din

---

[27] Dovada pentru aceste aserțiuni, care riguros vorbind se află în natura unor obligații contractate, se poate găsi în Collingwood (1939, pp. 58–75; 1940, p. 21ff). Teoria lui Collingwood se află în contradicție directă cu această întreprindere.

[28] Aceasta este o versiune puternic condensată a explicației lui Passmore a acuzei istorice a autorespingerii la adresa lui Protagoras; (v. Passmore, 1961, pp. 64–70).

[29] Passmore, 1961, cap. 4, pentru exemple în cazul scepticismului și pentru discuții suplimentare asupra teoriilor care se auto-resping și care ajung adesea la inconsistență.

[30] Bose, 1967, p. 15. Există însă unele îndoieli cu privire la măsura în care Lao Tse este realmente angajat la cea de-a doua judecată, cu toate că alte surse par a o furniza.

[31] Hintikka, 1962.

[32] Comunicare personală a lui Passmore, 1982.

neglijență sau pentru că nu a depășit în întregime o poziție mai veche la care continua să lucreze. O astfel de inconsistență nu este profundă și este ușor de corectat, de exemplu, prin ajustări minore ale teoriei sau prin reformularea anumitor teme sau pretenții, eliminând astfel inconsistențele, dar rămânând credincios originalului[33]. Nu acesta este cazul. Locke este inconsistent deoarece el trebuie să fie astfel pentru a stabili ceea ce dorește să stabilească, și anume de ce este inconsistent în legătură cu ideile și cu puterea noastră asupra opiniilor și de ce aceea inconsistență este profundă în teoria sa și nu este ușor de înlăturat. Astfel,

> nu poate fi nici o îndoială asupra faptului că Locke ar fi agreat să susțină în mod consistent două teze, prima conform căreia ființele umane raționale își vor regla gradul lor de încredere într-o propoziție în așa fel încât aceasta să fie în acord cu faptele ... Cea de-a doua, conform căreia ființele umane sunt în așa fel alcătuite încât să facă aceasta în mod firesc, au fost create ca ființe raționale, și să greșească doar atunci când unele fapte nu se află în fața lor. Dar el găsea că este imposibil să concilieze această a doua teză cu experiența sa a iraționalității efective a ființelor umane...[34]

Consistența opiniei sale cu faptele evidente nu este niciodată dobândită în mod satisfăcător, ceea ce are ca rezultat, de asemenea, faptul că la Locke nu există o imagine uniformă a opiniei, ci teorii inconsistente rivale, modelate pentru cunoaștere și, în mod diferit, pentru dorință. Abordarea opiniei ca un substitut important al cunoașterii[35] este o sursă a unei inconsistențe grave în etica opiniei a lui Locke. Pe de o parte, el susține în mai multe rânduri că „a susține că este adevărată aceasta sau aceea nu intră în domeniul voinței", nu este o chestiune voluntară. Pe de altă parte, el susține, de asemenea, și este angajat teoretic în a susține că opinia trebuie să fie, poate fi și adesea este o acțiune voluntară[36].

---

[33] Inconsistența lui Reid în privința admiterii ideilor *poate fi* de acest tip mai superficial. Căci se pare, cel puțin la prima vedere, că el nu este nevoit să facă următoarea concesie lui Locke, din care a izvorât dificultatea. În legătură cu ceea ce el numește „aparența culorii", Reid spune: „Domnul Locke o numește *idee* și poate fi numită astfel cu cea mai mare îndreptățire ... . Este un tip de gând și poate fi doar actul unei ființe care percepe sau gândește" (*Inquiry* IV. Iv; *Works* I, p. 137). Dar această concesie este inconsistentă cu respingerea de către Reid a ideilor în critica sa a teoriei ideilor. Mai general, așa cum remarcă S. Grave, căruia îi datorăm aceste observații privind remarcile lui Reid, abordarea lui Reid a percepției, prin toate simțurile, cu excepția celui tactil, este inconsistentă cu o parte a atacului său asupra teoriei ideilor. O modalitate de a evita astfel de inconsistențe apare din tratamentul ideilor și al datelor senzoriale în *EMJB*, dar este extrem de îndoielnic că Reid ar fi putut sau ar fi vrut să agreeze această modalitate.

[34] Passmore, 1978, p. 207.

[35] Passmore, 1978, p. 187.

[36] Asupra tuturor acestor chestiuni și pentru citatul din Locke, (vezi Passmore, 1978, pp. 185–189). În acord cu supozițiile de consistență predominante care operează în istoria gândirii, Passmore încearcă să-l reinterpreteze pe Locke pentru a înlătura contradicția: „confruntați cu o contradicție atât de categorică ... nu avem o altă opțiune decât aceea de a ne revedea interpretarea" (p. 189). Dar așa cum Passmore realizează foarte bine (e.g., p. 190), diferitele soluții pe care le propune vin în conflict logic cu alte părți ale filosofiei lui Locke, iar Locke nu le-ar fi găsit de loc a fi acceptabile.

Inconsistența nu s-a limitat la empiriștii secolelor al XVII-lea și al XVIII-lea, precum Locke și Hume. Inconsistența a afectat mult și alternativa raționalistă. *Etica* lui Spinoza[37], în special, pare a fi incomodată de inconsistențe, dintre care multe par a fi de susținut, de exemplu următoarea, cu privire la Dumnezeu și noțiunea de iubire. Pe de o parte, Dumnezeu se iubește pe sine (o consecință imediată a propoziției 35, cartea a V-a), de unde, prin definiția iubirii (p. 130: *iubirea este bucuria însoțită de ideea unei cauze externe*, Definiția 6 a afectelor; v. p. 172), Dumnezeu are afecte și este mișcat de afectul bucuriei. Pe de altă parte, „Dumnezeu este lipsit de pasiuni și nu este mișcat de nici un fel de bucurie sau de tristețe" (propoziția 17, cartea a V-a). Prin derivare, Dumnezeu, deja o ființă perfectă, suferă atât creșterea, cât și, ceea ce este mai rău, descreșterea în perfecțiune[38].

O altă inconsistență profundă apare din determinismul radical al lui Spinoza. În *Etica*, Spinoza este angajat la următoarele teze:

(1)	Δp	(totul este non-contingent)
(2)	$\Box p \supset p$	(ceea ce este necesar este adevărat)
(3)	$\Box p \supset Pp$	(ceea ce este necesar este permisibil)
(4)	$(\exists p)\,(p \,\&\, {\sim}Pp)$	(au loc acte non-permisibile)

Dar (1) și (2) implică

(5) $p \equiv \Box p$,

iar (3) și (5) implică

(6) $p \supset Pp$,

iar (4) și (6) sunt reciproc inconsistente[39]. Acest argument simplu[40] pentru inconsistență înfățișează o dificultate mai generală, cu anumite asprimi, pentru filosofii angajați la determinism, căci

---

[37] Toate trimiterile sunt la Spinoza, 1675. Ca întotdeauna, există soluții la aceste inconsistențe prin distincțiile pe care le face teoria; e.g. printr-o distincție între iubirea intelectuală pe care o posedă Dumnezeu și iubirea non-intelectuală pe care Dumnezeu nu o posedă. Dar aceasta vine în conflict cu definiția *iubirii*. Strict vorbind, întrucât *iubirea* este definită prin *bucurie*, iar *bucuria* (în mod șovinist uman) este doar pentru oameni (pp. 128–130), numai oamenii pot poseda iubire, nici animalele și nici Dumnezeu.

[38] Autorii au în vedere aici, probabil, definiția dată de Spinoza bucuriei: „*Bucuria* este trecerea omului de la o perfecție mai mică la una mai mare" (definiția 2 a afectelor, cartea a 3-a). (*N.T.*)

[39] Această deducție se bazează, în trecerea de la (1) și (2) la (5), pe supoziția conform căreia contingența și necesitatea sunt reciproc contradictorii, astfel încât, fiind non-contingentă, apariția oricărui act este necesară. Dacă, însă, contingentul este definit ca nici imposibil, nici necesar, i.e. atât posibil, cât și non-necesar, atunci deducția eșuează. (*N.T.*)

[40] Argumentul este luat din Routley, 1968.

(5′) tot (şi numai) ceea ce se întâmplă este determinat.

(3′) ceea ce este determinat nu este condamnabil (interzis).

Prin urmare, nimic din ceea ce se întâmplă nu este condamnabil. Dar, conform unor dovezi independente, unele lucruri care se întâmplă sunt condamnabile.

S-a susţinut de atâtea ori că Descartes este inconsistent, încât chestiunea este împresurată de controverse. Până când acestea vor fi lămurite, dacă pot fi, Descartes este chiar mai puţin direct încadrabil ca filosof cu o poziţie inconsistentă, în raport cu ceilalţi filosofi pe care i-am incriminat. Printre cele mai importante temeiuri pe baza cărora Descartes a fost socotit inconsistent se numără următoarele aspecte non-triviale. Mai întâi, percepţiile clare şi distincte au nevoie să fie garantate de ceva de dincolo de ele, e.g. de Dumnezeu; dar percepţiile clare şi distincte nu au nevoie să fie garantate în acest fel, deoarece ele se auto-garantează în virtutea caracterului lor clar şi distinct. În al doilea rând, cineva poate avea încredere în simţurile sale şi nu poate avea încredere în simţurile sale, aşa cum dezvăluie argumentul lui Descartes despre scepticism. Descartes găseşte temeiuri pentru a respinge datele simţurilor ca fundament pentru pretenţii de adevăr. Dar temeiurile sale cer[41] un apel la datele simţurilor, e.g. la faptul că el a fost uneori înşelat de simţurile sale, ceea ce se poate determina doar pe baza a ceea ce el respinge, date ulterioare ale simţurilor. Deci el deopotrivă se bazează pe şi respinge datele simţurilor. Pentru scopurile noastre nu contează că argumentele conţin mari lacune; mai important este că acele concluzii atinse şi susţinute în dialectică sunt inconsistente. În al treilea rând, teoria interconexiunilor minte–corp era prinsă în dificultăţi şi inconsistenţe[42]. Să considerăm natura unei relaţii care leagă fenomene mentale şi fizicale, şi există multe dintre acestea; această relaţie trebuie să fie inclusă sau în material, sau în mental; cu toate acestea, având în vedere cele relaţionate, relaţia nu poate aparţine nici uneia dintre arii. Sau să considerăm problemele privind comportamentul deliberat raţional şi voluntar. Pe de o parte, aceste lucruri pot fi distinse de opusele lor[43], pe de altă parte, totuşi, dată fiind teoria, ele nu pot fi astfel distinse[44].

Prezentarea unor exemple atât de controversate cum este filosofia carteziană vor uşura situaţia prietenilor consistenţei. Fără îndoială, aceşti prieteni vor pretinde că sunt capabili să îndepărteze multe dintre sau chiar toate[45] exemplele de inconsistenţă (neintenţionată) ale filosofilor importanţi pe care

[41] Aşa cum arată mai multe pagini din *Discurs asupra metodei*, e.g. p. 101 şi *Meditaţii*, e.g. pp. 145–146. Referinţele sunt la Haldane şi Ross, 1911–1912. Aceste referinţe şi această inconsistenţă a scepticismului cartezian le datorăm lui J. Kleining. De comparat, de asemenea, cu Passmore, 1961, în privinţa trăsăturii de auto-respingere a scepticismului absolut.

[42] O bună percepere a problemei este dată de Ryle, 1949, p. 12ff.

[43] Este vorba despre comportamentul automat, non-raţional, cum este cel al unui robot. (*N.T.*)

[44] Ryle, 1949, pp. 20–21.

[45] Oricum, ei pot fi fericiţi să vadă că este înlăturată o parte din competiţia filosofică.

le-am adunat; şi, cu siguranţă, vor fi capabili să arunce suficient de mult praf pentru a face chestiunea obscură. Aşa că este cu atât mai bine că avem câteva exemple de inconsistenţe admise sau intenţionate pentru a ne duce argumentul la bun sfârşit[46].

Principalele noastre exemple de teorii filosofice inconsistente care au fost recunoscute ca atare au fost deja date. Acestea includ cu titlu de încercare pe Heraclit, destul de sigur diferite şcoli indiene, precum cea a jainiştilor, şi în mod sigur pe Hegel, Marx şi Sartre[47]. De exemplu, teoria lui Hegel este non-trivială, deoarece există anumite propoziţii – multe dintre ele din istoria filosofiei – pe care Hegel le respingea şi care (pe temeiuri de relevanţă, de exemplu) apar a nu fi implicate de teoria sa. Iar teoria lui Hegel este cu siguranţă inconsistentă. Un corp în mişcare, de exemplu, deopotrivă este şi, simultan, nu este într-o poziţie dată. Categoriile de bază, precum Fiinţa, sunt şi totodată nu sunt identice cu sine. Şi aşa mai departe.

Hume este un alt filosof care este inconsistent într-un mod foarte interesant. Nu numai că unele dintre inconsistenţele lui Hume sunt încorporate integral în sistemul său filosofic, ci mai mult, Hume este unul dintre puţinii filosofi importanţi – în afară de Hegel şi succesorii săi dialectici – care recunoaşte explicit şi discută inconsistenţele din sistemul său filosofic.

Comentatorul lui Hume este confruntat cu inconsistenţe la o scară considerabilă, aşa cum au arătat Passmore, Selby-Bigge şi alţi comentatori[48]. Într-un anumit sens, întreaga lucrare a lui Passmore, *Hume's Intentions*, este, aşa cum remarca autorul, despre inconsistenţele lui

---

[46] Desigur, există multe alte exemple de inconsistenţă neintenţionată pe care le-am fi putut dezvolta, dacă am fi avut suficient timp şi energie. Ca atare, într-un sens evident, argumentul nostru este inevitabil incomplet. Există mulţi filosofi pe care i-am fi putut examina (mai detaliat), dar n-am făcut-o. De exemplu, Mill este inconsistent în abordarea sa a cauzalităţii (în *A System of Logic*), cu privire la faptul dacă asocierea manifestă constantă este suficientă sau sunt cerute şi asocieri ipotetice. La Leibniz, pe lângă chestiunea calculului infinitezimal, apar inconsistenţe care l-au ajutat pe Russell să fie condus la propusa teorie a dublei filosofii. Şi mai este şi Kant ...

[47] Teoriile pot fi, de asemenea, inconsistente şi sub alte aspecte decât cele recunoscute. De exemplu, o temă principală în anumite tipuri de budism este aceea că nimic nu se auto-conţine, că orice este legat de alte lucruri. Cu toate acestea, obiectivul este acela de a obţine eliberarea (Nirvana) (e.g. de durere şi necazuri) prin detaşare, prin întreruperea legăturilor (e.g. a legăturilor importante cu locuri şi cu oameni): aceasta este situaţia ideală de auto-conţinere, care este imposibilă. Totuşi, Nirvana este atinsă.

Dovezi pentru inconsistenţele deliberate ale lui Hegel şi Marx au fost deja aduse, e.g. în capitolul II, dar nu şi pentru cele ale lui Sartre. Contradicţiile apar în mod esenţial în abordarea lui Sartre a angoasei, despre care s-a spus că apare dintr-o trăsătură paradoxală a existenţei, conform căreia eu sunt cel ce voi fi, dar eu nu sunt cel ce voi fi şi în analiza sa a auto-înşelării şi a relei credinţe, care cere „construirea de concepte contradictorii, care reunesc în ele însele atât o idee, cât şi negaţia acelei idei". Mai general, descrierea adecvată a existenţei umane cere utilizarea contradicţiilor: „trebuie să înfruntăm realitatea umană ca fiinţe care sunt ceea ce nu sunt şi care nu sunt ceea ce sunt"; la fel stau lucrurile şi cu descripţiile adevărate ale persoanelor (e.g. a pederastului). Pentru o elaborare completă a tuturor acestor chestiuni şi pentru referinţe, v. Tormey, 1982.

[48] Passmore, 1952, p. 1 şi Selby-Bigge, la care se face referire în Passmore.

Hume[49]. O mare parte a argumentelor erudite pot fi văzute imediat ca încercări de a indica inconsistențele în filosofiile importante sau de a le proteja împotriva acestei acuzații. Aceasta este cu deosebire adevărat în privința lui Hume și a lui Descartes. Dar ceea ce este uimitor la Hume este mărturisirea sa despre inconsistența iremediabilă a sistemului său:

> Am avut unele speranțe că, oricât de imperfectă ar fi putut fi teoria noastră a lumii intelectuale, ar fi fost liberă de acele contradicții și absurdități ce par a însoți orice explicație pe care rațiunea umană o poate da lumii materiale. Dar, după o revedere mai strictă a secțiunii privind *identitatea personală*, m-am găsit implicat într-un astfel de labirint, încât, trebuie să mărturisesc, nu am știut nici cum să corectez primele mele opinii, nici cum să le redau în mod consistent. Dacă acesta nu este un temei *general* bun pentru scepticism, este cel puțin unul suficient (dacă nu aș fi fost deja cu prisosință de flexibil) pentru mine de a manifesta neîncredere și modestie în toate deciziile mele (*Treatise*, p. 633).

Oricum, Hume nu era un dialectician[50]: el era foarte incomodat de contradicții și le-ar fi înlăturat dacă ar fi putut, dacă ar fi știut cum. Dar cu certitudine, atitudinea sa față de inconsistența din propriul său sistem nu este clasică. Din punct de vedere clasic, dacă este inconsistent, sistemul lui Hume se trivializează, ceea ce nu este un bun temei pentru modestie, cu toate că nu este o bază nerezonabilă pentru scepticism. Dar împreună cu respingerea unui cadru clasic, inconsistența *nu este* prin ea însăși un temei *general* bun pentru scepticism; teoria dialetheică ne arată măcar atât. Căci dacă inconsistențele sunt, ca și alte enunțuri, limitate în privința fasciculului lor de consecințe, dacă ele nu conduc la orice, atunci ele pot să nu conducă la concluzii sceptice, precum aceea că noi nu *cunoaștem* cutare sau cutare fapt despre care credeam că îl cunoaștem. În general, argumentele pentru scepticism implică și alte supoziții suplimentare, nu numai premise inconsistente izolate. Premise suplimentare adăugate sistemului lui Hume dau temeiuri pentru scepticismul privind identitatea

[49] Pentru alte exemple de inconsistențe la Hume (fără indicație de sursă), vezi această lucrare a lui Passmore. Încă alte exemple (pe care le datorăm lui F. White) derivă dintr-o inconsistență sistemică privind obiectele externe, Dumnezeu și astfel de obiecte teoretice precum energia și forța, având ca rezultat faptul că deopotrivă aceste obiecte nu există și că există, dar noi nu putem ști că există. Cu privire la pretenția ontologică negativă, Hume insistă mult pentru a apăra o temă din rezumatul la *Treatise* [*on Human Nature*], conform căreia nu cunoaștem nimic despre forță sau energie, iar toate aceste cuvinte sunt nesemnificative sau ele pot să nu însemne nimic altceva decât o determinare a gândului, dobândită prin obișnuință, de a trece de la cauză la efectul său obișnuit. Totuși, în *Enquiry Concerning Human Nature* (iv, i, 29), argumentul lui Hume pare a fi unul epistemologic negativ, conform căruia pur și simplu puterile cauzale ultime ale lucrurilor nu ne pot fi cunoscute.

Două alte inconsistențe la Hume (pe care ni le-a indicat D. Stowe) privesc inducția și existența cauzată. Cu privire la inducție, Hume argumentează că inducția este eronată (în secțiunile 4–6 din *Enquiry*) și totodată acceptă inducția ca neeronată în argumentul său împotriva miracolelor (în secțiunea 10 a aceleiași lucrări). Cu privire la apariția lucrurilor, el deopotrivă acceptă și în altă parte respinge propoziția conform căreia ceva poate începe să existe fără o cauză; pentru detalii, vezi Stowe, 1975.

[50] Deși în *Treatise* există material care arată surprinzător de dialectic, e.g., p. 205.

personală și, dată fiind natura clasică subiacentă a sistemului său, pentru ca scepticismul să poată fi mai larg răspândit. Argumentul pentru scepticismul limitat ia următoarea formă. Dacă, pentru cel puțin un *x*, *x* cunoaște fapte despre identitatea personală, atunci aceste fapte despre identitatea personală sunt adevărate și, deci, întrucât sunt fapte despre lume, sunt consistente. Dar, dată fiind teoria lui Hume, nu există o abordare consistentă a faptelor privind identitatea personală, de unde, prin contrapoziție, *x* este lipsit de cunoaștere. Un argument diferit ajunge de la inconsistență la ceea ce Hume invoca drept „privilegiul unui sceptic": neinteligibilitatea, conform căreia chestiunea este mai presus de (a sa) înțelegere. Dar aceasta implică supoziția, pe bună dreptate criticată în detaliu de către Reid[51], conform căreia ceea ce este imposibil este mai presus de înțelegere sau de concepere.

Oricum, o problemă restantă privind pretenția lui Hume despre inconsistența inevitabilă este aceea că principiile pe care el „nu le putea reda în mod consistent", deși nu stătea în „puterea sa să renunțe la vreuna dintre ele", apar, cel puțin la prima vedere, *a nu fi deloc inconsistente.* Principiile sunt:

> *că toate percepțiile noastre distincte sunt existențe distincte* și *că mintea nu percepe niciodată vreo conexiune reală între existențe distincte.* Ori că percepțiile noastre sunt proprii pentru ceea ce este simplu și *individual, ori* că mintea percepe vreo conexiune reală între ele, nu ar fi nici o dificultate în oricare dintre cazuri (*Treatise*, p. 636).

Oricum, nu ar fi greu de combinat aceste principii cu alte teze ale lui Hume pentru a extrage o explicită și „serioasă inconsistență a concepțiilor lui Hume"[52].

2.1.3. Teorii inconsistente în știință și în istoria științei

Inconsistența teoriilor nu este deloc limitată la mai cuprinzătoarele edificii filosofice; alte exemple la care am apelat în capitolul v, secțiunea 1.1 erau teorii inconsistente din istoria științei, de pildă teoria atomului a lui Bohr și prima versiune a calculului infinitezimal. Există multe alte exemple, inclusiv (așa cum a arătat Galileo[53]) teoria aristotelică a mișcării[54].

Acum, ca și în cazurile juridice și filosofice, prietenii consistenței au de argumentat că orice contradicție este doar *prima facie*. Cea mai plauzibilă modalitate de a face aceasta constă din a presupune că, în fapt, teoriile sunt apărate de supoziții auxiliare *ad-hoc* sau ușor modificate într-o manieră *ad-hoc* în așa fel încât să se evite contradicțiile manifeste. Încă o dată, trebuie să se insiste asupra faptului că așa s-a procedat *întotdeauna*. Oricum, istoria nu confirmă această procedură.

---

[51] Chestiunea este discutată în detaliu în *EMJB*, cap. 12.
[52] Garrett, 1981, p. 337. Inconsistența este detaliată la pag. 350ff
[53] Galileo Galilei, 1914.
[54] Pentru exemple suplimentare, v., e.g. Feyerabend, 1975, p. 258; 1978, § iv.

De exemplu, atunci când Bohr a enunțat teoria atomului, îi era foarte clar că această teorie contrazice ecuațiile lui Maxwell. El ar fi *putut* gândi că, în cele din urmă, ecuațiile lui Maxwell ar trebui să fie modificate din această cauză. Oricum, el nu a furnizat nici o sugestie, nici măcar una *ad-hoc*, despre felul în care se poate face aceasta și a continuat să folosească ecuațiile lui Maxwell ori de câte ori a simțit nevoia s-o facă. Există o inconsistență evidentă pe care el o ignora. Poate că alții au încercat mai târziu să repare inconsistența. Poate că Bohr însuși, la o dată ulterioară, a gândit că principiul corespondenței ar putea fi folosit pentru a rezolva problema. În orice caz, aceasta nu evită faptul că teoria atomului a lui Bohr, așa cum a fost prezentată în 1913, era inconsistentă[55].

Considerații similare se aplică în privința calculului infinitezimal. Acesta era inconsistent și larg recunoscut ca atare. În acest caz, au fost făcute diferite încercări pentru a reface teoria într-un mod consistent. (De exemplu, Berkeley avea o teorie despre „anularea erorilor"). Oricum, încercările nu au fost încununate de prea mare succes[56]. În plus, aceste încercări confirmă faptul că teoria și anumite părți ale sale, e.g. teoria newtoniană a fluxiunilor, *erau* inconsistente[57]. Dacă nu ar fi fost așa, încercările de consistentizare nu ar fi fost necesare.

Astfel, există teorii autentic inconsistente în istoria științei. În plus, chiar dacă opiniile noastre particulare despre teoriile lui Bohr și Newton nu ar fi corecte, prietenii consistenței nu ar putea pretinde *a priori* că teoriile *prima facie* inconsistente au avut întotdeauna consistentizări *ad-hoc*. Aceasta, la urma urmei, ar presupune ceea ce trebuie demonstrat împotriva noastră. Ceea ce ar fi necesar, mai curând, ar fi o analiză istorică detaliată a multor și diferitelor cazuri de astfel de teorii inconsistente. Iar o astfel de analiză, pe care ne mulțumim să o lăsăm pe seama istoricilor bine informați (aceia familiarizați, între altele, cu paraconsistența), s-ar dovedi, presupunem noi, în favoarea noastră.

2.1.4. Problema non-trivialității

Până acum am argumentat că teoriile inconsistente abundă în multe domenii ale căutării intelectuale. Pentru a completa imaginea paraconsistentă, este nevoie să argumentăm că multe dintre aceste teorii sunt non-triviale. Desigur, aceasta nu este întotdeauna adevărat. După cum am văzut, filosofi precum Frege și Russell, care au produs teorii inconsistente și care au susținut explicit logica clasică, au avut nefericirea de a produce teorii triviale. Cu toate acestea, în multe dintre celelalte cazuri pe care le-am discutat dorim să susținem că este cel puțin rezonabil de presupus că teoriile respective sunt non-triviale. Dar aceasta nu este ușor de argumentat. Nici una dintre teoriile pe care le-am discutat nu este o teorie formală. (Într-adevăr, unul dintre scopurile între-

---

[55] Discuții suplimentare despre teoria lui Bohr pot fi găsite în Lakatos, 1970, §3 (C2).

[56] Boyer, 1949, cap. 6.

[57] „Matematicienii (circa 1720) simțeau totuși că trebuie să se interpreteze calculul în termenii a ceea ce este intuitiv rezonabil, mai curând decât în termenii a ceea ce este logic consistent". (cap. 6, Boyer, 1949).

prinderii noastre era acela de a găsi teorii inconsistente neformale). Prin urmare, o demonstraţie riguroasă de non-trivialitate este în afara discuţiei, deoarece este necesară o formulare foarte exactă înainte de a demara aplicarea tehnicilor moderne de stabilire a non-trivialităţii unei teorii. Este posibil ca unele dintre teoriile în discuţie să poată fi formalizate[58], existând astfel posibilitatea unei demonstraţii riguroase de non-trivialitate. Oricum, chestiunea adecvării formalizării ar pune în mod caracteristic probleme similare. Cum vom proceda? Există (cel puţin) două posibilităţi.

Prima dintre acestea constă din a acorda o atenţie specială tipului de logică subiacentă teoriei. Dacă această logică nu conţine principiul *ex falso quodlibet*, atunci împrejurarea că teoria conţine contradicţii nu produce *ipso facto* o presupoziţie de trivialitate. Aceasta este probabil suficient pentru scopurile noastre. Dacă teoriile în discuţie sunt teorii ale ştiinţei sau legi în legătură cu care nu există o reflecţie conştientă de sine asupra logicii folosite, atunci această abordare poate fi doar marginal fructuoasă. Căci logica subiacentă este exact logica naturală – logica discursului obişnuit. Împrejurarea că această logică este sau nu paraconsistentă este exact problema despre care discutăm. Oricum, în mod clar, noi credem că este. În legătură cu teoriile filosofice suntem cumva într-o situaţie mai bună. Căci, adesea, filosofii susţin explicit sau implicit anumite sisteme logice. Probabil că cel mai bun exemplu pentru scopurile noastre este, din nou, Hegel. În pofida faptului (sau poate că în virtutea faptului) că Hegel a scris două cărţi voluminoase de logică, noi şi mulţi alţii nu suntem dispuşi să spunem ce era exact teoria sa logică. Dar măcar atâta lucru este clar: filosofia lui Hegel este în mod explicit inconsistentă. Dar nici un om în toate minţile nu ar avea o filosofie explicit inconsistentă şi o logică non-paraconsistentă. Prin urmare, logica lui Hegel era paraconsistentă. (Probabil că cea mai slabă parte a acestui raţionament este premisa suprimată).

De asemenea, putem construi un argument pentru non-trivialitatea principalelor teorii tradiţionale, bazat pe forma logicii subiacente, de exemplu pentru filosofiile empiriste şi raţionaliste ale secolelor al XVII-lea şi al XVIII-lea. Teoria logică acceptată de acestea ar fi putut fi o formă de logică aristotelică. Acum, în pofida faptului că legea non-contradicţiei este o cheie de boltă a logicii lui Aristotel, silogistica lui Aristotel (şi, desigur, teoria tradiţională mai largă) este paraconsistentă! Mai precis, inferenţa

$$\frac{\begin{array}{c} S \text{ este } P \\ S \text{ nu este } P \end{array}}{S \text{ este } Q}$$

[58] Aceasta este o posibilitate reală în legătură cu teorii cum sunt unele părţi ale calculului infinitezimal şi ale mecanicii cuantice. Lucrurile stau cu totul altfel în privinţa unor teorii filosofice. Este extrem de dificil, dacă nu imposibil (cel puţin pentru filosoful obişnuit) de obţinut o viziune dominantă a unei poziţii filosofice cum este cea a lui Hegel, o viziune în termenii căreia cineva poate începe să formuleze teoria într-o modalitate exactă adecvată.

nu este o figură silogistică validă, iar inferența

S este *P*
<u>*S* nu este *P*</u>
R este *Q*

este o eroare a împătririi termenilor[59].

Cea de-a doua abordare este întrucâtva mai puternică și ne permite să aducem dovezi pentru o presupoziție legitimă de non-trivialitate. Cu toate că nu există nici o procedură generală pentru a decide dacă ceva decurge dintr-o teorie (chiar și în cazul formal), putem avea intuiții bine fundamentate și demne de încredere despre aceasta. Acesta nu este nici un apel la vreun iraționalism la modă. Intuițiile în discuție trebuie să fie obținute doar printr-un considerabil efort rațional, cum este tatonarea informată și inteligentă și raționarea deductivă sau non-deductivă. Este necesar să fim pe deplin familiarizați cu teoria; să știm cum sunt demonstrațiile specifice; să fi încercat să demonstrăm anumite lucruri fără succes și să înțelegem de ce demonstrațiile sau argumentele încercate se prăbușesc; este necesar să știm ce tip de interpretare sau de interpretare parțială are teoria, să cunoaștem euristicile importante pentru demonstrarea lucrurilor în acea teorie și așa mai departe. Exact acest tip de experiență, de pildă, este cel pe care cei mai mulți filosofi contemporani și-ar baza aprecierea conform căreia ZF și aritmetica lui Peano sunt consistente. Acum, astfel de intuiții sunt disponibile în multe dintre cazurile prezentate. De exemplu, avocații cu experiență știu ce fel de cazuri pot fi câștigate și ce fel de cazuri sunt lipsite de speranță pe baza legilor bine înțelese. Totuși, nici un avocat nu ar pretinde că un corp inconsistent de legi (precum cel descris în capitolul v, secțiunea 1.1) i-ar permite să câștige orice caz. Similar, oamenii de știință care lucrează într-o teorie inconsistentă, precum cea a lui Bohr sau calculul infinitezimal, ar respinge în mod evident ideea că teoria lor ar putea fi folosită pentru a demonstra orice. În privința teoriilor filosofice, care sunt cumva mai fluide, ar putea fi mai dificil de scos la iveală tipul de intuiție care este necesar. Totuși, noi credem că orice discipol al lui Spinoza ar respinge cu fermitate ideea că din principiile lui Spinoza decurge dualismul cartezian, precum și că orice discipol al lui Locke ar respinge pretenția că din teoria lui Locke decurge teoria identității minte–corp.

Să spunem din nou că aceste intuiții (în linii mari spus, aceste teorii intuitive) nu sunt în nici un caz concludente. Cu toate acestea, ele servesc cel puțin pentru a stabili o presupoziție legitimă. Putem chiar să ducem argumentul mai

[59] În studiu, probabil datorită unei greșeli de tehnoredactare, prima premisă a celei de a doua scheme de inferență este „*S* și *P*". Pe de altă parte, ideea conform căreia logica aristotelică este paraconsistentă (= nu este explozivă) este servită mai bine de împrejurarea că Aristotel arăta că se poate raționa valid din premise inconsistente (reciproc contradictorii sau reciproc contrare), orice silogism valid cu premise inconsistente având în mod necesar concluzia falsă, ca în exemplul „Nici un *B* nu este *A*. Unii *B* sunt *A*, deci unii *B* nu sunt *B*" (v. *Analitica primă*, II, 15). (*N.T.*)

departe. Să considerăm pe oricare dintre teoriile sau situaţiile inconsistente pe care le-am menţionat până acum şi să presupunem că am fi capabili, folosind o anumită formă de raţionare, să arătăm că din principiile teoriei decurge ceva absolut opus spiritului acelei teorii. În mod clar, cei care acceptau teoria pot renunţa la ea sau pot încerca să reformuleze teoria pentru a evita aceasta. Totuşi, ei pot să respingă pur şi simplu raţionarea implicată. De exemplu, să considerăm următorul experiment mental. Să presupunem că am argumentat, pornind de la inconsistenţa admisă de către Hume şi folosind *ex falso quodlibet*, că putem fi siguri că Soarele va răsări mâine. Ar fi acceptat Hume această concluzie? Desigur că nu. El ar fi respins, pe bună dreptate, această formă de inferenţă. Evident, ceea ce este acceptat şi ceea ce este respins de o teorie depinde de logica subiacentă a teoriei. Experimentul mental ilustrează că reciproca poate, de asemenea, să fie adevărată. Dacă suntem siguri că o teorie (sau persoana care o susţine) acceptă puternic A, dar respinge B, atunci avem o bună dovadă pentru a presupune că acea persoană ar respinge inferenţa de la A la B. În plus, împrejurarea că ceva este respins înseamnă *ipso facto* că teoria, oricare ar fi logica sa subiacentă, este non-trivială. Întrucât în toate cazurile pe care le-am considerat putem fi siguri că judecătorii, oamenii de ştiinţă, filosofii etc. în discuţie ar respinge cu putere anumite lucruri, avem un bun temei să credem că teoriile respective sunt non-triviale.

Atunci când trecem la încercarea de a produce o abordare teoretică a logicii naturale, logica discursului obişnuit, ajungem la acelaşi tip de fenomen. Nu avem un reper independent nici în logică, nici în teorii cum sunt semantica şi teoria mulţimilor, care să fie încorporat în practică. Prin urmare, trebuie să determinăm cea mai bună teorie a acestora luate împreună. Situaţia nu este diferită de cea a traducerii radicale, în care nu avem un reper independent în opiniile vorbitorilor sau în înţelesurile acestora, ci trebuie să le considerăm pe ambele simultan. În cazul de faţă, avem înclinaţii puternice de a accepta, e.g., T-schema[60] şi înclinaţii la fel de puternice de a respinge alte opinii despre adevăr. Nu putem avea o teorie care să susţină deopotrivă aceste intuiţii şi principiul generator de trivialitate al absorbţiei:

$$A \rightarrow (A \rightarrow B) / (A \rightarrow B).$$

În mod clar, putem să respingem T-schema şi să acceptăm absorbţia. Totuşi, o procedură mai simplă şi de departe mult mai plauzibilă este de a accepta T-schema şi de a respinge absorbţia (aşa cum, de fapt, am argumentat în multe locuri din această carte). Aceasta este cu deosebire adevărat, deoarece, odată ce respingem identificarea greşită a implicaţiei (sau $\rightarrow$) cu implicaţia materială şi rudele acesteia, nu este deloc clar că intuiţiile noastre pentru acceptarea absorbţiei sunt foarte puternice.

[60] Schema definiţiei adevărului, dată de Alfred Tarski, cunoscută şi drept „criteriul T“: $T(A) \leftrightarrow A$, unde A este o propoziţie, iar A este numele acelei propoziţii. Iată o instanţă a acestei scheme: „Zăpada este albă“ este o propoziţie adevărată (a limbii române), ddacă zăpada este albă; vezi mai departe secţiunea 2.1.6. (*N.T.*)

Cu toate acestea, în privința unor fragmente ale semanticii naive și ale teoriei naive a mulțimilor, unde principiile formale vizate pot fi articulate fără probleme, chestiunea non-trivialității poate fi rezolvată mult mai direct. Căci, în modalități bine întemeiate, putem alege logici subiacente în termenii cărora poate fi dovedită non-trivialitatea (v. mai jos).

2.1.5. Teoria naivă a mulțimilor

Unul dintre diversele exemple de teorii inconsistente interesante pe care le-am dat în capitolul v, secțiunea 1.1 era teoria naivă a mulțimilor. Aceasta este teoria mulțimilor produsă și dezvoltată în ultima parte a secolului al XIX-lea în principal de către Dedekind, Cantor și Frege. Inconsistența acestei teorii este indiscutabilă. Pretenția că această teorie a ajuns a fi completată cu instrumente care îi previn eșecul, de tipul celor considerate în secțiunile anterioare, pentru a opri deducerea contradicțiilor învederate nu are nici o plauzibilitate. Aceasta deoarece, între altele, unii (precum Burali-Forti și Russell) au mers mai departe și au dedus contradicții.

Acțiunea defensivă a prietenilor consistenței a trebuit, prin urmare, să ia o altă direcție în acest caz. Principala mișcare a fost aceea de a sugera că, în timp ce teoria lui Cantor, de exemplu, era inconsistentă, această teorie nu era esențialmente astfel. Adică teoria mulțimilor este până la urmă o teorie perfect consistentă. Oricum, primii teoreticieni ai mulțimilor au estompat câteva aspecte fundamentale, producând contradicții neesențiale. Întrebarea imediată și crucială este, prin urmare, ce este această teorie rezonabilă și consistentă a mulțimilor? (Diferite răspunsuri la această întrebare vor localiza diferite zone de confuzie la primii teoreticieni ai mulțimilor). Dacă nu se poate răspunde la această întrebare, această linie de rezistență se prăbușește. Deci care este nucleul rezonabil și consistent al teoriei naive? Împrejurarea că pentru mult timp nu a fost dat un răspuns clar la această întrebare este o chestiune care ține de istorie. Răspunsurile rivale furnizate de Russell, Zermelo, von Neumann, Quine ș.a. și-au disputat întâietatea. Cu toate acestea, acum este cât se poate de clar că a apărut un consens între matematicieni (deși probabil că *nu* și între filosofi)[61]. Noțiunea fundamentală este în acest caz aceea de *ierarhie cumulativă*, i.e. ierarhia definită prin recursie asupra numerelor ordinale, după cum urmează:

---

[61] Pentru cititorul mai puțin familiarizat cu dezvoltarea teoriei mulțimilor în secolul al XX-lea, menționăm că în cele ce urmează, autorii contrastează noțiunea de mulțime din teoria naivă a mulțimilor, numită uneori și *noțiunea logică de mulțime*, cu noțiunea de mulțime din teoria contemporană axiomatizată a mulțimilor, cunoscută și ca *noțiunea matematică de mulțime*. Noțiunea logică de mulțime, originată în concepția lui Frege, este cea a extensiunii unui concept (predicat). Noțiunea matematică de mulțime, care apare în sistemul axiomatic al teoriei mulțimilor elaborat de Zermelo și completat de Fraenkel și Skolem (sistemul ZF), este cea a unei *ierarhii iterative* sau *cumulative* care asigură că mulțimile sunt construite printr-o serie de pași: se începe cu non-mulțimi, apoi se construiesc toate mulțimile posibile din aceste elemente de bază, apoi toate mulțimile posibile alcătuite din mulțimile deja construite ș.a.m.d. Sistemul ZF nu permite deducerea paradoxurilor cunoscute ale teoriei naive a mulțimilor. (*N.T.*)

$$V_0 = \Phi$$

$$V_\alpha = P(V_\alpha), \text{ i.e. puterea mulțimii } V_\alpha$$

$$V_\lambda = \bigcup_{\beta \angle \lambda} V_\beta \text{, pentru limita } \lambda$$

Faptul surprinzător este că aproape orice teorie consistentă a mulțimilor propusă în secolul al XX-lea poate fi considerată ca un fragment inițial al ierarhiei cumulative (în sensul că fragmentul respectiv este un model cât se poate de natural pentru teorie)[62]. Astfel, teoria ZF a mulțimilor are ca trăsătură caracteristică V_θ, unde θ este primul ordinal inaccesibil, în timp ce clasele propriu-zise ale teoriei mulțimilor a lui Bernays pot fi considerate a fi chiar membri ai $V_{\theta+1}$. Teoria finită a tipurilor bazată pe numerele naturale este esențialmente $V_{\omega+\omega}$ ş.a.m.d. Singura teorie propusă care nu a putut fi încadrată în această imagine este sistemul NF al lui Quine (şi extensiunea sa despre clase ML). Faptul că sistemele lui Quine sunt privite, în general vorbind, ca fiind doar cu puțin mai mult decât nişte curiozități este simptomatic pentru hegemonia pe care a dobândit-o acum ierarhia cumulativă.

Să ne întrebăm atunci dacă nu cumva ierarhia cumulativă este nucleul consistent şi rezonabil al teoriei mulțimilor. (Faptul că este o structură interesantă şi importantă *nu* este în dispută). Răspunsul la această întrebare trebuie să fie un cât se poate de hotărât „Nu". Un motiv este acela că noțiunea de mulțime produsă de ierarhia cumulativă este foarte diferită de cea produsă de teoria naivă. Pentru început, noțiunea naivă este clară şi precisă, în timp ce noțiunea ierarhiei cumulative este, după cum vom explica, inerent vagă. Noțiunea naivă de mulțime este cea a extensiunii unui predicat oarecare, o noțiune care poate fi imediat detaliată într-o pereche de axiome, a comprehensiunii şi a extensionalității. Aceasta este o abordare pe atât de solidă, pe cât se poate aştepta de la o abordare a oricărei noțiuni fundamentale. A fost considerată a fi problematică doar pentru că s-a presupus (sub ideologia consistenței) că „oarecare" (din „predicat oarecare") nu putea să însemne oarecare. Totuşi, înseamnă. Prin contrast, noțiunea de mulțime dată de ierarhia cumulativă este doar pe atât de clară, pe cât sunt de clare noțiunile folosite în definirea sa. Mai întâi, noțiunea unui ordinal oarecare *este* extrem de problematică. (Noțiunea de submulțime oarecare pune, de asemenea, probleme pentru adeptul consistenței, dar vom trece peste aceasta.) Mai precis, construcția unei mulțimi presupune o construcție anterioară a ordinalelor. Oricum, aceasta ridică tot felul de probleme despre „cât de departe" poate fi continuată construcția, despre dimensiunile infinităților etc. Într-adevăr, se presupunea că teoria mulțimilor rezolvă exact acest tip de probleme. Nu negăm că, odată ce se produce o noțiune de mulțime, se poate produce o noțiune non-circulară de ordinal şi că, la rândul său, această noțiune se poate folosi pentru a defini o colecție specială a mulțimilor, ierarhia cumulativă. Dar a presupune că se poate folosi noțiunea de ordinal pentru a produce o definiție a „mulțimii" care să nu presupună ceea ce trebuie demonstrat este o fantezie.

---

[62] Fraenkel, Bar-Hillel şi Levy, 1973, p. 143ff.

Există un al doilea argument mai puternic, după care ierarhia cumulativă nu este nucleul esențial al teoriei naive. Conform acestui argument, există trăsături esențiale ale teoriei naive care nu pot fi tratate în ierarhia cumulativă. Mai precis, ierarhia cumulativă nu poate trata astfel de mulțimi intuitiv acceptabile cum este mulțimea univers și astfel de operații intuitiv acceptabile cu mulțimi cum este complementarea. Sub-colecțiile ierarhiei care au membri de un rang oricât de mare nu sunt deloc mulțimi acceptabile. Adeptul ierarhiei se poate crampona de poziția sa și poate insista că de fapt nu există astfel de sub-colecții, dar aceasta nu face decât să ilustreze principalul nostru punct de vedere. Noțiunea unei astfel de sub-colecții este o noțiune naivă pe deplin legitimă. Dacă nu este o noțiune legitimă pentru adeptul ierarhiei, atunci ierarhia nu prinde esența noțiunii naive. S-ar putea crede că noțiunea de clasă propriu-zisă ar putea fi de ajutor aici. Nu este. Se poate concepe o colecție cu membri de rang oricât de mare ca pe o clasă propriu-zisă. Dar dacă se face aceasta, nu există nici un temei pentru a nu presupune că aceste clase propriu-zise pot fi membri ai unor clase hiper-propriu-zise. Aceasta arată că mergem încă „mai sus" în ierarhia cumulativă. Așadar, împotriva supoziției noastre originale, „universul" nostru nu este deloc Universul, ci este numai un segment inițial propriu-zis al ierarhiei cumulative. Dacă am putea începe realmente cu *întregul* univers, noțiunea de clasă propriu-zisă nu ne-ar duce nicăieri.

Răspunsul standard la argumentul pe care tocmai l-am prezentat este acela că tipurile de construcții ale teoriei mulțimilor la care ne-am referit nu sunt părți ale esenței teoriei mulțimilor, ci părți ale unei confuzii marginale. Aceasta este totuși o iluzie încurajată de faptul că în perioada 1920–1960 se părea că ierarhia furnizează o bază fermă pentru întreaga matematică – cel puțin pentru întreaga matematică pentru care teoria mulțimilor era doar o parte a mecanismului auxiliar. Oricum, iluzia a fost acum spulberată de teoria categoriilor. Teoreticienii categoriilor doresc să se refere la categoria *tuturor* grupurilor, mulțimilor etc. sau chiar la categoria tuturor categoriilor. Aceasta nu se poate face în concepția ierarhică a mulțimilor. Desigur, au fost unele încercări de a ocoli problema. Multe dintre ele se bazează pe o variantă sau alta a strategiei de a presupune că „toate grupurile" înseamnă toate grupurile de rang mai mic decât β, pentru un ordinal β convenabil. Totuși, astfel de încercări, despre care nu este nevoie să discutăm în detaliu[63], sunt doar un subterfugiu. Faptul neplăcut (neplăcut pentru teoreticianul categoriilor care acceptă concepția ierarhică a mulțimilor) este că nu se poate efectua construcția cu categoriile globale, pe care o are de făcut teoreticianul categoriilor. Nu există un astfel de lucru precum categoria *tuturor* mulțimilor etc. și cu asta basta.

Astfel, adecvarea concepției ierarhice pentru întreaga matematică nu mai poate fi susținută. Teoria naivă a mulțimilor are o forță esențială (esențială pentru matematica adevărată, adică), ce trece dincolo de forța ierarhiei; ierarhia nu este esența consistentă a teoriei naive a mulțimilor. O astfel de esență consistentă stabilă

---

[63] Detalii pot fi găsite în Fraenkel, Bar-Hillel, Levy, 1973, p. 143ff.

nu a fost încă obținută. Și nici nu este probabil că va fi obținută: există, fără îndoială, diferite fragmentări consistente ale teoriei naive inconsistente, dar toate vor sacrifica trăsături importante ale întregului inițial; toate vor bloca exprimarea a ceea ce poate fi exprimat.

2.1.6. Semantica naivă

Ultimul exemplu de teorie inconsistentă interesantă pe care l-am dat în capitolul v, secțiunea 1.1 era cel al semanticii naive. *Semantica*, așa cum este înțeleasă în mod obișnuit, este teoria care se ocupă cu noțiuni precum adevărul, realizabilitatea, denotarea etc., iar *semantica naivă* este teoria acelor noțiuni încorporate în discursul limbajului natural despre aceste chestiuni. Spre deosebire de teoria naivă a mulțimilor, semantica naivă nu a fost niciodată elaborată detaliat, cu teoreme specifice, rezultate etc. Cu toate acestea, *prima facie*, adevărul, denotarea și realizabilitatea ar părea a fi caracterizate de următoarele axiome (date deja în introducerea la partea a treia[64]):

(1) $$T\ulcorner \Phi \urcorner \leftrightarrow \Phi'$$

(2) $$\text{Den}\ulcorner t \urcorner x \leftrightarrow t = x$$

$$\text{Sat}\ulcorner \Phi \urcorner \leftrightarrow \Phi'_s$$

în care Φ este o formulă oarecare (închisă în (1)), Φ' – o traducere adecvată (a lui Φ), t – un termen oarecare, s – o secvență, $\ulcorner\ \urcorner$ – un operator de numire, iar Φ'_s – Φ' cu fiecare apariție liberă a celei de a i-a variabile înlocuită cu „$s(i)$". Exact acest tip de intuiție este cel care a fost păstrat cu grijă în numirea de către Tarski a axiomei (1) *condiția de adecvare* a oricărei definiții a adevărului[65].

Fiecare dintre axiomele (1) – (3) conduce, după cum este binecunoscut și după cum am arătat, la respectivul său paradox. Au fost încercate atât abordări tari, care contravin faptelor, cât și abordări mai slabe, care încearcă să dea o explicație a operării cu succes în continuare cu limbajului natural. Adepții unei abordări tari, cum sunt Tarski[66] și mulți reprezentanți ai pozitivismului logic, admit că axiomele (1) – (3) caracterizează noțiunile noastre naive și, corespunzător, conchid că aceste axiome sunt incoerente. Dar aceasta este efectiv în acord cu ceea ce argumentăm noi, și anume că noțiunile noastre naive sunt inconsistente. Ideea că (1) – (3) sunt incoerente este o extrapolare clasică nejustificată. Prietenii consistenței, care încearcă să adopte o poziție mai slabă, au fost forțați de paradoxuri să admită că, în pofida aparențelor, (1) – (3) nu caracterizează noțiunile noastre semantice naive. Ar trebui să spunem din capul locului că nu a fost formulat nici un alt argument pentru

---

[64] v. studiul lui G. Priest, R. Routley, *Aplicații ale logicii paraconsistente*, tradus în volumul de față. (*N.T.*)

[65] Tarski, 1936, pp. 187–188.

[66] Hempel, 1966, cap. 7; Papineau, 1979, pp. 8–10.

această pretenție decât acela că (1)–(3) conduc la inconsistențe – ceea ce nu reprezintă deloc un argument împotriva unui adept al paraconsistenței. În plus, cele propuse pentru a înlocui (1)–(3) nu sunt numai respingătoare, ci și de o eficacitate îndoielnică: sunt fie suficient de puternice pentru a produce o formă sau alta de paradox logic, fie mult prea slabe. Dar argumentul detaliat aici ajunge la chestiunea soluțiilor propuse pentru paradoxurile semantice, ceea ce va trebui să arătăm în amănunt în cele ce urmează (2.2.2.2). Ceea ce vom face acum este să invocăm un argument suplimentar care arată de ce *T*–schema, în special, nu poate fi înlăturată din semantică.

Probabil că cea mai fundamentală intuiție în semantică în ultimii 100 de ani este aceea că înțelesul unui enunț este dat de condițiile sale de adevăr sau, mai bine spus, că a da înțelesul unui enunț este a da condițiile sale de adevăr. Cu toate că această intuiție aparține lui Frege, acesta nu a dus-o foarte departe. Oricum, această intuiție a furnizat, fără îndoială, cheia de boltă a aproape tuturor teoriilor semantice formale din secolul al XX-lea. Aceasta înseamnă că *T*-schema trebuie să fie o parte esențială a oricărei semantici. Căci aceasta, la urma urmei, este schema care enunță condițiile de adevăr ale lui Φ. După cum se știe, *T*-schema poate să nu apară întotdeauna în forma sa inițială. Apare în această formă în teoria inițială a lui Davidson, dar trebuie să fie mlădiată contextual pentru indexicali. În plus, trebuie să fie relativizată la lumi atât în semantica lui Montague, cât și în semantica Routley-Meyer, și trebuie să fie formulată constructiv la Dummett. Cu toate acestea, schema este acolo pentru a-și juca rolul central. De fapt, fără această schemă am fi nevoiți să descoperim cum arată o teorie semantică formală. Astfel, prin îndemnul lor de a arunca la gunoi *T*-schema, prietenii consistenței nu fac nimic altceva decât să ne îndemne să aruncăm la gunoi semantica.

Ca întotdeauna în filosofie, există reabilitări. Prietenii consistenței pot pretinde – o pretenție care de-abia de acum încolo se cere a fi îmbunătățită – că semantica formală poate fi elaborată considerând o *T*-schemă limitată, care, ca și cea a adepților abordării tari a nivelurilor de limbaj, coincide cu *T*-schema pentru limbaje restrânse și pentru fragmente ale limbajului natural. Și, desigur, păstrarea schemei generale a adevărului pune probleme minore, dacă suntem interesați doar de semantica anumitor fragmente ale limbajului natural – cu deosebire a acelora care nu implică noțiunile semantice. Această chestiune, în general vorbind, a fost cea care i-a frământat pe semanticieni. Oricum, odată ce încercăm să cartografiem semantica unui întreg limbaj natural (inclusiv a propriului său discurs semantic) – întreprindere care a constituit dintotdeauna ambiția semanticienilor în pofida concepțiilor lor fragmentate – problema nu mai poate fi suspendată. Să o spunem din nou: renunțați la *T*-schema generală și trebuie să apară unele enunțuri ale căror condiții de adevăr, și deci de înțeles, nu pot fi date. Adio semantică universală!

Cu acest argument puternic pentru paraconsistență – bazat pe analiza semantică a teoriilor inconsistente filosofic inevitabile, cum sunt cele furnizate de limbajele naturale care includ în mod firesc proprii lor termeni semantici – trecem

de la (sau mai curând dialectica ne trece de la) problema teoriilor inconsistente la problema ridicată imediat de adevărul aparent sau posibil al unora dintre aceste teorii: problema contradicțiilor adevărate.

2.2. Adevărul unor contradicții

Cel de al doilea temei pentru paraconsistență pe care l-am dat în introducerea la partea a doua era adevărul anumitor contradicții (v. secțiunea 1.2). Este probabil ca această pretenție să pară chiar mai contestabilă. Așadar, să o examinăm mai amănunțit. Exemplele de contradicții adevărate pe care le-am dat priveau (i) termenii multicriteriali și (ii) paradoxurile logice. Le vom considera pe fiecare pe rând. Există alte exemple care au fost examinate, dar preferăm să nu ne bazăm argumentul nostru principal pe acestea. (Le vom discuta mai târziu, în secțiunea 3.2).

2.2.1. Termeni multicriteriali

Situația *in abstracto* este următoarea. Avem un termen t și două criterii C_1 și C_2 care sunt empiric determinabile. Împrejurarea că este prezent C_1 este logic suficientă pentru a aplica t. Împrejurarea că este absent C_1 este logic suficientă pentru a aplica ⌜non-t⌝. La fel și pentru C_2. Totuși, C_1 și C_2 nu sunt sinonimi. Astfel, poate să apară o situație în care este prezent C_1 și este absent C_2, făcând ca t și ⌜non-t⌝ să fie deopotrivă adevărați despre un obiect sau o situație[67]. Acum, prietenii consistenței trebuie să nege posibilitatea tipului de situație descris. Pe ce temeiuri se poate face aceasta? Există mai multe.

Primul este acela de a nega că există criterii în sensul cerut de noi, adică astfel de criterii care sunt logic suficiente pentru aplicarea unui termen. Se poate argumenta că un criteriu este conectat cu aplicabilitatea unui termen prin „reguli de corespondență" empirice, precum „atunci când apare C_1, x este t". Astfel, atunci când apare situația descrisă, ceea ce avem de fapt este o falsificare fie a regulii de corespondență pentru C_1, fie a celei pentru C_2. Totuși, această linie de argumentare nu poate fi susținută. Este un fapt de viață că există criterii de tipul descris, unde există o legătură analitică între satisfacerea unui criteriu și aplicabilitatea corectă a unui termen. Astfel, de exemplu, a avea două picioare este întru totul logic suficient pentru aplicabilitatea corectă a termenului „biped". A avea organe genitale masculine (sau probabil a avea anumiți cromozomi) este logic suficient pentru aplicabilitatea corectă a termenului „mascul". A măsura șase inci pe o ruletă este suficient pentru aplicabilitatea corectă a termenului „lung de șase inci" etc.

---

[67] O ușoară generalizare a situației este prezentată în Pinter, 1980, unde criteriile C_1 și C_2 sunt înlocuite cu seturi de criterii. Oricum, această generalizare nu introduce o diferență esențială. Pentru exemple concrete de acest tip de situație, v. capitolul v, secțiunea 1.2.

Cea de a doua posibilitate este aceea de a admite că poate exista o legătură analitică între criteriu şi aplicabilitatea termenului, dar a argumenta că dacă apare situaţia pe care am descris-o, ceea ce arată aceasta este doar că, în pofida aparenţelor, de fapt este absent sau C_1, sau C_2. Acest tip de abordare poate fi apărat printr-un apel la failibilitatea generală a observaţiei etc. Acum, trebuie să se admită că, în tipul de situaţie descrisă, îndoiala cu privire la faptul că este prezent sau C_1, sau C_2 este posibilă. Totuşi, ni se pare că noi nu am luat divergenţa *per se*, pentru a arăta că este absent sau C_1, sau C_2. Putem foarte bine să investigăm faptul că sunt prezente C_1 şi C_2 pentru a încerca să găsim dovezi independente ale absenţei acestora. Totuşi, nu există nici un temei pentru care ar trebui să urmeze aceasta. Şi, dacă nu, am găsi că este foarte nerezonabil să insistăm, cu toate acestea, că unul sau altul dintre criterii este absent. Căci, în pofida tuturor argumentelor despre încărcătura teoretică[68], a nega, de exemplu, că un animal are organe genitale masculine atunci când nu ai nici un temei concret şi când ai dovada înaintea ochilor necesită mult efort. De fapt, dacă am testat independent pe C_1 şi C_2 şi am găsit că ambele sunt prezente, nu am insista că unul dintre ele este absent; ceea ce am face ar fi să încercăm o altă tactică, ce reprezintă cea de-a treia cale pe care cineva poate încerca să argumenteze că situaţia descrisă nu apare niciodată în realitate.

Cea de a treia cale constă în a argumenta că dacă avem două criterii conectate analitic cu aplicabilitatea unui anumit termen, dintre care unul este realizabil sau chiar realizat, în timp ce celălalt nu este realizat, arată că termenul este de fapt ambiguu, reprezentând două concepte cu totul distincte. Să le numim pe acestea t_1, corespunzând lui C_1, şi t_2, corespunzând lui C_2. Astfel, în cazul descris, t_1 este corect aplicabil (dar nu şi $\ulcorner$ non-$t_1\urcorner$) şi $\ulcorner$ non-$t_2\urcorner$ este corect aplicabil (dar nu şi t_2). Prin urmare, contradicţia este numai aparentă. Această insistenţă asupra faptului că există o corelaţie 1–1 între concepte şi criteriile de aplicabilitate este, de fapt, o poziţie bine cunoscută. A fost argumentată de către operaţionalişti precum Bridgeman. Tot aşa, deficienţele sale sunt bine cunoscute[69]. Aspectul esenţial este acela că, de fapt, sensurile termenilor nu sunt individuate în acest fel, prin criterii de aplicare. Aceasta se poate vedea din faptul că dacă am fi încercat să facem ştiinţă punând în practică acest tip de individuaţie, reţeaua complexă de interconexiuni teoretice ale ştiinţei s-ar fi prăbuşit iremediabil. Astfel, avem în schiţă un argument transcendental împotriva acestei poziţii.

În pofida tuturor celor de mai sus, în tipul de situaţie descris, conceptele au o tendinţă de a se scinda. Ca un răspuns la criza provocată de despărţirea criteriilor, vechiul concept se va diviza în două, fiecare parte corespunzând câte unui criteriu[70]. Oricum ar sta lucrurile, aceasta nu arată că nu au existat contradicţii adevărate. *Ex post*, contradicţia se transformă în două enunţuri non-contradictorii.

---

[68] Este vorba despre încărcătura teoretică a criteriilor. (*N.T.*)

[69] Hempel, 1966, cap. 7; Papineau, 1979, pp. 8–10.

[70] Priest, 1980, pentru o discuţie suplimentară a acestui aspect şi Maund, 1981, pentru exemple suplimentare de scindare.

Dar aceasta nu afectează faptul că *ex ante* contradicția a rezistat: altfel nu ar fi avut loc nici o schimbare conceptuală.

Aceasta epuizează posibilitățile relevante; nu există nici o modalitate de a evita concluzia conform căreia contradicțiile adevărate sunt produse de termeni multicriteriali (chiar *dacă* în scandaloasa dialectică aceste contradicții se transformă în timp sau sunt înlăturate și înlocuite cu altele ș.a.m.d.).

2.2.2. Paradoxuri logice și semantice

Paradoxurile logice sunt, așa cum am subliniat în capitolul v, secțiunea 1.2, *prima facie* argumente concludente[71] cu concluzii contradictorii. Cei care doresc să nege adevărul concluziilor trebuie să nege concludența argumentelor paradoxale – adică a fiecărui argument paradoxal în parte. Dar ei trebuie să facă mai mult decât atât. Ei trebuie să localizeze precis locul în care argumentul eșuează (*și* să fie pregătiți să accepte toate consecințele care decurg de aici). Oricum, doar desemnarea unei localizări precise a neconcludenței nu este suficientă. Aceasta, la urma urmei, este prea ușor: pur și simplu listează toate principiile folosite într-un argument paradoxal, selectează unul la întâmplare și neagă-l. Cineva care dorește să respingă poziția paraconsistentă trebuie nu numai să localizeze sursa neconcludenței, ci și să explice, într-un mod coerent și fără să presupună ceea ce trebuie demonstrat, ce este greșit în legătură cu sursa respectivă. De fapt, se cere încă mai mult decât atât. Se cere, de asemenea, o explicație a faptului că principiul incorect a fost găsit la început a fi plauzibil. În caz contrar, poziția paraconsistentă, conform căreia toate principiile sunt corecte[72], încă își depășește rivalii în privința puterii explicative. Acestea sunt exigențe greu de realizat, care nu au fost îndeplinite niciodată, după cum recunosc chiar și mulți dintre cei care ar respinge nechibzuit paraconsistența:

> Nimeni, de exemplu, dintre cei care au reflectat serios asupra paradoxurilor nu se va simți în largul său în privința supoziției conform căreia paradoxurile trebuie să conțină una sau mai multe erori specifice, în legătură cu care, dacă ne sunt prezentate, am fi imediat capabili să le recunoaștem ca atare și să le eliminăm din concepția noastră despre argumentele și definițiile acceptabile. Am învățat o varietate de strategii care par să ne ferească de probleme; dar nici una dintre ele nu are atractivitatea intuitivă simplă pe care au avut-o inițial supozițiile „naive" cu privire la

---

[71] Am folosit aici termenul „concludent" ca echivalent tehnic pentru *sound*. Logicienii de limbă engleză folosesc calificativul *sound argument* pentru argumentele deductive valide cu premise adevărate și, din contextul care urmează, este clar că și autorii studiului de față au în vedere acest înțeles. Prin definiție, un astfel de argument are concluzia adevărată. Dacă un argument deductiv este nevalid sau/și are cel puțin o premisă falsă, atunci argumentul respectiv este neconcludent (*unsound*). (*N.T.*)

[72] Autorii au în vedere aici principiile folosite în argumentele cu concluzii contradictorii care alcătuiesc paradoxul. (*N.T.*)

existența claselor și la predicație, precum și la ceea ce constituie o limită acceptabilă a cuantificării, trăsături înfățișate de teoria fundațională a lui Frege, de exemplu. Este dificil de apărat o noțiune de „eroare" în acest context, pentru care criteriul nu este exact potențialul de a genera paradox; iar acest criteriu, firește, nu poate diferenția din punctul de vedere al preferabilității între strategiile alternative, după cât se pare reușite, de a evita paradoxurile.[73]

Pentru prietenii consistenței, aceste tipuri de dificultăți sunt esențialmente aceleași, indiferent dacă paradoxurile sunt ale teoriei mulțimilor sau semantice. Într-adevăr, după cum vom argumenta, nu există o diferență esențială între aceste tipuri de paradox; o trăsătură pe care o reflectă soluția dialethică. Abordările non-paraconsistente au fost oricum configurate în cadrul unei distincții fictive între tipuri, iar pentru a trata critic aceste abordări este convenabil să urmăm această separare artificială. În plus, tendința extensională contemporană în logică a condus la reducerea general acceptată a tuturor paradoxurilor logice la paradoxurile teoriei mulțimilor, cu care vom și începe.

2.2.2.1. Paradoxuri în teoria mulțimilor

Infamul aproape universal acceptat al teoriei mulțimilor este axioma abstracției: principiul conform căruia orice condiție definește o mulțime care este extensiunea sa. Acesta, se pretinde, nu poate fi adevărat în toate cazurile. În plus, există un consens matematic, de asemenea îndeajuns de general, cu privire la instanțele axiomei care sunt acceptabile: esențialmente acelea care sunt adevărate în ierarhia cumulativă (v. 2.1.5 de mai sus). Acest răspuns nu este complet determinat. El suferă de vaguitatea pe care am remarcat-o înainte de a considera „altitudinea" ierarhiei. (De exemplu, nu există nici o modalitate de utilizare a conceptului de mulțime pentru a determina dacă condiția „rangul lui x este mai mic decât primul [număr] inaccesibil" definește o mulțime). Oricum, răspunsul este probabil îndeajuns de mulțumitor și este suficient pentru a face primul pas. Din nefericire pentru suporterii săi, este scos din joc înainte de a face al doilea pas.

Pentru început, nimeni nu a explicat vreodată ce este greșit cu instanțele axiomei abstracției care eșuează în ierarhia cumulativă. (Nu se poate nici măcar pretinde că acestea conduc în mod necesar la contradicție atunci când sunt adăugate sistemului ZF). Dacă s-ar putea arăta că ierarhia cumulativă era nucleul esențial al teoriei mulțimilor, atunci aceasta ar merge într-un fel în direcția unui răspuns la această provocare; oricum, după cum am văzut, acest lucru nu se poate face. În plus, chiar dacă s-ar putea face, soluția nu ar fi, cu toate acestea, adecvată. Căci motivul pentru care a trebuit să gândim cândva că orice condiție definește o mulțime rămâne un mister *total*. Nu pare nici măcar a fi o pretenție *plauzibilă*. Cum s-a putut face o astfel de greșeală? Nu: conceptul original de mulțime este cel dat

[73] Wright, 1980, p. 297.

de schema nerestricţionată a abstracţiei, conform căreia o mulţime este extensiunea unui predicat sau a unei condiţii oarecare. Ierarhia cumulativă este exact ceea ce pare a fi, considerând întrucâtva perspectiva istorică: *o* substructură consistentă a universului inconsistent al mulţimilor, dată drept materialul complet[74].

2.2.2.2. Paradoxuri în semantică

Problema paradoxurilor semantice este mult mai complexă, cu toate că *prima facie*, ar trebui să fie mai simplă. Nu există nici un consens printre logicieni cu privire la localizarea neconcludenţei paradoxurilor semantice. „Soluţiile" sunt de doi bani, dacă nu mai ieftine. Aceasta ar trebui să însemne că poziţia consistentă nu ajunge să facă nici măcar primul pas. Dacă opoziţia nu ajunge nici măcar să-şi înjghebeze o echipă, câştigăm prin neprezentare. Totuşi, în practică, această situaţie face doar viaţa mai grea pentru adeptul paraconsistenţei. Căci, în loc să avem un rival important împotriva căruia să argumentăm, există o varietate de „soluţii" concurente de contracarat – unele plauzibile, altele făţiş implauzibile, unele susţinute, altele abia puse în discuţie, unele străvechi, altele moderne şi cam tot ce au în comun este ideologia consistenţei (plus faptul că sunt greşite). În plus, toate apar cu un cap ca al Hydrei: arată că o distincţie nu funcţionează şi o duzină de alte distincţii îi iau locul; arată că o abordare contravine unei teorii filosofice bine întemeiate şi o duzină de versiuni şubrede apar pentru a o înlocui. În virtutea acestei stări de lucruri, ar fi fost de înţeles dacă am fi întors spatele acestui potop şi am fi aşteptat până când cel mult una (şi de preferat nici una) dintre aceste „soluţii" (nu) ar fi supravieţuit luptei pentru existenţă. Totuşi, ceva se cere a fi spus, dacă este să nu fim acuzaţi că ne sperie subiectul. Într-o introducere doar parţial dedicată acestui subiect, critica detaliată a tuturor teoriilor rivale care au fost propuse – sau măcar a celor importante – ar fi în mod clar o întreprindere imposibilă. Atunci este foarte nimerit să nu facem asta aici, întrucât pot fi găsite argumente generale care pun (cu prisosinţă) pe planul al doilea nevoia de astfel de critici detaliate.

Mai întâi, să observăm că, dată fiind derivarea unui paradox, toţi paşii din derivare sunt cel puţin plauzibili. Aceasta sugerează că aceşti paşi sunt în mod normal corecţi, cu toate că – dacă ipoteza consistenţei este corectă – ei eşuează în anumite situaţii. În care situaţii? O trăsătură izbitoare a derivărilor paradoxale, adesea remarcată, este aceea că toate folosesc enunţuri care, într-un anumit sens, sunt auto-reflexive (sau cel puţin „neîntemeiate"). Caracterizarea exactă a acestei reflexivităţi este ea însăşi o problemă, dar s-o trecem cu vederea. Să numim această clasă de enunţuri *R* (pentru „reflexiv"). Am putea sugera că o apariţie a unui membru al *R* într-un principiu de raţionare în mod normal valid poate fi suficient pentru a-l invalida. Presupunând că membrii lui *R* sunt destul de rari, aceasta cel puţin sugerează un răspuns la problema felului în care ajungem să fim sub iluzia că principiile sunt universal valide.

---

[74] Cum au putut face unii greşeala de a o lua drept materialul complet? Faptul că oamenii vor face (nestăpânit) lucruri iraţionale, dacă le-o cere o ideologie, este bine cunoscut. În acest caz, ideologia consistenţei cere să fie produs un *Ersatz* pentru universul mulţimilor, iar ierarhia cumulativă era, dacă nu chiar un candidat ideal, cel puţin cel mai mic numitor comun care, după cum s-a dovedit, capta într-o sinteză elegantă mai multe propuneri aparent rivale.

Oricum, fondul chestiunii este acum următorul. Ce se întâmplă exact cu membrii lui *R*, încât aceştia pot dobândi capacitatea de a invalida principii logice normale? Pentru a răspunde la această întrebare trebuie să izolăm o anumită clasă de enunţuri *D* (pentru „defectuos") în legătură cu care se poate vedea că raţionarea normală (inclusiv aplicaţiile *T*-schemei etc.) eşuează. Dar care sunt acestea? Acesta este punctul în care imaginea începe să se fragmenteze. Au fost sugerate multe răspunsuri diferite. Fără a încerca să fim cuprinzători, credem că este corect să spunem că răspunsurile predominante la această întrebare sunt de două tipuri:

(α) membrii lui *D* nu sunt bine formaţi. Ei pot fi propoziţii bine formate ale limbii engleze (sau *prima facie* bine formate), dar nu sunt propoziţii bine-formate ale unui limbaj logic corect (sau ale structurii de adâncime a limbii engleze);

(β) membrii lui *D* nu sunt nici adevăraţi, nici falşi, nu au o valoare de adevăr, nu formează un enunţ/ o propoziţie sau, într-un anume fel, nu au o relaţie adecvată cu adevărul/ falsul.[75]

Odată ce *D* a fost izolat, paradoxul este „rezolvat", insistând ca membrii lui *R* folosiţi în argument să fie în *D*.

Suntem acum în poziţia de a formula unele observaţii critice generale. Dar înainte de aceasta, vom arăta că multe dintre soluţii se confruntă cu dificultăţi interne cu privire la *D*, chiar înainte ca *R* să intre în scenă. De exemplu, cineva care adoptă strategia (β) trebuie să prezinte o abordare detaliată a purtătorilor adevărului şi să arate de ce anumite propoziţii pot să eşueze în a-i exprima. Aici pândesc multe probleme, după cum atestă o bogată literatură. Asemănător, cineva care adoptă strategia (α) trebuie să arate că gramatica în discuţie este realmente gramatica limbii engleze (sau cel puţin gramatica discursului raţional). Aici pândesc probleme a căror dificultate este notorie.

Prima noastră observaţie critică despre tipurile de soluţii pe care le-am schiţat este acea că ele sunt aproape toate, fără excepţie [sic!], *ad-hoc*. Se argumentează rareori că membrii lui *R* în discuţie sunt în *D* altfel decât chiar pe baza circulară a paradoxurilor. Se presupune doar. Chiar şi atunci când *este* formulat un criteriu general pentru a fi un membru al lui *D*, acesta se dovedeşte a include o clauză a cărei singură raţiune de a fi este aceea de a capta membri ai lui *R*. Din această cauză, soluţiile de acest fel presupun ceea ce este de demonstrat împotriva paraconsistenţei. Căci unii adepţi ai paraconsistenţei pot foarte bine să conchidă că enunţurile din clasa *D* invalidează principii standard. Totuşi, ei vor nega doar că membrul lui *R* în discuţie este în *D*. De exemplu, ei pot fi forţaţi să admită (eronat) că propoziţiile care nu fac enunţuri[76] nu pot fi manipulate logic[77].

---

[75] Cele două poziţii principale schiţate aici sunt, desigur, mai curând abstracţii palide. Propunerile concrete sunt întotdeauna mai complexe şi mai diversificate; de exemplu, acestea trebuie să fie mult mai precise în legătură cu domeniul şi fundamentele lui *D*. Totuşi, pentru a face discuţia mai uşor de condus, este necesară o anumită abstractizare.

[76] Nu sunt enunţuri declarative (cognitive). (*N.T.*)

[77] Există multe contraexemple, incluzând logica imperativelor, logica erotetică şi logica semnificaţiei.

Oricum, ei pot încă să pretindă că propoziția mincinosului, de pildă, face un enunț, unul paradoxal.

Cea de a doua observație critică a noastră este aceea că de obicei nu este deloc clar că soluțiile propuse rezolvă realmente problema. Căci în timp ce în acest fel pot fi evitate forme simple de paradox, forme mai complexe așteaptă imediat după colț. Mai precis, paradoxuri de o varietate „extinsă" apar în mod caracteristic pentru a incomoda soluțiile propuse. Să ilustrăm aceasta cu ajutorul paradoxului extins al mincinosului. Paradoxul mincinosului este evitat insistându-se asupra faptului că „Această propoziție este falsă" este în clasa *D*. Astfel, derivarea paradoxală este descalificată. Dar să considerăm acum „Această propoziție este falsă sau este în *D*". Supoziția că această propoziție este adevărată sau falsă conduce la contradicția obișnuită. În plus, clauza de salvare conform căreia propoziția este în *D* conduce acum, de asemenea, la o contradicție. În această situație, apologetul poate face una din două mișcări. El poate izola o nouă clasă de propoziții, *D'*, pentru care principiile standard eșuează și poate insista asupra faptului că propoziția extinsă a mincinosului este în această clasă. Această mișcare nu va ajuta. Mai întâi, repetată, conduce la un regres la infinit. Regresul poate să nu fie vicios, dar nu ne duce nicăieri. Căci, dacă (D_α) este secvența posibil transfinită a mulțimilor generată prin acest proces, încă ne confruntăm cu paradoxul absolut extins al mincinosului:

Această propoziție este falsă sau există un β astfel încât β este în D_β.

În al doilea rând, devine din ce în ce mai dificil de găsit noi clase *D'*, *D''* etc., care să aibă vreo aparență de plauzibilitate, deci întreaga chestiune se împotmolește foarte rapid. Cealaltă mișcare pe care o poate face apologetul este aceea de a insista asupra faptului că, deși propoziția extinsă a mincinosului este de fapt în *D*, aceasta nu se poate spune cu precizie. Această mișcare îl lasă pe apologet fără apărare în fața unui argument *ad hominem* de un tip devastator.

De asemenea, această mișcare ilustrează un al treilea argument împotriva „soluțiilor" la paradoxul mincinosului. Soluțiile intenționate par, fără excepție, să îl arunce pe rezolvator în inefabil. Rezolvatorul va fi condus în poziția potrivit căreia există anumite lucruri despre care este vorba, dar care nu pot fi spuse sau, mai prozaic, soluțiile îl vor conduce pe rezolvator la a aserta că anumite lucruri care, evident, pot fi spuse, nu pot fi spuse. În mod ironic, unul dintre aceste lucruri se dovedește a fi soluția însăși[78]. Această excludere a lucrurilor care pot fi spuse ca lucruri care nu pot fi spuse nu apare întotdeauna într-o manieră uniformă, dar se întâmplă invariabil. În plus, există temeiuri teoretice profunde pentru care se întâmplă așa. Rădăcina problemei este că engleza are o putere expresivă care, într-un anumit sens, este mult prea bogată. Aceasta permite să se spună lucruri ale căror condiții semantice determină faptul că o contradicție este adevărată (v. capitolul v, secțiunea 1.2). Toate soluțiile ajung în cele din urmă la propuneri de limitare a acestei puteri. Oricum, aceasta înseamnă, evident, că vor exista lucruri

[78] Pentru acest tip de observație critică la adresa teoriei tipurilor, v. Fitch, 1952, *Anexa C* și, de asemenea, Black, 1944.

despre care este vorba, care pot fi exprimate în engleză, dar care nu pot fi exprimate în idiolectul auto-impus al rezolvatorului[79]. Ceea ce arată aceasta este că problema inițială nu a fost rezolvată, ci mai curând evitată. Căci propunerea inițială era aceea de a da o explicație a conceptelor noastre semantice și de a arăta cum, în pofida aparențelor, ele nu conduc de fapt la paradox. Cu alte cuvinte, ceea ce se cere este o analiză semantică a limbii engleze sau cel puțin a acelor părți ale sale care privesc ele însele noțiuni semantice, care înfățișează structura acestora ca fiind consistentă. Dar ceea ce se întâmplă acum este că abordarea semantică oferită în cursul „rezolvării paradoxurilor" se referă la noțiuni care sunt vădit mai slabe din punct de vedere expresiv decât cele încorporate în engleză. De aici rezultă că ele nu sunt acele noțiuni. Astfel, analizele semantice nu sunt cele ale conceptelor noastre inițiale și deci nu dovedesc că aceste concepte sunt consistente.

Aceste dificultăți sugerează o ultimă luare de poziție eroică a prietenilor consistenței. Ei (în cele din urmă) admit că noțiunile semantice ale limbii engleze *sunt* inconsistente, dar susțin că în cazul „științei" (sau a orice altceva), aceste noțiuni trebuie să fie substituite cu unele care sunt consistente. Oricum, această poziție nu rezolvă problema. Căci, mai întâi, poziția este oricum în acord cu ceea ce am argumentat, și anume că toate condițiile semantice ale limbii engleze determină ca anumite contradicții să fie adevărate. În al doilea rând, această poziție propune o mișcare al cărei unic beneficiu este producerea consistenței. Dar, odată ce suntem convinși că legea explozivă *ex falso quodlibet* a logicii clasice și a celei intuiționiste este greșită, nu există aici nici un beneficiu obiectiv (cu toate că, subiectiv, poate face ca prietenii să se simtă mai bine). În al treilea rând, mișcarea prilejuiește pierderi serioase, deoarece implică sărăcirea semnificativă a puterii noastre expresive (și, astfel, și a puterilor noastre logice). Adoptarea unui idiom pozitivist nu are, prin urmare, nimic ce-o poate recomanda.

Aceasta completează succinta noastră trecere în revistă a argumentelor împotriva celor care ar „rezolva" paradoxurile logico-semantice. În cea mai mare parte, argumentele noastre trebuie să fie înțelese mai curând ca scheme de argumente. Căci, strict vorbind, fiecare soluție propusă trebuie luată ca atare, punctele sale slabe trebuind să fie expuse și explorate. Schemele de argumente pot fi apoi exemplificate pentru a se produce mai multe argumente concrete împotriva oricărei astfel de soluții. Fără îndoială, multe dintre detaliile mai fine vor trebui să fie îndelung cizelate, dar suntem încrezători că se poate face aceasta. În plus, unele poziții concrete vor avea răspunsuri *prima facie* la unele dintre argumente și va trebui ca aceste răspunsuri să fie tratate după (de)meritele lor individuale. Dacă inducția este un sfetnic bun, răspunsurile vor pune mai multe probleme decât rezolvă. Căci acesta a fost întregul caracter al întreprinderii de a „rezolva" paradoxurile. Într-adevăr, această întreprindere poate fi considerată ca un program de cercetare care a debutat cu toată seriozitatea la începutul secolului al XX-lea. Problematica sa este aceea că paradoxurile indică o fisură în unele dintre principiile logico-semantice, iar scopul său a fost de a o găsi. Strategiile (α) și (β) prezentate

[79] Priest, 1984, pentru o discuție suplimentară a acestor chestiuni.

mai sus sunt principalele euristici care au fost folosite pentru a găsi o soluţie. Fiecare strategie a fost dezvoltată (în mai multe feluri), au fost expuse punctele sale slabe şi a fost multiplicată centura sa de ipoteze auxiliare protectoare. Cu toate acestea, trăsătura caracteristică a discuţiei este aceea că, în loc să facă progrese îndrăzneţe în direcţia unei soluţii, s-a împotmolit în încercarea de a rezolva o problemă care nu este alta decât cea creată în mod fals de programul însuşi. În termenii lui Lakatos, se poate vorbi despre o schimbare degenerată a problemei[80]. Prin contrast, programul nou al paraconsistenţei, care nu încearcă să localizeze o greşeală în raţionarea paradoxală, este în mod cert progresist, rezolvând probleme tehnice şi filosofice interesante. Prin urmare, ne aşteptăm să vedem cum începe să se ofilească, în cele din urmă, programul de rezolvare a paradoxurilor. Va ajunge să fie considerat ca o idee plauzibilă care nu a funcţionat corect niciodată.

3. Ramificaţii şi consecinţe ale paraconsistenţei şi alte temeiuri pentru paraconsistenţă

Am argumentat deja că paraconsistenţa şi, în special, dialethismul, au un impact major în logică şi semantică, un impact care are multe consecinţe filosofice importante. Efectele lor sunt la fel de devastatoare în privinţa celei de a treia dintre subdiviziunile convenţionale ale semioticii, pragmatica, şi se extind de la semiotică la toate orizonturile filosofiei. Datorită extensiei în discuţie, va trebui să fim foarte selectivi; alegem să ne concentrăm, pe lângă pragmatică, asupra unor aspecte ale metafizicii şi ale filosofiei matematicii. Cu siguranţă, nu pretindem că acestea sunt singurele domenii filosofice de importanţă pentru paraconsistenţă; nu sunt.

3.1. Pragmatica

Există teme care se încadrează în rubrica pragmaticii – cu toate că această descriere standard nu este în întregime una fericită –, chestiuni privind asertarea, acceptarea şi folosirea argumentelor pentru modificarea raţională a opiniilor, pe care cu greu am putea evita să le atacăm. Căci există diferite argumente a căror concluzie este aceea că modurile în care funcţionează asertarea şi opinia resping paraconsistenţa. Vom încerca să arătăm că lucrurile nu stau aşa. Făcând aceasta, vom arăta că anumite concepţii standard despre felul în care funcţionează asertarea şi opinia sunt incorecte şi vom sugera abordări mai bune. Astfel, paraconsistenţa are consecinţe filosofice şi în aceste domenii.

[80] Lakatos, 1968, pp. 128–129.

3.1.1. Asertarea: problema conținutului

Să considerăm mai întâi pe cineva care asertează o contradicție, să spunem, pentru a lua cel mai nefavorabil caz, o contradicție explicită, precum A_0 & ~A_0. Evident, dialethicienii sunt printre astfel de oameni. Ei se confruntă imediat cu o serie de argumente a căror concluzie este că nici o contradicție nu este asertabilă rațional. Dacă aceste argumente ar fi corecte, atunci poziția paraconsistentă tare nu ar putea fi susținută rațional. Din fericire pentru paraconsistență – cu toate că ridică probleme serioase, cum este, de pildă, cea a limitei până la care este rezonabil să se stopeze evitarea contradicției prin recurgerea la stratageme de consistentizare și să se accepte rațional o teorie inconsistentă – argumentele sunt, în general, destul de slabe.

Potrivit primului argument de acest fel, contradicțiile nu sunt numai neadevărate, ci sunt în mod vădit astfel. De aici urmează că asertarea acestora este irațională, deoarece noi nu am aserta (cu bună credință, desigur) un neadevăr evident. Acest argument pur și simplu presupune ceea ce trebuie demonstrat; dialethiștii susțin că unele contradicții *sunt* adevărate. În replică, s-ar putea argumenta că, potrivit chiar poziției noastre, întrucât contradicțiile avute în vedere nu sunt numai adevărate, ci și false, tot nu ar trebui să fie asertate, deoarece un om rațional evită falsitatea. Totuși, această replică presupune încă o dată ceea ce trebuie demonstrat. Dacă adevărul și falsitatea ar fi exclusive, atunci evitarea falsității ar decurge din urmărirea adevărului. Cu toate acestea, odată ce cineva recunoaște că adevărul și falsitatea sunt amestecate inextricabil, precum o mixtură în continuă fierbere, individul rațional trebuie să țină seama de faptul că obiectivul principal al realizării complete a adevărului nu poate fi satisfăcut decât prin acceptarea unor falsități: alternativa de a respinge dialetheile ar face ca înțelegerea adevărului să rămână fragmentară și i-ar lăsa cunoașterea incompletă. Cel de al doilea argument, conform căruia contradicțiile nu pot fi evaluate rațional, este doar marginal mai bun. Pentru a vedea ce este acest argument, să notăm că cineva care asertează A_0 & ~A_0 neagă o instanță a Legii non-contradicției (LNC). S-a sugerat adesea că este imposibil să se nege în mod rațional LNC, deoarece tocmai a face aceasta înseamnă a o presupune[81]. Acum, chiar admițând că este imposibil să se nege LNC fără a o presupune (idee în legătură cu care nu găsim nici un temei bun pentru a o crede), această obiecție nu trebuie să-l îngrijoreze pe adeptul paraconsistenței. Căci ceea ce arată ea este doar că persoana care avansează contradicția se angajează la anumite contradicții secundare[82], iar a presupune că aceasta este inadmisibil înseamnă iarăși a presupune ceea ce trebuie demonstrat împotriva paraconsistenței. Acest tip de obiecție nu ia paraconsistența realmente *în serios*.

Aceleași considerații se aplică la argumentele semantice folosite uneori pentru a apăra primele două argumente, de exemplu la acela prin care se arată cu multă candoare, prin apel la tabelele de adevăr clasice, că nici o contradicție nu

---

[81] v. e.g. Stahl, 1975, p. 45. Argumentul apare inițial la Aristotel (v. J. Lukasiewicz, 1971). Lukasiewicz desființează argumentul lui Aristotel. Pentru observații critice detaliate la adresa LNC, considerat drept o lege a gândirii și drept imposibil de negat în mod rațional, v. R. și V. Routley, 1975.

[82] v. capitolul v, secț. 2.2.

poate fi adevărată. A apela la astfel de considerații (clasice) înseamnă a presupune o serie de chestiuni controversate. În orice caz, astfel de „verificări" semantice pot fi contracarate prin respingeri semantice, prin semantici rivale care admit unele contradicții ca fiind adevărate[83].

Cel de al treilea argument împotriva posibilității de a aserta rațional o contradicție susține că nici o contradicție nu are sens sau conținut. Prin urmare, nu există literalmente nimic de asertat și *a fortiori* nimic de asertat rațional[84]. Dar în acest caz, contradicțiile nu ar avea consecințe înregistrabile, căci altfel relația de consecință ar permite ca asertiunile cu conținut să fie obținute din cele fără conținut, ceva de obținut din nimic. Totuși, contradicțiile au consecințe, A & $\sim A$ implicând A, de exemplu. Așadar, care este temeiul, dacă există vreunul, pentru a presupune că nici o contradicție nu are sens sau conținut? Acesta trebuie să depindă, în cele din urmă, de o definiție a sensului sau a conținutului care implică acel rezultat. Nici una dintre descrierile obișnuite ale *conținutului* – descrierea semantică în termenii claselor de lumi pe care le exclude un enunț și descrierea de tip consecință în termenii enunțurilor implicate de un enunț – nu are rezultatele cerute; într-adevăr, clasic și intuiționist, aceste descrieri atribuie contradicțiilor, în mod greșit, conținut total, iar din punct de vedere paraconsistent (e.g. relevant) aceste descrieri atribuie contradicțiilor conținut non-nul[85]. Doar în anumite logici conexive, în care contradicțiile nu implică nimic, contradicțiile au conținut zero în descrierea de tip consecință. Dar o astfel de bază logică specială ar trebui să fie respinsă ca fiind logic și paraconsistent inadecvată, după cum am văzut[86].

Există o mai bună perspectivă de succes în a socoti contradicțiile ca fiind lipsite de sens (dacă realmente acesta este obiectivul), cu ajutorul celor două descrieri ale sensului care sunt dualele descrierilor considerate mai sus. Căci aceste descrieri redau o contradicție ca fiind lipsită de sens din punct de vedere clasic. Sub prima descriere, care este adesea luată drept o descriere de tip *Tractatus* a sensului[87], sensul unei asertiuni este ceva asemănător mulțimii non-triviale de lumi (sau evaluări) în care acea asertiune este adevărată (i.e. domeniul său). Atunci, în cazul în care contradicțiile nu ar fi adevărate în nici o lume (în nici o evaluare), ar

---

[83] v. semanticile diferitelor logici paraconsistente discutate mai sus, în capitolul v.

[84] Un argument de acest tip este prezentat cât se poate de dogmatic de Rescher, Brandom, 1980, pp. 24–25: „Nu prea avem altă alternativă decât să considerăm... (contradicția) ca fiind auto-distructivă, pur și simplu ca auto-anihilându-se... o contradicție flagrantă (este neinteligibilă) ..." , iar o concepție eliminativistă similară apare ca un fir roșu în gândirea lui Wittgenstein din cea de a doua perioadă (vezi capitolul 1, secțiunea 5.4 din G. Priest, R. Routley, *First Historical Introduction: A Preliminary History of Paraconsistent and Dialethic Approaches*). Există cu siguranță alte alternative și, în plus, există alternative mai bune, după cum se argumentează în Routley, Plumwood, 1982.

[85] Aceste măsuri ale conținutului, cu deosebire cea clasică și cea relevantă, sunt investigate în detaliu în Routley, 1977, iar una dintre ele este discutată în detaliu în capitolul al XIII-lea, secțiunea 4.6 (vezi studiul lui G. Priest, R. Routley, *Aplicații ale logicii paraconsistente*, tradus în volumul de față).

[86] În capitolul v de mai sus, secțiunea 2. O critică mult mai detaliată a logicilor conexive poate fi găsită în *RLR*, capitolul 2.

[87] Descrierea din *Tractatus*-ul lui Wittgenstein este diferită prin aceea că socotește tautologiile, ca și contradicțiile, ca fiind lipsite de sens. Care este exact teoria neintenționată a sensului subiacentă *Tractatus*-ului (dacă există vreuna) este încă o chestiune în dispută.

decurge concluzia de mai sus. Cu toate acestea, există evaluări care fac contradicțiile adevărate în unele lumi[88]. Cu siguranță, dacă totalitatea evaluărilor este restrânsă la cele clasice[89] (e.g. la cele pentru care $v(A) = \{0\}$ sau $v(A) = \{1\}$ pentru orice A), atunci nu există lumi în care contradicțiile sunt adevărate. Dar a insista că trebuie să se facă aceasta, când este evident nenecesar, înseamnă din nou a presupune ceea ce trebuie demonstrat împotriva paraconsistenței. Sub descrierea alternativă duală a sensului, sensul unei aserțiuni este dat de complementara mulțimii aserțiunilor implicate de aserțiunea respectivă. Atunci, dacă am presupune că o contradicție implică orice, contradicțiile ar apărea din nou cu sens zero. Oricum, caracteristica definitorie a logicii paraconsistente este exact respingerea concepției contraintuitive conform căreia contradicțiile implică orice. De aici rezultă că această cale de argumentare nu funcționează împotriva paraconsistenței.

Un set de considerații similare se aplică, cu și mai multă putere chiar, împotriva acelor descrieri special echipate ale sensului – sau, la drept vorbind, ale raționalității – care servesc la a aduce la lumină concluzia anti-paraconsistentă. După cum tocmai am explicat, pot fi date descrieri rivale mult mai naturale, care subminează concluzia anti-paraconsistentă și arată că aceasta este departe de a fi obligatorie. Așadar, de ce ar trebui să fie acceptate această concluzie și temeiurile sale? În acest stadiu al dialecticii, dezvoltările suplimentare ale argumentului anti-paraconsistent recurg, și trebuie să recurgă, la proceduri speciale.

Obiecțiile la adresa asertabilității raționale a contradicțiilor, pe care le-am considerat până acum, fac doar cu puțin mai mult decât să presupună ceea ce trebuie demonstrat împotriva paraconsistenței. Totuși, există un argument teoretic, aparent mai profund, care susține că dacă ar fi să permitem oamenilor să aserteze contradicții, atunci *nici o* aserțiune nu ar avea vreun conținut[90]. Argumentul este acesta: pentru ca o aserțiune să aibă conținut, trebuie ca acea aserțiune să excludă anumite posibilități, altfel aserțiunea nu poartă nici un fel de informație. Acum, când un adept al paraconsistenței asertează A, prin aceasta el nu exclude nimic. Cu siguranță, el nu exclude $\neg A$: $\neg A$ poate fi, de asemenea, realizat. Rezultă de aici că aserțiunea sa nu are nici un conținut. Argumentul este foarte plauzibil. Într-adevăr, îl putem chiar întări. Căci faptul că adevărul lui A nu exclude logic adevărul a nimic altceva poate fi demonstrat în semanticile celor mai multe logici paraconsistente. *Orice* mulțime de formule are o interpretare în care toate formulele sunt adevărate. Cu toate acestea, argumentul eșuează chiar în primul pas. Nu există nici un temei pentru a presupune că, pentru ca o propoziție să aibă un conținut determinat și non-trivial, acea propoziție trebuie să excludă ceva. Să considerăm „2 + 2 = 4“ și „Perth este în Australia“. Dacă paraconsistența are dreptate, nici una dintre aceste aserțiuni nu

---

[88] Am explicat exact ce sunt acestea în capitolul v, secțiunea 2.3.

[89] Aceasta este esențialmente ceea ce fac Rescher și Brandom, 1980. În mod firesc, argumentul nu se oprește acolo unde l-am lăsat noi. Dialectica se întoarce apoi asupra chestiunii a ceea ce contează drept *lume* și a ceea ce contează drept *evaluare* sau *interpretare*.

[90] Acest argument este sugerat de Rescher și Brandom, 1980, și este de găsit în fapt ca un argument pentru existența unei „negații tari“, în Batens, 1980, pp. 226–227. Este enunțat mai explicit în Lear, 1980, p. 112.

exclude *logic* negaţia sa sau orice altceva. Cu toate acestea, fiecare aserţiune are un conţinut determinat diferit de al celeilalte, dar non-trivial. Lucrurile stau aşa, deoarece fiecare aserţiune poartă informaţie pe care cealaltă *nu o include*. Astfel, cea de-a doua aserţiune implică faptul că Perth se află undeva, că este sau în Australia, sau în Indonezia etc., în timp ce prima aserţiune nu implică acestea. (Doar propoziţia „totul este adevărat" are conţinut total: conţinutul său este determinat, dar este trivial). Această noţiune de conţinut poate fi captată luând conţinutul unei aserţiuni ca fiind mulţimea de propoziţii implicate de acea aserţiune sau, ceea ce revine la acelaşi lucru, ca fiind locul său în laticea de Morgan a propoziţiilor[91]. În orice caz, aceasta arată că excluderea logică nu este necesară pentru conţinut.

După cum am văzut, teoria paraconsistentă poate furniza propria sa descriere a conţinutului atât semantic, cât şi din punctul de vedere al consecinţei. (De fapt, definiţiile iau exact aceeaşi formă ca şi definiţiile clasice, dar se bazează pe teorii diferite ale lumilor şi, respectiv, ale consecinţei). În acest fel, paraconsistenţa arată că descrierile felului în care aserţiunile poartă informaţie, date în termenii a ceea ce acestea exclud din punct de vedere clasic, induc în eroare. Desigur, dacă acceptăm astfel de descrieri ale conţinutului, nu putem folosi excluderea conţinutului ca o modalitate de a defini sensul sau conţinutul negaţiei. Dar atunci există o sumedenie de modalităţi de a face aceasta, de exemplu printr-o descriere semantică[92].

Un ultim atac împotriva paraconsistenţei se poate baza nu pe noţiunea de conţinut sau pe ceea ce este asertat sau pe aserţiune, ci pe noţiunea de raţionalitate. Căci este larg asumată supoziţia conform căreia nici o contradicţie, orice ar putea aserta aceasta (orice, ceva sau nimic), nu poate fi acceptată sau susţinută *raţional*. Deşi poate fi larg asumată, supoziţia însăşi nu este, în mod obişnuit, fundamentată raţional. În măsura în care sunt oferite argumente, acestea depind în mod tipic de o caracterizare a raţionalităţii care, pur şi simplu, face din consistenţă o condiţie necesară a raţionalităţii. Dar de ce să facem aceasta? Impunerea unei condiţii atât de puternice cere o justificare – altfel poate fi pur şi simplu respinsă (e.g. ca fiind stipulativă) – prin argumente care să susţină că nu trebuie să fie acceptate contradicţiile (în care verbul *trebuie* este unul al *raţionalităţii*, de extins semantic printr-o regulă: În nici o lume ideal raţională ...). Oricare ar fi argumentele, cele mai multe derivând de la Aristotel, acestea invocă implicit principiul conform căruia trebuie implică poate şi încearcă să arate că *nu pot* fi acceptate contradicţiile în virtutea caracterului logic al acestora, e.g. ele nu sunt valabile nicăieri, nu au conţinut, sunt lipsite de sens etc. Am respins deja aceste argumente: am argumentat că o contradicţie nu are un astfel de caracter logic radical defectuos, că o contradicţie poate fi presupusă, acceptată şi crezută şi uneori este aşa, precum şi că

[91] Priest, 1980a.

[92] Cum este, de exemplu, cea dată în capitolul v, secţiunea 2.

argumentele care susţin contrariul, provenind de la Aristotel, sunt defectuoase[93]. Mai mult, am argumentat, cu unele detalii, că în *anumite* cazuri, contradicţiile trebuie să fie acceptate, deoarece nu există nici o cale realmente raţională de a le evita şi deoarece sunt adevărate.

3.1.2. Critica şi modificarea opiniei

Există o altă cale pe care se poate încerca infiltrarea supoziţiilor de raţionalitate tradiţionale şi clasice, prin intermediul problemei modificării raţionale a opiniei. Se sugerează adesea că dacă se admit contradicţii adevărate, atunci procesul, ba chiar şi capacitatea de a determina în mod raţional pe cineva să îşi modifice opiniile prin critică sunt făcute imposibile[94]. Aspectul principal este acela că dacă cineva critică o teorie susţinută de un dialethist, în domeniul logicii nu există nimic care să-l oprească pe acesta de la a accepta *deopotrivă* propria sa concepţie şi criticile oponentului, chiar dacă acestea constituie o contradicţie. Din acest motiv, se pretinde, concepţia sa nu poate fi raţional criticată.

Premisa acestui argument este corectă. Concluzia este un flagrant *non-sequitur*. Aceasta presupune că, numai datorită faptului că *unele* contradicţii sunt adevărate, orice contradicţie poate fi acceptată în mod raţional, şi implică două treceri deopotrivă de greşite: de la *unele* la *toate* şi de la *adevărat* la *acceptabil în mod raţional ca adevărat*. Dar, se va obiecta, avem nevoie de un criteriu, de o procedură de decizie pentru a spune care contradicţii sunt acceptabile şi care nu. Există temeiuri pentru a presupune că cerinţa tare pentru o procedură de decizie nu poate fi îndeplinită. Nu există nici o procedură de decizie pentru a stabili când este adevărată o contradicţie. Mai mult, a solicita o astfel de procedură este nerezonabil: ştim că nu există nici o procedură de decizie pentru adevăr, chiar şi în cazuri foarte simple. Nu există nici o procedură de decizie pentru propoziţii adevărate de formele ⌜*Rab*⌝, ⌜*Fa*⌝, ⌜*p∨q*⌝ etc. De ce ar fi diferite propoziţiile de forma ⌜*p&~p*⌝?

Atunci cum să stabilim dacă o contradicţie dată într-un context dat este raţional acceptabilă? Un răspuns preliminar este acela că în această etapă trebuie să considerăm fiecare tip de caz după meritele sale, chiar şi atunci când este posibil să nu existe un răspuns imediat şi tranşant. Probabil că nu există nici un răspuns la

[93] Argumentele conform cărora contradicţiile nu sunt logic defectuoase ca obiecte ale acceptării sau opiniei şi conform cărora ele au conţinut etc. sunt date, după cum am arătat anterior, în această subsecţiune. Argumentele conform cărora contradicţiile pot fi şi sunt crezute de creaturi raţionale sunt strânse în R. şi V. Routley, 1975, unde sunt desfiinţate şi argumentele care derivă de la Aristotel. Demonstraţia că argumentele lui Aristotel sunt greşite este dată de Łukasiewicz, 1971. Un argument suplimentar (acoperitor) împotriva supoziţiei tradiţionale dominante conform căreia raţionalitatea implică consistenţa este prezentat în R. Routley, *EMJB*, şi, de asemenea, în Rescher, Brandom, 1980. Dar, cu toate că Rescher şi Brandom perorează elocvent împotriva supoziţiei tradiţionale, autorii nu observă că argumente similare se opun modificării supoziţiei tradiţionale adoptate de ei, conform căreia raţionalitatea nu implică contradicţii (prin tabele de adevăr).

[94] v. Lewis, 1982, care sugerează aceasta. O face, de asemenea, Batens, 1980, pp. 230–231; el spune că paraconsistenţa face ca toate teoriile să fie „nefalsificabile". Popper, 1963, enunţă explicit aceasta, p. 317.

întrebarea „Când este acceptabilă rațional o contradicție oarecare?", care să nu fie nici îndeajuns de vid și nici fals. Căci, la urma urmei, nu există până acum nici un răspuns la întrebarea „Când este acceptabilă rațional o aserțiune oarecare?", care să nu fie nici vid și nici fals. Dar chiar dacă atât un criteriu, cât și nevoia unui criteriu pot fi puse la îndoială, nu tot așa sunt condițiile suficiente parțiale. Am argumentat că anumite contradicții sunt adevărate. Argumentele – convingătoare sau nu – au fost lăsate mai sus (în subsecțiunea 2.2) la latitudinea de decizie a cititorului. Aspectul important aici este că aceste argumente sunt considerații raționale care ne conduc către acceptarea unor contradicții ca fiind adevărate – și pot fi recunoscute ca atare de orice agent rațional suficient de competent. Astfel, tipul de lucruri care ne conduc către acceptarea unei contradicții ca fiind adevărată este exact același cu cel care ne conduce către acceptarea altor propoziții ca fiind adevărate. Dar dacă paraconsistența este corectă, putem să construim un argument pentru orice contradicție? Desigur că nu. Să considerăm contradicția „Acest obiect este un elefant și deopotrivă nu este un elefant", unde obiectul în discuție este un telefon[95]. Ce se poate spune despre aceasta? Cu certitudine, putem argumenta rațional pornind de la un membru al conjuncției. Elefanții sunt gri, organici, au trompă etc., în timp ce acest obiect, telefonul, este alb, anorganic, nu are trompă etc. Dacă cineva poate avansa un argument rațional serios pentru celălalt conjunct (desigur, fără să folosească *ex falso quodlibet* sau vreo altă sofistică), atunci vom renunța nu numai la paraconsistență, ci și la o bună parte din orice altă activitate rațională.[96]

În acest fel, paraconsistența arată că activitatea critică rațională nu este bazată pe supoziția consistenței. O concepție este efectiv criticată, dacă se poate arăta că acea concepție conduce efectiv la ceva ce este inacceptabil – fie acest ceva o contradicție sau nu[97]. Insistența asupra totalei inacceptabilități a oricărei contradicții (sau cel puțin asupra unei proceduri de decizie pentru inacceptabilitatea totală a *unor* contradicții) este ultimul refugiu al trebuinței „euclidiene" de certitudine sau de concludență[98], care, altădată obișnuită în oceanele epistemologiei, trăiește acum, precum unele lipitori, în apele stătătoare ale logicii (clasice). Se obișnuia să se insiste asupra faptului că procedurile raționale, în special cele ale științei, furnizează certitudine fie în demonstrație (pentru inductiviști), fie în respingere (pentru falsificaționiștii naivi). Cu toate acestea, a devenit din ce în ce mai clar, în special prin strădania unor cercetători precum Lakatos, că este vorba

---

[95] Dacă și acest exemplu pare o greșeală categorială, alegeți un alt obiect, e.g. o gâscă, o umbră etc.

[96] Cititorul care a parcurs acest paragraf cu speranța că va afla, în sfârșit, ce face ca unele contradicții să fie acceptabile ca adevărate și altele nu, va fi, probabil, dezamăgit de banalitatea acestui exemplu. Putem fi de acord, de pildă, cu ideea că noțiunii naive de mulțime nu i se poate rezerva soarta unei simple contradicții, dacă ținem cont de rezultatele valoroase obținute în teoria naivă a mulțimilor, dar tot așa am putea accepta, să zicem, noțiunea de triunghi dreptunghic echilateral, ținând cont că pe baza acestei noțiuni se pot demonstra toate teoremele referitoare la triunghi. Sub acest aspect, diferența dintre noțiunea naivă de mulțime și noțiunea de triunghi dreptunghic echilateral rămâne, totuși, neclară. (*N.T.*)

[97] Acest subiect este explorat în detaliu în Priest, 1989.

[98] Lakatos, 1962.

despre ceva de felul unei iluzii. Întreprinderea de a distruge o teorie este adesea o chestiune de lungă durată: de cele mai multe ori nu există nici o „raționalitate imediată", nici un experiment cu reușită garantată[99]. Astfel, se poate întâmpla foarte bine ca o persoană să se mențină în mod rațional într-o teorie inconsistentă, inclusiv într-o contradicție explicită la care conduce aceasta, cel puțin pentru un timp. Probabil că, totuși, așa cum evidențiază alte fapte și argumente, în măsura în care această consecință a teoriei sau altele se dovedesc a fi prea nocive, aceasta nu mai rămâne o situație rațional posibilă. Probabil că nu. Astfel, paraconsistența ne ajută să ne dispensăm de vestigiile „raționalității imediate".

Considerații similare cu cele care înfruntă acuzația conform căreia paraconsistența face imposibil procesul rațional de a determina pe cineva să-și schimbe opiniile prin critică servesc, de asemenea, la a înfrunta alegația conform căreia paraconsistența însăși este necriticabilă[100], căci această alegație este un caz special al acuzației mai generale. În timp ce un adept al paraconsistenței poate fi mult mai greu de criticat, întrucât (așa cum am văzut) nu se poate aștepta de la el să se considere învins dacă poziția sa se dovedește a fi inconsistentă, o astfel de critică este încă departe de a fi imposibilă. De exemplu, dacă o analiză a felului în care funcționează asertarea și modificarea rațională a opiniilor ar arăta că aceste lucruri nu ar fi posibile dacă paraconsistența ar fi corectă, am avea un argument transcendental puternic împotriva paraconsistenței. Oricum, o analiză corectă a acestor subiecte nu arată aceasta, așa cum am argumentat. Mai general, există *multe* feluri în care argumentele și procedurile logice paraconsistente (inclusiv, desigur, cele ale noastre) sunt deschise la critică și la reevaluare în lumina criticii, precum critica unei poziții paraconsistente de către alta sau îndreptată împotriva alteia[101], și în care sunt evidențiate îmbunătățirile rezultante ale pozițiilor.

3.1.3. Consistența și metateoria

Până acum, ținta argumentului acestei secțiuni a fost aceea de a arăta că *din punct de vedere pragmatic, contradicțiile nu sunt chiar atât de diferite de alte tipuri de aserțiuni*: ele au un sens determinat, pot fi adevărate, pot fi crezute în mod rațional și pot fi respinse în mod rațional. Există, totuși, clase speciale de contradicții care funcționează într-o manieră „clasică"? Nimic din cele ce am spus nu ne angajează la o poziție în această privință, deși înclinăm către punctul de vedere conform căruia răspunsul este „Nu". Cu toate acestea, dorim să discutăm pe scurt o clasă de contradicții care, s-a sugerat, are acest statut special.

Mai precis, s-a sugerat că nici o contradicție de forma ⌜*s* este adevărat și *s* nu este adevărat⌝ nu ar fi adevărată. Acum, întrucât predicatul de adevăr este principalul predicat al unui metalimbaj semantic, ceea ce este realmente în discuție aici este consistența metalimbajului. (Dacă formulele atomare care conțin

[99] Desigur, persoanele pragmatice au știut din totdeauna aceasta.
[100] Lewis, 1982.
[101] Ca în acest volum.

predicatul de adevăr se comportă consistent, la fel se comportă şi toţi compuşii obişnuiţi). În realitate, chiar şi exprimarea în acest fel este oarecum supărătoare: căci a vorbi despre „metalimbaj“ şi „metateorie“ înseamnă deja a începe să recurgem la ierarhia lui Tarski, ceea ce nu vrem să facem. De aceea, să reformulăm subiectul: ar trebui ca propria noastră semantică să fie consistentă? Din tot ce am spus despre semantică (în 2.1.6 şi 2.2.2.2) va fi evident că noi credem că răspunsul este „Nu“. La urma urmei, aceasta este lecţia paradoxului mincinosului, „Acest enunţ nu este adevărat“. Acest enunţ deopotrivă este şi nu este adevărat. Nu avem în vedere nici o stratificare pentru a evita aceasta. Limbajul natural (sau un limbaj formal care îl modelează) ar trebui să fie îndeajuns de cuprinzător pentru a-şi formula propria semantică.

Cu toate acestea, există unele argumente care susţin că trebuie să existe o metateorie (ultimă) care este consistentă. Putem acum să respingem destul de repede aceste argumente. Astfel de argumente apar la Batens[102], care, ca şi Rescher şi Brandom, susţine inconsistenţa, însă doar la „nivelul obiect“. Unul dintre argumentele sale (pp. 277, 231) susţine că dacă nu putem localiza undeva un domeniu despre care putem fi asiguraţi că este consistent, capacitatea de a critica raţional o teorie şi de a o respinge este imposibilă. Tratăm această obiecţie în ultima secţiune. Celălalt argument (p. 277) este mai puţin clar. Acesta susţine că „se poate descrie un domeniu inconsistent [cu o teorie paraconsistentă], dar aceea poate fi numită o descriere doar dacă metateoria sa este consistentă“. Ca să fim sinceri, socotim că argumentul pentru aceasta nu este foarte clar, dar următorul pasaj care apare câteva rânduri mai departe sugerează că problema este că dacă metateoria nu poate respinge definitiv anumite lucruri din teorie, teoria nu are nici un conţinut: „Nu văd cum cineva poate fi în dezacord cu ideea de bază (a lui Popper), conform căreia numai teoriile care „interzic“ ceva sunt informative“. Dacă avem dreptate, problema este exact ca aceea care priveşte conţinutul şi excluderea, pe care am tratat-o mai sus. Dar răspunsul de acolo poate fi suplimentat: Simplul fapt că $A \in T$ şi $A \notin T$ nu implică faptul că $B \in T$ pentru un B oarecare. (Desigur, numai dacă nu raţionăm clasic). Atunci, faptul că metateoria este inconsistentă nu implică faptul că T este trivială, i.e. nu respinge nimic.

3.2. Metafizica

În subsecţiunea 2.2 de mai sus am admis posibilitatea existenţei contradicţiilor adevărate, altele decât cele menţionate acolo. Acum este momentul să discutăm despre unele dintre acestea. Elaborarea unor teorii inconsistente nu a fost doar privilegiul matematicienilor şi al altor oameni de ştiinţă. Şi filosofii, după cum am văzut, au avansat partea lor considerabilă de teorii inconsistente, uneori

[102] În studiul său din 1980. Discuţia lui Batens nu epuizează în nici un caz argumentele aflate deja în circulaţie. Pentru mai multe detalii despre problema măsurii în care este cerută o metateorie consistentă, v. *RLR*, cap. 3 şi Priest, 1984.

intenționat, alteori nu. Evident, dacă unele dintre aceste teorii ar fi corecte, atunci ele ar furniza exemple de contradicții adevărate. Însă, aproape invariabil, teoriile de acest fel au fost respinse de către filosofii aparținând unui climat predominant empirist doar pentru că erau inconsistente. Atunci, un efect important imediat al paraconsistenței este acela de a insufla o nouă viață acestor teorii. Cu toate că poate fi citat un mare număr de astfel de teorii (v. 2.1.2), două dintre acestea ies în special în evidență: teoria lui Meinong a obiectelor și dialectica, pe care le vom discuta pe rând.

3.2.1. Teoria obiectelor a lui Meinong

Teza fundamentală a lui Meinong este aceea că orice termen individual al limbajului semnifică (ceva). *Significata* sunt obiecte, dintre care numai unele există. Argumentele pentru această poziție sunt numeroase[103]. Un argument principal, totuși, este acela că poziția permite o descriere simplă și uniformă a funcției semantice a termenilor individuali în propozițiile în care apar aceștia. Din punct de vedere clasic, funcția semantică a unui termen individual este exprimată în termenii obiectului care este denotatul său și al proprietăților pe care le are acesta. Totuși, din punct de vedere tradițional, s-a considerat că această descriere funcționează doar atunci când termenul semnifică un obiect existent. Se presupune că noțiunea unui obiect inexistent este extrem de problematică. Astfel, descrierea clasică este limitată drastic în aplicațiile sale, deoarece o bună parte a limbajului obișnuit apare a fi despre obiecte non-existente, e.g. obiecte ficționale, obiecte ale opiniei și alte obiecte intenționale, obiecte abstracte cum sunt numerele, proprietățile, funcțiile etc. Astfel, în întreprinderea de a da o descriere a acestui tip de limbaj, a trebuit să fie efectuate o serie de alte stratageme. Una dintre acestea constă în a insista asupra faptului că acest tip de termen denotă un obiect existent, dar non-actual. Acesta este „platonismul", care este cu deosebire obișnuit în descrierile semantice standard ale teoriilor matematice. O altă stratagemă, mai obișnuită în legătură cu obiectele ficționale și intenționale, constă din a încerca eliminarea prin parafrazare aparentele referințe la obiecte. Acesta este reducționismul. Toate aceste stratageme au de înfruntat probleme grave, dar nu acesta este locul pentru a le aborda[104]. Soluția meinongiană constă din a menține esențialmente descrierea clasică a funcției semantice a numelor și de a bloca supoziția conform căreia ceea ce este semnificat trebuie să existe. Astfel, în fapt, se aplică foarte simplu o descriere denotațională a numelor în general și toate problemele dispar.

Ce au de-a face toate acestea cu paraconsistența? După cum ne-am putea aștepta, există numeroase obiecții la adresa soluției lui Meinong. Probabil că cea mai obișnuită obiecție este aceea că este imposibil de a înțelege sau de a elabora o teorie despre obiecte care, cel puțin într-un anume sens, nu există. Aceasta este o problemă străveche și nu intenționăm să ne ocupăm de ea acum[105]. Obiecția de care ne vom ocupa este aceasta: Cel puțin unele obiecte non-existente trebuie să aibă proprietăți. Descrierea semantică a funcției numelor depinde de aceasta. În plus,

---

[103] *EMJB*, în special cap. 1.
[104] Ele sunt discutate în *EMJB*, în special în capitolul 4.
[105] Încă o dată, o discuție completă poate fi găsită în *EMJB*.

trebuie să putem să determinăm proprietățile acestor obiecte, cel puțin în unele cazuri; altfel nu vom putea niciodată să le distingem și să spunem dacă propozițiile despre ele sunt adevărate sau false. Felul în care putem determina adesea proprietățile obiectelor existente este, în linii mari, destul de clar, întrucât acestea interacționează cauzal cu noi prin intermediul organelor de simț. Totuși, în general, acest tip de răspuns eșuează în mod evident pentru obiecte non-existente. Dar dacă nu putem găsi nici o modalitate de a atribui proprietăți sau de a determina proprietățile obiectelor non-existente, atunci acestea devin foarte asemănătoare kantienelor *Ding an sich* și tot atât de inutile. Și atunci cum ar trebui să procedăm? Meinongienii au la dispoziție un număr de răspunsuri, dar unul de importanță centrală privește postulatul caracterizării. Să considerăm un termen descriptiv „un ...", „acel ...". Să folosim „τ" pentru un operator general al descripției. Atunci termenul $\tau\, x\, \phi$ are exact aceste proprietăți, ϕ, prin care este caracterizat. Acesta este postulatul caracterizării:

$$\phi(x / \tau\, x\, \phi)$$

Postulatul este analitic în virtutea sensurilor termenilor implicați și deci este cunoscut *a priori*. Acum, aplicarea postulatului caracterizării conduce îndată la contradicții în cazul anumitor obiecte imposibile. Să considerăm, de exemplu, un obiect care este puternic contradictoriu prin aceea că are proprietatea F și nu are proprietatea F, $\tau\, x(Fx\ \&\ {\sim}Fx)$, să spunem. Atunci $F(\tau x(Fx\ \&\ {\sim}Fx))\ \&\ {\sim}F(\tau x(Fx\ \&\ {\sim}Fx))$. Prin urmare, dacă am respinge toate contradicțiile, trebuie să respingem și postulatul caracterizării – un rezultat cu implicații (negative) importante pentru întreaga întreprindere meinongiană. Într-adevăr, o instanță exact a acestui argument a fost folosită de Russell în critica sa devastatoare a teoriei lui Meinong a obiectelor, una dintre supozițiile subiacente ale lui Russell fiind aceea că toate contradicțiile, fără excepție, sunt proscrise[106]. Cu toate acestea, odată ce se admite posibilitatea contradicțiilor adevărate, ce se poate opune supoziției conform căreia obiecte imposibile, ca $\tau x(Fx\ \&\ {\sim}Fx)$, produc astfel de contradicții? Poate fi doar un fapt de viață acela că unele obiecte meinongiene sunt obiecte inconsistente, în sensul că au proprietăți contradictorii, așa cum sunt ele furnizate de postulatul caracterizării. Obiecția la adresa postulatului caracterizării, bazată pe temeiuri de consistență, este astfel un fiasco. Așa cum este acum mai bine cunoscut, Meinong a răspuns imediat criticii lui Russell asupra acestor chestiuni, subliniind că, desigur, obiectele imposibile au proprietăți imposibile și încalcă LNC, care este valabilă cel mult pentru obiecte actuale și posibile[107].

Ca să fim sinceri, situația nu este chiar atât de simplă pe cât am sugerat până acum; adică, procedează dialethic și teoria lui Meinong a obiectelor poate fi reabilitată neproblematic. Căci nici măcar un dialethician nu poate accepta postulatul caracterizării în deplina sa generalitate, deoarece, folosind o formă fără

---

[106] Critica lui Russell apare într-o serie de articole în *Mind*, în jurul anului 1905: v. în special 1905.

[107] Aceste aspecte au fost prezentate de Meinong în mai multe locuri, e.g. în 1907.

restricţii a acestuia, se poate demonstra absolut orice. Este suficient să se observe că $F(\tau x(Fx \,\&\, p)) \,\&\, p$ este o instanţă fără restricţii a postulatului. Corespunzător, sau postulatul este deja limitat implicit, e.g. într-un mod natural, sau trebuie să-i fie impuse unele restricţii. Aceasta deschide o altă cale largă de scăpare pentru meinongieni, care pot încerca să formuleze astfel de restricţii asupra postulatului, încât să fie respinsă orice aplicaţie care conduce la inconsistenţă. Oricum, aceasta face ca viaţa să fie mai dură şi mai încurcată[108].

3.2.2. Dialectica

După cum am văzut în introducerea la partea întâi, dialectica nu este atât o teorie unică, cât un mănunchi de idei şi de teme ce pot fi găsite la o serie de gânditori diferiţi, începând, probabil în epoca modernă, cu Fichte şi ajungând prin Schelling, Hegel, Marx şi Engels la gânditori contemporani precum Lenin, Sartre şi Mao-Zedong. Ar fi o inepţie să se presupună că există o descriere uniformă a dialecticii care poate fi găsită la toţi aceşti oameni. Ceea ce împărtăşesc toţi aceşti oameni nu pare a fi mai mult, cel puţin pentru cei ostili dialecticii, decât o formă a cuvintelor, ale căror înţelesuri diferă radical. Cu toate acestea, să începem cu aceste cuvinte. O componentă centrală a dialecticii, aşa cum este înţeleasă aceasta în epoca modernă, este contradicţia[109]. Principalele lucruri afirmate despre contradicţii sunt următoarele:

(D1) Există contradicţii în realitate: unele situaţii realizează contradicţii. (Aceasta este una dintre formele legii unităţii contrariilor).

(D2) Schimbarea este produsă de rezolvarea contradicţiilor: într-un sistem dinamic, starea *S′* care succede unei stări *S* este produsă de rezolvarea unora dintre contradicţiile din *S*. (*S′* este negaţia lui *S*).

Admitem că diferiţi dialecticieni au înţeles noţiunea de contradicţie în diferite feluri[110]. Astfel, de exemplu, o contradicţie poate fi o propoziţie auto-contradictorie, concepte incompatibile, o concepere a unei situaţii diferită de realitatea acelei situaţii, un proces care înaintează către un scop care se auto-anulează, operaţii inverse, forţe opuse, interese opuse, tendinţe aflate în conflict ş.a.m.d. Desigur, diferite sensuri ale contradicţiei dau naştere la diferite sensuri pentru **D1** şi **D2**. Ar fi imprudent să încercăm să găsim mai mult decât o asemănare de familie între diferitele noţiuni de contradicţie menţionate mai sus şi nu vom încerca să facem aceasta. Mai mult, unele dintre aceste noţiuni de contradicţie au puţine legături cu felul în care logicienii înţeleg termenul, care este în principal primul de pe listă. De exemplu, noţiunea de tendinţe

---

[108] Pentru o discuţie mai amănunţită a acestor subiecte, v. *EMJB*. O teorie consistentă a obiectelor este, de asemenea, dezvoltată în Parsons, 1980.

[109] Avem în vedere, de pildă, analiza de conţinut a principalelor texte despre dialectică, e.g. a lucrărilor autorilor menţionaţi mai sus.

[110] Într-adevăr, unii dintre cei la care ne-am referit mai sus au folosit mai mult decât o singură noţiune de contradicţie.

opuse are comparativ puţin de a face cu acesta. Ne concentrăm asupra noţiunii logice nu pentru că noi considerăm că celelalte noţiuni sunt incorecte sau neinteresante, ci pentru că, dacă dialethica şi dialectica sunt reciproc relevante, acesta va fi scena acţiunii. Astfel – să subliniem din nou – nu pretindem că ceea ce urmează să spunem despre contradicţii este o analiză corectă a întregii dialectici – departe de aceasta. Ceea ce spunem este că unii dintre dialecticienii importanţi au considerat adesea acest sens al contradicţiei[111] şi că acesta este sensul central din care derivă şi îşi trag puterea celelalte sensuri. Pentru aceste temeiuri, dialethismul este un ajutor tehnic valoros, de fapt absolut esenţial în înţelegerea logică a ceea ce se petrece în dialectică. Prin contrast, încercările bazate pe logica acceptată (clasică, intuiţionistă sau tradiţională) de a explica ceea ce se petrece sunt limitate la a fi mai curând eşecuri jalnice şi sunt limitate sau la a anula dialectica, aşa cum face Popper, ca „un fel vag şi încâlcit de a vorbi" „fără nici cea mai mică bază"[112], sau la a transforma dialectica în ceva foarte diferit de ceea ce a fost aceasta din punct de vedere istoric[113]. Oricum, scopul nostru nu este unul de exegeză istorică, ci este acela de a stabili relevanţa reciprocă a dialecticii şi dialethicii şi în acest fel de a ajuta reabilitarea logică a dialecticii. În acest scop, vom considera contradicţiile în cunoaştere şi contradicţiile în lumea naturală. Acestea nu sunt singurele locuri de relevanţă, dar sunt suficiente pentru a stabili principalul nostru punct de vedere.

3.2.2.1. Contradicţii în cunoaştere şi în corpusul ştiinţei

Conform legii unităţii contrariilor, când este aplicată la cunoaştere, starea istorică a cunoaşterii la un moment dat este expusă la a conţine propoziţii contradictorii. Este destul de uşor de văzut că lucrurile stau aşa. Mai întâi, am argumentat deja că anumite teorii din corpusul cunoaşterii pot fi intern inconsistente[114]. Oricum, contradicţiile apar tot aşa de bine şi din alte motive. Aşa cum a evidenţiat Popper, un rezultat experimental bine coroborat poate foarte bine să contrazică o teorie bine coroborată. Coroborarea ambelor ar fi în mod normal suficientă pentru a le plasa pe amândouă în corpusul cunoaşterii[115]. Popper, desigur, insistă că teoria ar trebui să fie respinsă în acest context. Totuşi, aşa cum alţii, precum Lakatos, au argumentat împotriva lui Popper, „falsificarea" şi respingerea nu sunt evenimente contemporane în cele mai multe cazuri[116]. Contradicţia în starea cunoaşterii persistă, căutând o rezolvare. Cel de al treilea temei pentru contradicţii în starea cunoaşterii este, aşa cum a evidenţiat din nou Lakatos, acela că în anumite momente, starea cunoaşterii poate conţine programe de cercetare rivale, ale căror „nuclee dure" se vor contrazice reciproc[117]. Astfel, **D1** este justificat în acest context.

---

[111] v. în special discuţiile despre Hegel şi Marx din capitolul II.

[112] Popper, 1963, p. 316.

[113] Unele încercări de acest tip sunt adunate în Marconi, 1979.

[114] v. mai sus în acest capitol, secţiunea 2.1.3.

[115] Cel puţin din perspectiva falsificaţionistă asupra creşterii cunoaşterii, pe care nu o înfruntăm aici.

[116] Lakatos, 1970.

[117] Lakatos, 1970.

Odată ce am văzut aceasta, **D2** este în bună măsură trivial. Aceste contradicții furnizează un motor important pentru cunoaștere. Faptul că ele sunt incluse furnizează un bun temei pentru a transforma corpusul cunoașterii în așa fel încât contradicțiile să fie rezolvate[118]. Aici, „rezolvat" nu înseamnă pur și simplu „eliminat", ci „depășit" (*transcended*), în sensul de a găsi explicații satisfăcătoare pentru coroborarea ambelor părți ale contradicției. În acest fel, ideile lui Popper privind lupta dintre teorie și falsificarea experimentală și ideile lui Lakatos privind lupta dintre programele de cercetare rivale, de înlăturare a unuia de către celălalt, sunt încastrate într-o descriere dialectică a cunoașterii și a creșterii științei[119]. S-a obiectat că acceptarea de către noi a unor contradicții ca fiind adevărate subminează această descriere a dialecticii cunoașterii – și, mult mai pripit, că **D1** subminează **D2** – din următorul motiv. Cunoașterea se poate dezvolta foarte bine prin rezolvarea contradicțiilor. Totuși, motivul pentru care se întâmplă așa este acela că o contradicție în cunoaștere este nesatisfăcătoare și este așa deoarece trebuie să fie falsă. Odată ce se neagă aceasta, nu există nici un motiv pentru care nu s-ar permite contradicției să rămână și cunoașterii să fie statică.

Chestiunea este simplă. Aceasta sugerează că există o incompatibilitate între progresul cunoașterii prin rezolvarea contradicțiilor și credința actorilor istorici în contradicțiile adevărate (nu, *nota bene*, în contradicțiile adevărate ca atare). Dar aceasta este o confuzie. Căci chiar presupunând că scopul actorilor care produc schimbarea în cunoaștere este eliminarea falsității, nu rezultă că aceștia se vor mulțumi cu o contradicție. Nici dialethicienii și nici dialecticienii nu cred că *toate* contradicțiile sunt adevărate: acestea sunt, probabil, tot atât de neadevărate ca și orice altceva, chiar mult mai probabil. Dată fiind o contradicție în corpusul cunoașterii și dată fiind opinia conform căreia acea contradicție, ca și cele mai multe contradicții întâlnite, este falsă, motivația puternică de a o elimina din corpus se păstrează. Dar ce se întâmplă cu acele contradicții care sunt adevărate și sunt considerate ca atare? Vor fi acestea rezolvate? Nu în mod necesar. Ele pot foarte bine să fie păstrate. Nu există ceva care să determine pe un dialethician să exorcizeze paradoxurile logice din corpusul cunoașterii, de exemplu. Dar nu există nici o parte a dialecticii conform căreia *toate* contradicțiile produc schimbare. De fapt, în dialectică există o distincție standard trasată între contradicții antagoniste (i.e. producătoare de schimbare) și contradicții neantagoniste[120].

Dar toate acestea înseamnă a asuma că scopul actorilor este pur și simplu eliminarea falsității. Și aceasta, desigur, este mult prea simplu. Căci falsitățile nu sunt pur și simplu eliminate, ci depășite. Pe măsură ce cunoașterea se extinde, noi producem explicații din ce în ce mai profunde[121]. Adevărul este explicat și sunt dezvăluite limitele sale, falsul este înfățișat ca fiind fals și este explicată coroborarea acestuia. Astfel, o contradicție falsă poate fi respinsă nu pentru ea însăși, ci ca un rezultat al profunzimii explicative crescânde. În plus, chiar și contradicțiile adevărate

---

[118] În general, deoarece cele mai multe contradicții întâlnite sunt pur și simplu false, dar nu invariabil. Chestiunea este dezvoltată mai jos în text.

[119] v. mai departe Priest, 1980.

[120] Mao-Zedong, 1977, § 4.

[121] v. e.g., Bhaskar, 1978.

pot fi rezolvate în acest fel. Căci teoriile mai profunde pot produce foarte bine o schimbare a înțelesului care rezolvă contradicțiile prin fisiunea înțelesului[122].

3.2.2.2. Contradicții în lumea naturală

Să pornim din nou de la legea unității contrariilor, așa cum este încorporată aceasta în **D1**. Dacă lumea este lumea din *Tractatus* a totalității faptelor, atunci aceasta conține contradicții. Paradoxurile logice sunt exemple ale acestora. Dar există contradicții adevărate privind lumea *naturală*, ca opusă părții analitice a lumii? Am răspuns deja afirmativ și la această întrebare, prin analiza termenilor multicriteriali[123]. Aceasta, totuși, nu epuizează în nici un fel posibilitățile. Un marxist paraconsistent poate foarte bine să argumenteze în favoarea contradicțiilor adevărate (în sensul nostru) privind societatea, iar un teoretician dialethic al mecanicii cuantice (în prezent, un obiect ficțional al științei) ar argumenta în favoarea contradicțiilor adevărate la nivel subatomic[124].

Aceasta înseamnă încă a neglija legătura deosebit de remarcată dintre contradicție și schimbare. Căci atunci când dialecticieni precum Hegel și Engels au evidențiat prezența contradicțiilor în lumea naturală, ei au făcut-o în legătură cu schimbarea. De exemplu, Engels era în bună măsură pregătit să admită că o descriere adevărată a lumii, așa cum este în fiecare moment, o descriere statică, poate fi consistentă. Totuși, odată ce o considerăm în mod corect ca fiind un sistem dinamic, într-o stare de perpetuă schimbare, atunci o descriere adevărată a ceea ce se întâmplă trebuie să conțină o contradicție[125]. Astfel, contradicțiile apar atunci când un sistem trece de la o stare la alta și sunt rezolvate la terminarea mișcării. Acesta este **D2**. Trebuie să se recunoască faptul că dialecticienii nu erau în general pregătiți pentru *a argumenta* aceasta. În mod obișnuit, ei se mulțumeau să citeze autoritatea lui Zenon și paradoxurile sale ale mișcării. Cu siguranță, unele dintre argumentele lui Zenon (de exemplu cel al săgeții) pot fi considerate drept argumente în favoarea pretenției conform căreia într-un moment al schimbării ceva este într-un anumit fel și deopotrivă nu este așa. Dar am discutat deja argumentele lui Zenon[126] și nu le-am adoptat. Să vedem, totuși, ce putem să obținem fără aceste argumente.

Să presupunem că un sistem este într-o stare S_0 și că în momentul t_0 sistemul trece în starea S_1. În ce stare este sistemul în t_0? *A priori* există trei posibilități: este într-una dintre stările S_0, S_1, nu și în ambele; nu este nici în S_0, nici în S_1;; este deopotrivă în S_0 și S_1. Probabil că în împrejurări diferite și în diferite tipuri de schimbare, toate cele trei posibilități sunt realizate. Dar, în particular, dacă S_0 înseamnă că este adevărat p și S_1 înseamnă că este adevărat $\sim p$ și apare o schimbare de cel de al treilea tip, atunci este realizată o contradicție în t_0: p și $\sim p$ sunt deopotrivă

---

[122] În 2.2.1 am conchis deja că o contradicție adevărată poate fi situată în nodurile rețelei de schimbare a înțelesului. Există o serie de alte subiecte interesante, atinse aici doar în treacăt, privind transcendența contradicțiilor și relația intențiilor actorilor cu eforturile acestora; o discuție a acestor subiecte poate fi găsită în Priest, 1980.

[123] v. din nou discuția din 2.2.1 de mai sus.

[124] v. capitolul XIII, secțiunea 3.4 (G. Priest și R. Routley, *Aplicații ale logicii paraconsistente*, studiu tradus în volumul de față).

[125] Engels, 1878, p. 139.

[126] În capitolul II, §1.

adevărate. Desigur, această posibilitate este respinsă din punct de vedere clasic: despre paraconsistenţă se poate spune măcar că lasă deschisă această posibilitate[127]. Pentru a stabili dacă această posibilitate este sau nu realizată, trebuie să căutăm argumente suplimentare. Astfel de argumente pot fi găsite. De exemplu, unul dintre acestea priveşte principiul limitei al lui Leibniz: „ceea ce are loc către limită are loc la limită". Acest principiu este destul de plauzibil în cazul în care este vorba despre procese fizice. Şi dacă este corect, principiul implică faptul că p şi $\neg p$ sunt deopotrivă adevărate în t_0, întrucât t_0 este deopotrivă o limită a intervalelor de timp anterior şi ulterior acestuia. În acest caz, o astfel de schimbare implică contradicţii, iar **D1** şi **D2** sunt confirmate suplimentar ca referindu-se la contradicţii în lumea naturală[128].

3.3. Filosofia matematicii

Nu numai că multe teorii metafizice defuncte pot fi reabilitate prin paraconsistenţă; multe programe din filosofia matematicii pot fi, de asemenea, reactivate. Din motive istorice generale, filosofia matematicii în secolul al XX-lea a fost strâns legată de investigarea logicii. Şi aproape toată această filosofie s-a sprijinit pe supoziţia că logica, *acea* logică, este sau clasică, sau intuiţionistă. Astfel, paraconsistenţa trebuie să aibă consecinţe pentru filosofia matematicii, dintre care vom examina acum câteva[129]. Cel mai devastator efect al paraconsistenţei constă din anularea multora dintre rezultatele negative care au apărut în ultimii cincizeci de ani, în special a acelora provenite din teorema lui Gödel, din logicism şi din programul lui Hilbert, pe care le vom discuta în cele ce urmează.

3.3.1. Prima teoremă de incompletitudine a lui Gödel

Teorema lui Gödel poate fi enunţată în forma următoare: orice teorie (ω-) consistentă care este destul de puternică pentru a reprezenta toate funcţiile recursive este incompletă. Nu este necesar să discutăm deocamdată acest rezultat profund. Demonstraţia sa cere doar unele supoziţii minimale privind logica subiacentă a teoriei[130]. Desigur, Gödel şi toţi ceilalţi presupuneau încă o dată că logica subiacentă a teoriei trebuie să fie clasică sau intuiţionistă, dar, cel puţin în cazul primei teoreme a lui Gödel, această supoziţie nu este necesară. Nu; lucrurile cu care nu suntem de acord

---

[127] Şi prin aceasta că înlătură problemele privind schimbarea, originate la Parmenide şi Aristotel, care sunt generate de consideraţii fundamentate clasic.

[128] Chestiunea depinde în mod critic, totuşi, de argumentele şi supoziţiile subiacente. Acestea sunt discutate în detaliu în Priest, 1982.

[129] O discuţie suplimentară apare în *EMJB*, capitolele 10 şi 11 şi în *Anexă*.

[130] Există, totuşi, supoziţii importante privind metateoria implicată şi relaţiile acesteia cu logica-obiect – supoziţii care ar trebui să fie examinate, de pildă, de oricine îşi propune să rezolve paradoxurile prin restricţii sistematice impuse auto-referinţei. În plus, în timp ce afirmaţia este adevărată despre teorema iniţială a lui Gödel, unde ipoteza era ω-consistenţa şi nu atât consistenţa, poate să nu fie valabilă despre formularea lui Rosser a teoremei, unde ipoteza este redusă la consistenţă. Căci demonstraţia lui Rosser pare să depindă de utilizarea silogismului disjunctiv. (Rămâne neclar dacă această utilizare este esenţială.)

sunt pretențiile arogante care au fost formulate adesea și despre care se presupune că decurg din acest rezultat. Cele mai decente dintre acestea[131] susțin în mod obișnuit că orice matematică sau aritmetică axiomatică este incompletă[132]. Altfel spus, aceasta este pretenția conform căreia mulțimea propozițiilor matematice (sau aritmetice) adevărate nu este recursiv numărabilă. Acum, după cum va fi foarte clar, aceasta decurge din teorema lui Gödel dacă și numai dacă mulțimea adevărurilor matematice (aritmetice) este consistentă. Oricum, în virtutea a ceea ce am spus cu privire la paradoxurile teoriei mulțimilor (în 2.2.2.1), mulțimea asertiunilor matematice adevărate nu este, evident, consistentă.

Cum stau lucrurile cu mulțimea aserțiunilor aritmetice adevărate? S-ar putea ca aritmetica lui Peano, de exemplu, să fie inconsistentă. Nu este imposibil, în pofida demonstrațiilor de consistență, dar pare improbabil, întrucât tipul de condiții care par necesare pentru producerea paradoxurilor nu apare în aritmetica lui Peano[133]. Oricum, aceasta nu arată că mulțimea propozițiilor adevărate despre numere nu este recursiv numărabilă. Arată doar că mulțimea de astfel de propoziții exprimabile în limbajul aritmeticii lui Peano nu este recursiv numărabilă. Căci, desigur, este foarte posibil ca o mulțime recursiv numărabilă să aibă submulțimi non-recursiv numărabile. Dar ideea că orice se poate spune despre numere din punct de vedere matematic se poate spune în limbajul aritmeticii lui Peano este o parte a dogmei curente. Această idee este pur și simplu falsă.

Să considerăm, de exemplu, teoria numită în altă parte[134] „aritmetica semantic închisă“. Aceasta poate fi gândită ca aritmetica lui Peano extinsă printr-un nou predicat de $n + 1$ locuri Sat_n (pentru orice $n \geq 1$) și schema de axiome:

$$\mathrm{Sat}_n(\ulcorner \phi \urcorner x_1 \ldots x_n) \leftrightarrow \phi(v_1/x_1 \ldots v_n/x_n),$$

unde ϕ este orice formulă cu n variabile libere $v_1 \ldots v_n$ și $\ulcorner\phi\urcorner$ este numărul lui Gödel al formulei ϕ. Această teorie va fi capabilă să exprime fapte despre numere care nu sunt exprimabile în limbajul aritmeticii lui Peano, e.g. $\mathrm{Sat}(\ulcorner x = 1 + 1 \urcorner 2)$. Probabil că aritmetica lui Peano semantic închisă nu va fi o extensie conservatoare a aritmeticii lui Peano[135]. Dacă este așa, aritmetica lui Peano nu este numai incompletă din punctul de vedere al teoremelor, dar și expresiv incompletă și, putem bănui, coincidența acestor lucruri poate să nu fie întâmplătoare. Am

---

[131] Cele mai brutale pretenții privesc chestiuni precum creativitatea umană, distincția dintre om și mașină ș.a. Toate acele corolare – care nu rezultă fără supoziții suplimentare foarte generale – se află de partea pretențiilor mult mai decente. Pentru o discuție suplimentară a unora dintre subiectele epistemologice care depind de teorema lui Gödel, v. Priest, 1979.

[132] Și ceea ce este implicat: incompletitudinea extensională.

[133] Mai precis, ceea ce dă naștere la paradoxuri sunt condițiile de adevăr care, deși sunt recursive în sensul că pentru fiecare formulă, condițiile de adevăr sunt date în termenii condițiilor de adevăr ale părților sale, nu sunt recursive în sensul că analiza condițiilor de adevăr ale unei formule oarecare, efectuată printr-o aplicare a diferitelor reguli, este ținută să se împotmolească. (v. Priest, 1983).

[134] Priest, 1979.

[135] v. mai departe Priest, 1979.

presupus că aritmetica închisă semantic, sau cel puţin o extensie axiomatică naturală a sa, este (extensional) incompletă; dar soluţia la această problemă este până acum necunoscută.

Oricum, aceste câteva observaţii sunt suficiente pentru a nărui, cel puţin pentru moment, cele mai multe dintre consecinţele filosofice importante ale teoremei lui Gödel (dintre care vom mai menţiona câteva în următoarele două secţiuni).

3.3.2. Logicismul

Un scop principal al logicismului, programul fundaţional propus de Frege şi Russel pe la începutul secolului al XX-lea, era acela de a arăta că toate adevărurile matematice sunt adevăruri logice[136]. Conform reconstrucţiilor extensionale recente ale programului, încercarea de a realiza aceasta se compune din două părţi: (a) a arăta că teoria mulţimilor este o ramură a logicii; (b) a arăta că matematica este reductibilă la teoria mulţimilor. Atât (a), cât şi (b) se confruntă cu o mulţime de probleme, probleme care sunt în bună măsură înlăturate, odată ce adoptăm paraconsistenţa.

(a) Teoria mulţimilor cu care lucra Frege era esenţialmente o elaborare a teoriei naive a mulţimilor. Ca şi teoria naivă, teoria sa s-a dovedit a fi inconsistentă, şi astfel a trebuit să fie căutată o reformulare consistentă[137]. Problemele pentru logicism încep chiar de aici. Principala problemă este că teoria mulţimilor, aşa cum este reformulată acum, nu aduce prea mult a logică. Teoria mulţimilor a lui Frege ar putea fi considerată în mod plauzibil drept o teorie despre noţiuni care sunt foarte generale, topic–neutre şi aflate în interiorul limitelor preocupărilor logicii tradiţionale, şi anume proprietăţi, concepte şi extensiunile acestora. În plus, principiile acesteia par a fi (iar noi am presupune că *sunt*) analitice, o chestiune de logică (într-un sens destul de restrâns al cuvântului). Astfel, teoria mulţimilor a lui Frege pare, sub toate aspectele relevante, o parte a logicii. Totuşi,. aceleaşi consideraţii nu pot fi aplicate formelor distorsionate care au trecut drept teoria mulţimilor în secolul al XX-lea. Teoria mulţimilor acceptată acum pare a fi un subiect a cărui preocupare este un domeniu cu totul specific al obiectelor abstracte, uşor mai generale decât alte obiecte matematice specifice, cum sunt grupurile, categoriile etc., deşi nu esenţial diferite de acestea. Astfel, teoria acceptată a mulţimilor este considerată adesea o ramură a matematicii şi nicidecum a logicii. În plus, axiomele implicate abia dacă pot aspira la analiticitatea auto-evidentă a axiomelor lui Frege.

Adoptând paraconsistenţa (adoptând o logică paraconsistentă subiacentă adecvată) putem totuşi să ne întoarcem la teoria naivă a mulţimilor şi astfel, ca şi în privinţa teoriei iniţiale a lui Frege, să evităm toate aceste obiecţii, întrucât teoria are, ca şi cea a lui Frege, un aspect logic evident. Aceasta nu este tot. Multe observaţii critice au fost îndreptate asupra includerii axiomelor alegerii şi

---

[136] În mod obişnuit, logicismul este acum considerat ca incluzând atât o teză reducţionistă conform căreia matematica se reduce (într-un anumit fel) la logică, cât şi o teză de analiticitate conform căreia adevărurile matematice sunt analitice.

[137] Am discutat deja teoria naivă şi reformulările sale contemporane în 2.1.5.

infinitului în baza de reducţie logicistă, din nou pe temeiurile că aceste axiome nu au caracter logic şi nu sunt teze (analitice) ale logicii. Aceste probleme dispar, de asemenea. Căci atât axioma alegerii, cât şi axioma infinitului, care au formulări pur logice, sunt demonstrabile în teoria absolut naivă a mulţimilor[138].

(b) Întrebarea dacă matematica este reductibilă la teoria mulţimilor este puţin mai deschisă. Este acum larg recunoscut faptul că matematica de tip clasic este, în general, reductibilă la teoria mulţimilor ZF, să spunem, cu logica subiacentă clasică – deşi există unele argumente care susţin că nu este complet reductibilă în acest fel, argumente pe care le vom considera ceva mai departe. Totuşi, până acum nu este deloc clar dacă matematica, sau chiar teoria numerelor, este reductibilă la teoria naivă a mulţimilor cu o bază logică paraconsistentă. Căci, deşi principiile proprii teoriei mulţimilor sunt cu mult mai puternice, logica este corespunzător mai slabă. Astfel, nu mai poate fi efectuată o serie de paşi în reducerea standard. Desigur, aceasta nu înseamnă că reducerea este imposibilă; s-ar putea să fie posibilă pe o altă cale. Totuşi, pentru a stabili dacă această reducere *este* posibilă este nevoie de un travaliu deosebit, care nu a fost încă efectuat. Puţinul care s-a făcut în privinţa formalizării relevante/ paraconsistente a matematicii (e.g. de Meyer şi de Brady) arată că se pot găsi foarte adesea versiuni acceptabile din punct de vedere relevant/ paraconsistent ale teoremelor/ demonstraţiilor tradiţional formulate/date presupunând principii clasice discutabile. Oricum, munca în acest domeniu abia a început.

Există argumente potrivit cărora o astfel de muncă ar fi o pierdere de timp, cel puţin în ceea ce priveşte repunerea în drepturi a unui program logicist. Să considerăm atunci argumentele teoretice standard împotriva reductibilităţii totale a matematicii la teoria mulţimilor şi să ne întrebăm dacă aceste argumente sunt valabile împotriva teoriei paraconsistente naive a mulţimilor. Există trei astfel de obiecţii de întâmpinat.

Prima obiecţie este aceea că încorporarea teoriei categoriilor în teoria mulţimilor este imposibilă din cauza problemelor ridicate de categoriile „prea mari". Deşi aceasta este o problemă foarte reală pentru teoriile standard, pretins consistente ale mulţimilor (aşa cum am insistat atunci când am examinat acest subiect în 2.1.5), este suficient de clar că teoria naivă a mulţimilor furnizează un aparat conceptual adecvat pentru teoria categoriilor[139]. Prin urmare, aceasta încetează a fi o obiecţie la adresa reductibilităţii.

În al doilea rând, este vorba despre obiecţia principală bazată pe teorema lui Gödel. Teorema lui Gödel pare a arăta că mulţimea adevărurilor matematice nu este recursiv numărabilă şi deci nu poate fi captată de nici un sistem axiomatic, naiv sau nu. Cu toate acestea, aşa cum am văzut în secţiunea anterioară, din punct de vedere paraconsistent nu există nici un motiv de a crede că lucrurile stau aşa. Deci se prăbuşeşte şi această obiecţie la adresa logicismului.

Cea de a treia obiecţie este legată de cea de a doua. Teorema lui Gödel intenţionează să arate că orice teorie axiomatică a mulţimilor este incompletă la nivelul teoremelor. Conform obiecţiei în discuţie, orice teorie a mulţimilor este

---

[138] Routley, 1977, capitolul XIII, secţiunea 3.2.

[139] Ca şi mai înainte, rămâne de clarificat dacă această teorie furnizează o teorie a demonstraţiei suficient de generoasă. Oricum, obiecţia era una a imposibilităţii conceptuale.

expresiv incompletă, în sensul că există obiecte matematice care nu pot fi definite în teoria respectivă[140]. În esenţă, obiecţia decurge astfel: Fie # un număr Gödel al unei formule. Se defineşte o funcţie F de la mulţimea numerelor naturale la mulţimea numerelor ordinale după cum urmează:

$$F(\#\phi) = \begin{cases} \alpha, \text{ dacă } \phi \text{ este o formulă cu o singură variabilă liberă} \\ \quad \text{şi } \alpha \text{ este ultimul ordinal care o realizează} \\ 0, \text{ altfel} \end{cases}$$

Presupunerea că F poate fi reprezentată de o formulă a teoriei mulţimilor conduce la derivarea aşteptată a unei contradicţii. De fapt, derivarea este exact o versiune a paradoxului lui König.

Tot ceea ce arată aceste obiecţii, totuşi, este că F nu este definibilă într-o teorie consistentă a mulţimilor. Evident, aceste obiecţii nu arată că F nu este definibilă în teoria naivă a mulţimilor, despre care ştim oricum că este inconsistentă. În plus, ştim cum să definim realizabilitatea din punctul de vedere al teoriei mulţimilor. Astfel, putem presupune că teoria naivă a mulţimilor îşi poate defini propriul său predicat de realizabilitate. Şi atunci, dată fiind această posibilitate, F este definibilă în teoria naivă a mulţimilor esenţialmente prin definiţia de mai sus. Mai departe, în eventualitatea că – din cauza slăbiciunilor logicii subiacente – teoria naivă a mulţimilor nu şi-ar putea defini propria sa relaţie de realizabilitate şi nu ar putea demonstra că aceasta are toate proprietăţile cerute, ceea ce ar arăta toate acestea ar fi aceea că teoria mulţimilor ca atare nu epuizează toate noţiunile logice. Căci realizabilitatea este în mod clar o noţiune logică. Prin urmare, am putea să o adăugăm teoriei naive a mulţimilor (cu axiome adecvate etc.), iar în teoria extinsă, F va fi definibilă exact ca mai sus. Această extensie a teoriei nu subminează în nici un fel pretenţia logicistă, deoarece teoria extinsă este tot atât de logică precum este teoria iniţială a mulţimilor. Astfel, această obiecţie la adresa logicismului se prăbuşeşte la fel ca toate celelalte obiecţii. Aceste aspecte, luate împreună, acoperă principalele obiecţii la adresa logicismului.

3.3.3. Programul lui Hilbert

Programul lui Hilbert era motivat filosofic, dar din punct de vedere tehnic, ceea ce s-a realizat a fost: (a) axiomatizarea matematicii sau cel puţin a unor părţi ale sale şi (b) demonstrarea consistenţei prin metode finitiste[141]. Într-o anumită măsură, noţiunea de metodă finitistă a fost întotdeauna vagă. Oricum, metodele finitiste trebuiau să fie într-un anumit sens constructive şi cu siguranţă mult mai puţin decât metodele clasice complete de demonstraţie. Programul lui Hilbert s-a confruntat cu probleme în ambele etape, din cauza teoremelor lui Gödel.

---

[140] Obiecţia a fost formulată de Pollock, 1970.

[141] Pentru detalii complete asupra programului şi a motivaţiei sale filosofice, v. Hilbert, 1964.

(a) Încercarea de a axiomatiza chiar şi aritmetica elementară a fost abandonată din cauza teoremei lui Gödel, despre care s-a considerat că dovedeşte imposibilitatea acestei întreprinderi. Totuşi, după cum am văzut deja, paraconsistenţa subminează acest argument de imposibilitate[142].

(b) Încercarea de a demonstra consistenţa aritmeticii axiomatice prin mijloace finitiste a fost abandonată din cauza celei de-a doua teoreme de incompletitudine a lui Gödel, care părea a arăta că propoziţia care aserteazǎ consistenţa unei teorii nu este demonstrabilă în teoria însăşi. Rezultă că proprietatea de consistenţă a oricărei teorii îndeajuns de puternice a aritmeticii nu poate fi demonstrată prin mijloace finitiste. Acum, toate acestea se prăbuşesc odată ce abandonăm logica clasică. Căci demonstraţia depinde de faptul că logica subiacentă a teoriei este cea clasică. Şi fără aceasta, demonstraţia celei de a doua teoreme a lui Gödel eşuează. Aceasta se poate ilustra cel mai bine cu ajutorul sistemului aritmeticii relevante, *R#*, care este un sistem al aritmeticii ce cuprinde versiuni adecvate ale postulatelor lui Peano, bazate însă pe o logică relevantă *R*. Sistemul *R#* este îndeajuns de puternic: el poate reprezenta toate funcţiile recursive. Totuşi, acest sistem beneficiază de o demonstraţie de consistenţă simplă, finitistă potrivit oricăror standarde, care este reprezentabilă în sistemul însuşi[143]. În acest fel este redeschisă întreaga problemă a demonstraţiilor „finitiste" de consistenţă pentru o serie de teorii matematice interesante.

În mod firesc, odată ce facem pasul către teorii matematice inconsistente – şi, după cum am văzut, există un număr de astfel de teorii –, problema unei demonstraţii de consistenţă se prăbuşeşte. Cu toate acestea, subiectul nu-şi pierde interesul. Căci rolul jucat de consistenţă din punct de vedere clasic este jucat de non-trivialitate din punct de vedere paraconsistent. Problema importantă devine aceea dacă în anumite teorii matematice se poate demonstra orice. Dar subiectul presupune noi dimensiuni, căci se pune problema *gradelor* de inconsistenţă (şi, corespunzător, a măsurii în care există subteorii consistente). Mai precis, ideea este de a determina ce inconsistenţe sunt demonstrabile. De exemplu, sunt demonstrabile inconsistenţe privind mulţimi mici (e.g. finite) în teoria naivă a mulţimilor? De asemenea, este interesantă problema metodelor matematice necesare pentru a stabili aceste rezultate. Astfel, acest tip de investigaţie, iniţiată în bună măsură de Hilbert, este încă de mare interes. Într-adevăr, problemele privind gradele de inconsistenţă sunt, bănuim, profunde şi vor ajunge să joace un rol foarte important în acest subiect. Oricum, acest tip de investigaţie este în bună măsură incipient. A fost făcut doar un început: Brady a dovedit acum că teoria naivă a mulţimilor este non-trivială[144]. Dar chiar şi problema dacă evident indezirabila $\phi \neq \phi$ este demonstrabilă rămâne încă deschisă. În aceste diferite moduri, para-

---

[142] Chiar dacă aritmetica nu ar fi axiomatizabilă, restul programului lui Hilbert nu ar fi lipsit de interes. Desigur, poziţia filosofică a lui Hilbert ar fi subminată, dar problema consistenţei unor părţi considerabile ale matematicii şi a puterii metodelor cerute pentru a demonstra această consistenţă rămân probleme tehnice importante – inclusiv în întreprinderea paraconsistentă.

[143] Pentru detalii, v. Meyer, 1975 şi Routley, 1977.

[144] Brady, 1989.

consistența deschide noi perspective părților principale ale programului lui Hilbert și domeniilor asociate, închise din punct de vedere clasic, și trezește din nou interesul pentru acestea.

4. Concluzie: ideologia consistenței

Am argumentat că nu există obstacole filosofice de netrecut în a presupune că există contradicții adevărate și, în plus, că există beneficii substanțiale care însoțesc această presupunere. În principal, ceea ce blochează acceptarea acestei concepții este ideologia consistenței: concepția nestrămutată și irațională conform căreia lumea este consistentă. Merită să ne întrebăm de ce este atât de nestrămutată această concepție. Un răspuns superficial este acela că încrederea în consistență este rezultatul unei inducții nejustificate, bazată pe experiența obișnuită care, în cea mai mare parte, este consistentă. Totuși, acest răspuns nu ne conduce la rădăcina problemei. Căci credința în consistență nu a fost universală. Această credință a fost respinsă de mulți presocratici și de cei mai mulți filosofi germani ai veacului al XIX-lea. De ce ar trebui să fie atât de dominantă astăzi? O parte a răspunsului se găsește în prezenta dominație a filosofiei analitice anglo-americane, care se situează direct în tradiția empiristă. Nu este nevoie de mult spirit de observație pentru a constata existența legăturilor dintre Locke, Hume, Mill, Russell, Carnap etc. Empirismul subiacent a fost întotdeauna o metafizică atomistă[145], indiferent dacă este vorba despre „lumea" lui Hume a experiențelor independente sau atomismul logic al lui Russell. Acum, atomismul a fost din totdeauna ostil față de contradicții. Căci fiecare atom este independent de toți ceilalți. Se mișcă în propriul său „spațiu logic" și nu poate avea nici o relație cu ceilalți atomi. Prin urmare, un atom nu poate deveni incompatibil cu ceilalți atomi, astfel încât să producă o contradicție. Astfel, Wittgenstein în *Tractatus*, de exemplu, se face ecoul lui Hume, într-o terminologie ușor diferită:

5.134 Dintr-o propoziție elementară nu se poate deduce nici o altă propoziție elementară.

5.135 Din existența unei situații nu se poate infera în nici un fel existența unei alte situații, cu totul diferită de cea dintâi.

5.136 Nu există nici o legătură cauzală care să justifice o astfel de inferență.

---

[145] În această privință, v. Bhaskar, 1978, cap. 2. Pentru o explicație a faptului că atomismul este în mod caracteristic substratul empirismului, care face apel la o teorie mai profundă a referinței, v. *EMJB*, în special, cap. 9.

Aceste supoziţii de separabilitate asigură consistenţa componentelor elementare, din care sunt alcătuite toate celelalte. Metafora dominantă în filosofia germană a veacului al XIX-lea este, desigur, foarte diferită. În locul colecţiilor de atomi este pus întregul organic, adică un întreg ale cărui părţi sunt intim legate una de cealaltă. Posibilitatea unui conflict esenţial, şi astfel a unor contradicţii interne, este în acest fel previzibilă.

Plasarea paradigmei filosofice dominante în tradiţia sa empirist atomistă dezvăluie o parte a răspunsului la întrebarea de ce principala direcţie a curentului filosofici anglo-americane este ostilă faţă de contradicţii. O altă piesă a acestui puzzle este următoarea: prin intermediul individualismului, atomismul a jucat întotdeauna un rol politic, ca şi unul metafizic, în empirism. Căci şi societatea este concepută în termenii unei colecţii de indivizi autonomi sau de atomi politici (de contrastat din nou cu organicismul lui Marx sau al lui Hegel), iar această imagine a format baza a aproape tuturor teoriilor economice şi politice burgheze şi, cu siguranţă, a paradigmei politico-economice dominante. Astfel, în măsura în care o ipoteză de consistenţă şi aversiunea faţă de contradicţie sunt părţi ale perspectivei empiriste/ atomiste/ burgheze, trimiterea noastră la o ideologie a consistenţei este mult mai puţin extravagantă decât a putut să pară la prima vedere.[146]

În orice caz, acestea sunt teme profunde şi nu le vom urmări mai departe. De fapt, nu am făcut mai mult decât să cercetăm filosofia paraconsistenţei numai la suprafaţă. Unele dintre aceste teme sunt duse mai departe în această parte a cărţii, dar sperăm să fi arătat cel puţin că ramificaţiile filosofice ale paraconsistenţei sunt ample şi profunde. Nu se poate spune exact unde vor duce acestea în cele din urmă, dar la fel se întâmplă cu orice teorie radical nouă.

Bibliografie

[1] **Batens, D.** – „Paraconsistent extensional propositional logics", *Logique et Analyse* 90–91, pp. 195–234, 1980.

[2] **Bahaskar, R.** – *A Realist Theory of Science*, Sussex: Harvester Press, 1978.

[3] **Black, M.** – „Russell's philosophy of language", în *The Philosophy of Bertrand Russell*, ed. P. Schilpp, Cambridge University Press, pp. 227–235, 1944.

[4] **Bose, A.** – *History of Anarchism*, Calcutta, World Press Private, 1967.

[5] **Boyer, C. B.** – *The History of the Calculus and its Conceptual Development*, New York: Dover, 1989.

[6] **Brady, R. T.** – *The Non-triviality of Dialectical Set Theory*, în acest volum, pp. 437–471, 1989.

---

[146] Autorii sunt, în general, de părere că, prin contrast cu cei care au admis contradicţiile, gânditorii care au respins contradicţiile – „prietenii consistenţei" – au fost, într-un fel sau altul, membrii unei „establishment" a societăţii în care au trăit (v., de pildă, Priest, Routley, *First Historical Introduction: A Preliminary History of Paraconsistent and Dialethic Approaches*, în G. Priest, R. Routley, J. Norman, eds., *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, München, Philosophia Verlag GmbH, 1989). În legătură cu pasajul de faţă, cred că o trecere atât de fulgerătoare de la atomismul filosofic la teoriile economice şi politice „burgheze" ar fi necesitat o argumentare (*N.T.*).

[7] **CLARK, R.** – „Nor every object of thought has being; a paradox in naive predication theory", *Noûs* 12, pp. 181–188, 1978.
[8] **CLARK, R.** – *Predication theory: guised and disguised*, material dactilografiat, 1981.
[9] **COLLINGWOOD, R. G.** – *An Autobiography*, Oxford: Oxford University Press, 1939.
[10] **COLLINGWOOD, R. G.** – *An Essay on Metaphysics*, Oxford: Clarendon Press, 1940.
[11] **ENGELS, F.** – *Anti-Dühring*, Moscow: Progress Publishers, 1878.
[12] **FEYERABEND, P.** – *Against Method*, New York: New Left Books, 1975.
[13] **FEYERABEND, P.** – *In defence of Aristotel*, în *Progress and Rationality in Science*, Radnitzky, G. și Anderson, G., Dordrecht: Reidel, eds., 1978.
[14] **FITCH, B.** – *Symbolic Logic*, New York: Ronald Press Co., 1952.
[15] **FRAENKEL, A., BAR-HILLEL, Y. ȘI LEVY, A.** – *Foundations of Set Theory*, Amsterdam: North Holland, 1958.
[16] **GALILEO GALILEI** – *Dialogue Concerning Two New Sciences*, New York: Dover, 1914.
[17] **GARRETT, D.** – „Hume's self-doubts about personal identity", *Philosophical Review* 90, pp. 337–358, 1981.
[18] **GOCHET, P.** – *Ascent to Truth: A Critical Examination of Quine's Philosophy*, Munich-Vienna: Philosophia Verlag, 1986.
[19] **GRIFFIN, N.** – „Russell on the nature of logic (1903–1913)", *Synthese* 45, pp. 117–188, 1980.
[20] **GRIFFIN, N.** – *Two Myths about Russell*, material dactilografiat, 1982.
[21] **GRIFFIN, N., JOHNSON, C.** – *Plato: predication, participation, paraconsistency*, material dactilografiat, McMaster University, 1983.
[22] **HALDANE, E. S., ROSS, G. R. T.**, (eds.) – *Descarte's Philosophical Writtings*, vol. 1, Cambridge University Press, 1911–1912.
[23] **HEMPEL, C. G.** – *Philosophy of Natural Science*, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1966.
[24] **HILBERT, D.** – *On the infinite*, în H. Putnam și P. Benacerraf, eds., *Philosophy of Mathematics*, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1964.
[25] **HINTIKKA, J.** – *Knowledge and Belief*, Ithaca: Cornell University Press, 1962.
[26] **HUME, D.** – *Enquiry Concerning Human Understanding*, (eds.) de L. A. Selby-Bigge, Oxford: Clarendon Press, 1951.
[27] **HUME, D.** – *A Treatise of Human Nature*, (eds.) de L. A. Selby-Bigge, Oxford: Clarendon Press, 1978.
[28] **JENSEN, R. B.** – *A slight (?) modification of «New Foundations»*, în *Words and Objections*, eds. D. Davidson și J. Hintikka, pp. 278–291, Dordrecht: Reidel, 1969.
[29] **LAKATOS, I.** – *Infinite regress in the foundations of mathematics*, în *Collected Papers*, vol. 2, 1978, Cambridge University Press, 1962.
[30] **LAKATOS, I.** – „Changes in the problem of inductive logic", în *Collected Papers*, vol. 2, 1978, Cambridge University Press, 1968.
[31] **LAKATOS, I.** – „Falsification and the methodology of scientific research programs", în *Collected Papers*, vol. 1, 1978, Cambridge University Press, 1970.
[32] **LEAR, J.** – *Aristotle and Logical Theory*, Cambridge University Press, 1980.
[33] **LEWIS, D.** – „Logic for equivocators", *Noûs* 16, pp. 431–441, 1982.
[34] **ŁUKASIEWICZ, J.** – „On the principle of contradiction in Aristotle", *Review of Methaphysics* 24, pp. 485–509. (Publicat în 1910. Traducere din limba germană de C. Wedin), 1971.
[35] **MAO ZEDONG** – *On contradiction*, în *Five Essays in Philosophy*, Beijing: Foreign Language Press, 1977.
[36] **MARCONI, D.** (eds.) – *La Formalizzatione della Dialettica*, Torino: Rosenberg and Sellier, 1979.
[37] **MARSH, R. C.** (eds.) – *Logic and Knowledge; Essays 1901–1950*, London: Allen and Unwin, 1956.
[38] **MAUND, B.** – „Colour – a case for conceptual fission", *Australasian Journal of Philosophy* 59, pp. 308–322, 1981.
[39] **MEINONG, A.** – *Über die Stellung der Gegenstandstheorie im System der Wissenschaften*, Leipzig: R. Voitlander Verlag, 1907.

[40] **Meyer, R. K.** – *The consistency of arithmetic*, material dactilografiat. Rezumat ca „*Relevant Arithmetic*" în *Bulletin of the Section of Logic*, Polish Academy of Sciences 5 (4), 1976, (1975).
[41] **Mill, J. S.** – *A System of Logic*, London: Longmans, Green, 1947.
[42] **Papineau, D.** – *Theory and Meaning*, Cambridge University Press, 1979.
[43] **Parsons, T.** – *Nonexistent Objects*, New Haven: Yale University Press, 1980.
[44] **Passmore, J.** – *Hume's Intentions*, Cambridge University Press, 1952.
[45] **Passmore, J.** – *Philosophical Reasoning*, London: Duckworth, 1961.
[46] **Passmore, J.** – „Locke and the ethics of belief", *Proceedings of the British Academy* 64, pp. 185–208, 1978.
[47] **Pinter, C.** – *The logic of inherent ambiguity*, în *Proceedings of the Third Brazilian Conference on Mthematical Logic*, eds., A. I. Arruda, N. C. A. da Costa și A. M. Sette, São Paulo, pp. 253–262, 1980.
[48] **Pollock, J.** – *On Logicism*, în *Essays on Bertand Russell*, eds. E. D. Klemke, Chicago, University of Illinois Press, 1970.
[49] **Popper, K. R.** – *What is dialectic?*, *Mind*, n.s. 49 (1940); retipărit în lucrarea sa, *Conjectures and Refutations*, London: Routledge and Keagan Paul, pp. 312–335. (Referințele sunt date la ediția retipărită), 1963.
[50] **Priest, G.** – „Logic of paradox", *Journal of Philosophical Logic* 8, pp. 219–241, 1979.
[51] **Priest, G.** – *A Dialectical Account of the Growth of Science*, manuscris nepublicat, 1980.
[52] **Priest, G.** –„Sense, entailment and *modus ponens*", *Journal of Philosophical Logic* 9, pp. 415–435, 1980a.
[53] **Priest, G.** – „To be and not to be: dialectical tense logic", *Studia Logica* 41, pp. 249–268, 1982.
[54] **Priest, G.** – „An anti-realist account of mathematical truth", *Synthese* 57, pp. 49–65, 1983.
[55] **Priest, G.** – „Semantic closure", *Studia Logica* 43, pp. 117–129, 1984.
[56] **Priest, G.** –*Reductio ad Absurdum et Modus Tollendo Ponens*, în acest volum, pp. 613–626, 1989.
[57] **Quine, W. V.** – *Mathematical Logic*, Revised edition, 1951, Cambridge, Mass, 1940.
[58] **Quine, W. V.** – „On Frege's way aut", *Mind*, **64**, pp. 145–149, 1955.
[59] **Rescher, N., Brandom, R.** – *The Logic of Inconsistency*, Oxford: Blackwell, 1980.
[60] **Routley, R.** – „The collapse and inconsistency of Spinoza's", *Ethics*, manuscris nepublicat, 1968.
[61] **Routley, R.** – „Ultralogic as Universal?", *Relevance Logic Newstetter* 2, pp. 50–90 și 138–175. Republicat ca anexă în Routley, 1980, (1977).
[62] **Routley, R.** – „Dialectical logic, semantics and metamathematics", *Erkenntnis*, **14**, pp. 301–331, 1979.
[63] **Routley, R.** – *Exploring Meinong's Jungle and Beyond*, Canberra: Australian National University, denumită și *EMJB*, 1980.
[64] **Routley, R.** – *On what there is not*, în *Philosophy and Phenomenological Research* 43, pp. 151–177, 1982.
[65] **Routley, R., Meyer R. K., Plumwood, V., Brady, R. T.** – *Relevant Logics and Their Rivals*, Atascadero, C.A., *Ridgeview*, denumită și *RLR*, 1982.
[66] **Routley, R. și Plumwood, V.** – *Negation and contradiction in later Wittgenstein*, în Leinfellner, W., *ș.a.*, eds., *Language and Ontology*, Dordrecht, pp. 471–493, 1982.
[67] **Routley, R., Plumwood, V.** – *Moral dillemas and the logic of deontic notions*, în acest volum, pp. 653–689, 1989.
[68] **Routley, R. și Routley, V.** – „The role of inconsistent and incomplete theories in the logic of belief", *Communication and Cognition* 8, pp. 185–235, 1975.
[69] **Russell, B.** – *A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz*, London, 1900.
[70] **Russell, B.** – „On denoting", *Mind* 14, pp. 479–493. Retipărit în Marsh, 1956, (1905).
[71] **Ryle, G.** – *The Concept of Mind*, London: Hutchinson, 1949.
[72] **Smart, J. J. C.** – „Is Occam's razor a physical thing?", *Philosophy* 53, pp. 382–385, 1978.
[73] **Specker, E.** – „The axiom of choice in Quine's New Foundations for Mathematical Logic", *Proceedings of the National Academy of Sciences, U.S.A.* 29, pp. 366–368, 1953.

[74] SPINOZA, B. – *Ethics*, trad. de A. Boyle, 1967, London: Dent, 1675.
[75] STAHL, F. – *Exploring Mysticism*, University of California Press, 1975.
[76] STOVE, D. C. – „Hume, the causal principle and Kemp Smith", *Hume Studies* 1 (1), pp. 1–24, 1975.
[77] TARSKI, A. – „The concept of truth in formalized languages", retipărit în *Logic, Semantics and Metamathematics*, 1950, Oxford University Press, 1936.
[78] TORMEY, J. – „Sartre and contradiction", comunicare prezentată la *Pacific Division Conference of the American Philosophical Association*, 1982.
[79] WITTGENSTEIN, L. – *Tractatus Logico Philosophicus*, London: Kegan Paul, 1947.
[80] WRIGHT, C. – *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*, London: Duckworth, 1980.

Logica paraconsistentă: câteva probleme filosofice[1]

Francesco MIRÓ QUESADA

1. Introducere

Istoria logicii formale paraconsistente (**PL**) este scurtă. Ea a fost inițiată de Jaskowski în 1948.[2] În 1958, fără a fi cunoscut lucrarea lui Jaskowski, da Costa a început și el cercetările cu privire la acest tip de logică, apelând la idei și metode diferite. În 1974 el a publicat în engleză o lucrare care a însemnat punctul de pornire în ceea ce privește interesul pentru logica paraconsistentă.[3] Pe de altă parte, alți logicieni au propus alte sisteme de logică paraconsistentă; printre ei se numără Routley, Meyer, Priest, Asenjo, Sette, Anderson și Belnap, Wolf (în colaborare cu da Costa) etc. În prezent există o mișcare înfloritoare dedicată studierii logicii paraconsistente[4] în numeroase țări.

PL este o logică de tip nou (unde sunt incluse o gamă largă de sisteme eterogene) care ne oferă posibilitatea să abordăm și să tratăm diferite probleme logice, metateoretice și filosofice într-o manieră neconvențională și într-adevăr radicală. În legătură cu aspectele filosofice s-a ajuns la rezultate importante asupra problemei paradoxurilor, în efortul de a da rigoare gândirii dialectice, în ceea ce privește dezvoltarea teoriei inconsistente a mulțimilor etc. Datorită acestor realizări, interesul pentru a înțelege natura și a preciza domeniul logicii paraconsistente este în creștere.

---

[1] F. M. Quesada, *Paraconsistent Logic: Some Philosophical Problems*, în G. Priest, R. Routley, J. Norman, *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag, München, 1989. **Traducere de Ionel Narița**. (*N.T.*)

[2] Jaskowski, 1948.

[3] Newton da Costa, 1974. Aceasta este lucrarea pe care o folosim ca referință. Ideile privind logica paraconsistentă au fost dezvoltate de da Costa, încă din 1958.

[4] Cu privire la evoluția logicii paraconsistente și ideile lui da Costa și în legătură cu sistemele C_n, (v. Arruda, 1980).

În prezenta lucrare vom discuta o serie de probleme cu privire la unele sisteme **PL** care au, cum cred eu, o profundă semnificație filosofică. Sistemele **PL** asupra cărora am decis să mă opresc sunt sisteme da Costa C_n pentru care $1 \leq n \leq \omega$.[5] Când nu este nevoie să invoc calcule specifice unor asemenea sisteme, voi folosi C_n pentru a mă referi la un sistem oarecare din această categorie.

Am ales aceste sisteme pentru că dincolo de caracterul lor de pionierat sunt printre cele mai bune sisteme **PL**; ele au fost bine studiate din punct de vedere sintactic şi semantic şi au aplicaţii care interesează perspectiva filosofică.

2. Paraconsistenţă şi heterodoxie

Este bine ştiut că C_n sunt diferite în raport cu logica clasică (**CL**). Ele aparţin unui tip de logică numit adesea „neclasică“, „deviantă“ sau „heterodoxă“ (căreia îi aparţine orice sistem **PL**). Datorită acestei împrejurări, pentru a le clarifica natura este avantajos să ştim în ce constă heterodoxia. Ar fi util un criteriu de comparare care să permită stabilirea gradului de heterodoxie al sistemelor logice. **CL** este un sistem constituit în urmă cu mult timp şi, în ciuda exploziei de sisteme heterodoxe, el este încă larg acceptat. **CL** corespunde unei concepţii restrânse şi determinate despre logică potrivit căreia activitatea minţii umane este guvernată de procese deductive. Logica heterodoxă, măcar prin diversitatea sistemelor sale, reprezintă o confruntare cu această concepţie. Cel puţin din aceste considerente, sistemele cu un grad ridicat de heterodoxie au o semnificaţie filosofică revoluţionară în raport cu modul obişnuit de a gândi.

2.1. Concepţia heterodoxă

Din păcate, conceptul de heterodoxie nu este uşor să fie caracterizat cu precizie; şi mai dificil este să se elaboreze un criteriu pentru gradul de heterodoxie. În ciuda dificultăţilor, pot fi făcute afirmaţii coerente despre ambele noţiuni.[6]

Heterodoxia poate fi abordată din trei puncte de vedere: sintactic, semantic şi istoric. Din punct de vedere sintactic, un sistem cu teoreme diferite faţă de cele ale **CL** poate fi considerat heterodox.[7] Diferenţa între teoreme poate fi explicată

---

[5] Newton da Costa, 1974a. Pe lângă C_n avem în vedere numeroase extinderi ale acestora.

[6] Cu privire la conceptul de logică heterodoxă neclasică şi dificultăţile întâmpinate de analiza acesteia, v. Haak, 1977 şi îndeosebi critica lui Haak.

[7] După cum se ştie există nenumărate sisteme echivalente cu logica clasică (**CL**). Atunci când ne referim la logica clasică în general, avem în vedere aceste sisteme echivalente, iată de ce nu facem referire la un sistem logic anume. Când spunem că un sistem de logică are simboluri primitive care sunt diferite de cele ale **CL** avem în vedere simbolurile care *nu pot fi definite* prin simbolurile vreunui sistem echivalent cu **CL**.

prin factori diverşi – pentru că sistemul are diferite axiome sau pentru că are reguli de inferență diferite sau ambele. Sistemul poate avea mai multe sau mai puține teoreme decât **CL**, mai exact, ar putea fi un suprasistem sau un subsistem al **CL**. Dacă simbolurile sale primitive sunt aceleaşi cu ale **CL**, dar sistemul are mai multe teoreme, atunci este inconsistent din perspectivă clasică, prin urmare, trivial. Dacă sistemul are simboluri primitive diferite, ar putea fi un subsistem al unui sistem consistent mai amplu (cum este cazul logicii modale). Dacă sistemul are mai puține teoreme decât **CL**, dar are cel puțin o teoremă diferită, apar numeroase posibilități privind relațiile cu **CL**, dar, în oricare dintre acestea, sistemul este incompatibil cu **CL**.

Diferența privind teoremele este o condiție suficientă pentru heterodoxie, dar nu este una necesară, deoarece s-ar putea ca unele teoreme ale sistemului să coincidă cu cele ale **CL** şi, totuşi, sistemul ar putea avea proprietăți pe care **CL** să nu le posede; de exemplu, ar putea fi paraconsistent. În acest caz, ansamblul regulilor sale de inferență ar fi diferit de cele ale **CL**.[8] Deci, prin mijloace sintactice, heterodoxia unui sistem poate fi pusă în evidență fie prin devierea de la teoremele din **CL**, fie prin diferențe în ceea ce priveşte regulile de inferență.

Criteriul sintactic de heterodoxie se reflectă la nivelul semantic. Diferența sintactică face ca, atunci când un sistem este interpretat, condițiile de adevăr ale formulelor să fie diferite de cele ale sistemului **CL**. Bunăoară, dacă formulele sunt aceleaşi, sistemul poate include ca valide formule sau reguli diferite față de **CL**, ceea ce înseamnă că **CL** nu este complet sau nu este întemeiat.

Pentru subsistemele proprii ale **CL** nu se poate utiliza un criteriu sintactic de heterodoxie. De pildă, logica intuiționistă şi orice calcul din ierarhia C_n ($1 \leq n \leq \omega$) sunt heterodoxe, dar din perspectivă sintactică, ele apar ca subsisteme ale **CL**. Aspecte suplimentare privind heterodoxia sunt aduse de interpretarea sistemelor. Criteriul de adevăr pentru sistemele heterodoxe este diferit față de criteriul impus de interpretarea clasică, cum se întâmplă pentru interpretarea propusă de Kripke pentru logica intuiționistă a lui Heyting[9] sau cu interpretările date de da Costa şi Alves pentru C_n.[10]

Din punct de vedere semantic apar numeroase variante de criterii pentru heterodoxie. Bunăoară, orice interpretare a unui sistem formal, inclusiv pentru **CL**, care diferă de interpretarea clasică, îl transformă într-un sistem heterodox. În general, acele sisteme heterodoxe pentru care sintaxa nu oferă un criteriu de distincție față de **CL**, cum ar fi **IL** şi C_n, au fost elaborate pentru dezvoltarea formală a unei teorii deductive, controlate printr-o interpretare intenționată. Faptul că asemenea sisteme formale ajung să fie, sintactic, subsisteme ale **CL** este important şi, poate, insuficient de bine înțeles. Cu toate acestea, intenția de formalizare nu generează un criteriu pentru relația cu **CL**.

---

[8] Un sistem de acest tip este, de pildă, cel al lui Priest, 1979.
[9] Kripke 1965.
[10] Newton da Costa şi Alves, 1977.

Deoarece orice sistem *athetic* (d.e. nepropoziţional) are o interpretare diferită de cea clasică, acest tip de sisteme logice trebuie considerate heterodoxe. Totuşi, pot apărea şi excepţii, în care criteriul interpretaţional ar putea fi prea slab, cum ar fi situaţiile în care există o identitate formală între un sistem athetic şi unele sisteme clasice, de exemplu, sistemul lui Castañeda de logică imperativă[11], cu toate că pot apare îndoieli asupra acestui tip de identitate. De pildă, este îndoielnic dacă o regulă precum $F(a) / (\exists x) F(x)$ este corectă, sau că are sens, când $F(a)$ este o comandă precum „John, închide uşa!“, deoarece, din această propoziţie imperativă nu se poate deduce că persoana care formulează comanda, dă comanda cuiva care trebuie să închidă uşa.[12] Pentru orice eveniment, chiar acolo unde există identitate formală, dacă apare diferenţă de interpretare faţă de CL, heterodoxia este prezentă.

Criteriile sintactic şi semantic amintite nu reuşesc să exprime *gradul de heterodoxie* a unui sistem logic. Un asemenea criteriu ar putea fi: *un sistem este cu atât mai heterodox cu cât deviază mai mult faţă de normele tradiţionale*. Prin tradiţie au fost acceptate o serie de reguli şi principii logice, mai întâi pe bază de intuiţie, cum au fost cele trei legi ale gândirii, a identităţii, a contradicţiei şi a terţului exclus, de asemenea, tranzitivitatea deducţiei, *modus ponens*, regulile de introducere şi eliminare a conjuncţiei, caracterul necesar al relaţiei logice de consecinţă etc. Logica clasică a încorporat cele mai multe dintre aceste principii şi reguli tradiţionale în formalismul său; de aceea, este firesc să se presupună că o logică este cu atât mai heterodoxă cu cât conţine mai puţine principii şi reguli tradiţionale. Compatibilitatea unui sistem de logică faţă de regulile tradiţionale poate fi judecată după cum admite principii şi reguli pe care **CL** nu le admite. Fie, de pildă, logica modală, care, cu toate că are o semantică diferită faţă de **CL**, include atât sintaxa clasică, dar şi semantica clasică. În plus, logica modală exprimă, prin formalismul său, faptul că relaţia de consecinţă este necesară, luat în considerare de logicienii tradiţionali. Îndepărtarea logicii modale de sintaxa sau semantica clasică nu reprezintă o ruptură faţă de tradiţie, ci pune în evidenţă aspecte ale tradiţiei care nu au fost incorporate în **CL**. Din acest punct de vedere este cel puţin îndoielnic că logica modală ar fi mai heterodoxă decât **IL** sau C_n.

Să luăm în considerare aceste două ultime tipuri de sisteme şi să le comparăm. Ambele sunt clar heterodoxe deoarece se dispensează de principii fundamentale ale **CL**. Cu toate acestea, sistemele C_n sunt mai puternic heterodoxe decât **IL** deoarece, conform tradiţiei, principiul contradicţiei este mai puternic decât principul terţului exclus. Nici un logician tradiţional (logician formal) nu a avut îndoieli în ceea ce priveşte principiul contradicţiei, în vreme ce chiar Aristotel, atunci când a formulat problema viitorilor contingenţi şi de atunci alţi logicieni au avut îndoieli că *tertium non datur* are o aplicabilitate universală.[13] Din acest motiv, a elabora un sistem fără principiul contradicţiei este mai radical decât

---

[11] Castañeda, 1975, ch. 4.

[12] Cu privire la acestea, v. discuţia dintre Miró Quesada şi Castañeda din *Critica*, Nr. 32, August, 1979, Mexico.

[13] În ceea ce priveşte poziţia modernilor conformă lui Aristotel, v. Łukasiewicz, 1970.

un sistem fără principiul terţului exclus. În plus, intuiţioniştii au construit propria logică în câmpul epistemic, ei nu au negat principiul terţului exclus în domeniul ontologiei. Prin urmare, nu se poate spune că asistăm la o respingere a principiilor logicii clasice în câmpul lor de aplicare; pe de altă parte, semantica C_n propusă de da Costa şi Alves deviază de la semantica clasică şi la nivel ontologic deoarece, conform acesteia, propoziţia şi negaţia ei nu pot fi ambele adevărate. Intuiţioniştii, mai degrabă, nu au negat sau limitat principiile tradiţionale, ci au făcut o schimbare de la nivelul ontologic la cel epistemic; ei au considerat conceptul ontologic de adevăr prea vag pentru a fi luat în considerare.[14, 15]

Care este relaţia, din perspectivă logică, între C_n şi celelalte logici? S-ar putea argumenta că aceste logici sunt mai puţin heterodoxe decât C_n deoarece ele, în general, includ cele trei legi fundamentale şi formalizează relaţiile de relevanţă (relevanţa este una dintre presupoziţiile fundamentale ale logicii tradiţionale).[16] Susţinem că logicile amintite sunt mult mai puţin heterodoxe decât C_n deoarece, teoretic, nu există nimic în aceste logici care să suprime aplicarea principiilor tradiţionale.[17] Mai mult, este interesant de observat că sistemele de logică dialectică propuse de Routley şi Meyer includ cele trei principii fundamentale. La fel se întâmplă şi cu logicile polivalente. Cu toate acestea, în ce priveşte aspectul aplicativ, logicile polivalente ajung la formule capricioase, multe dintre ele sunt mai degrabă conservative, ca generalizări ale **CL**, incluzând principiile identităţii şi contradicţiei. În sistemele lui Rosser şi Turquette, în care variabilele propoziţionale pot fi asignate prin n valori, dacă $n = 2$ se ajunge la **CL**[18]; iar cele mai multe sisteme de logică significantă elaborate de Goddard şi Routley, care sunt trivalente, includ **CL** ca subsistem.[19]

Sistemele C_n sunt cele mai heterodoxe şi sub criteriul istoric de comparare a sistemelor logice. Nu este o exagerare afirmaţia că sistemele lui da Costa sunt cele mai heterodoxe sisteme cunoscute până în prezent. Compararea este mai dificilă în raport cu logica athetică. Deşi, chiar la Aristotel se întâlnesc elemente de logică athetică în legătură cu silogismul practic, totuşi, logica a fost considerată, tradiţional, ca o teorie a deducţiei propoziţionale. De aceea, potrivit criteriului nostru, simplul fapt că un sistem este athetic, îl face heterodox. Pe de altă parte, sistemele deontice şi imperative standard includ întotdeauna principiile clasice

---

[14] Heyting, 1965, p. 3. Deşi interpretarea lui Kripke pentru sistemul lui Heyting nu este epistemică, rămâne interesant de văzut cum, în cazul lui Kripke, motivaţia este fără îndoială epistemică. (v. Kripke, 1965, p. 97ff).

[15] Conceptul aristotelic de adevăr care îşi are originile în teoriile lui Platon, a ajuns, prin intermediul filosofiei occidentale, în zilele noastre, fiind rezumat în dictonul lui Toma d'Aquino: *adecvatio intellectus et rei*. Acest concept este presupus implicit de logica clasică şi tradiţională. Routley spune pe bună dreptate că **CL** este fundamentat prin presupuneri ontologice (Routley, 1980). Semantica da Costa–Alves pentru C_n este bazată pe semantica **CL**, în măsura în care adevărul propoziţiilor depinde de relaţiile acestora cu alte entităţi.

[16] Cu privire la noţiunea de relevanţă în tradiţia logică, v. Anderson, Belnap, 1975, s. XXI.

[17] Routley, Meyer, 1976.

[18] Rosser, Turquette, 1952.

[19] Goddard, Routley, 1973.

fundamentale. Dintr-un punct de vedere tradițional, este dificil să se conceapă un sistem de norme care să impună atât a face ceva, cât şi a nu face. Ne confruntăm cu problema de a stabili ce este mai heterodox: extinderea conceptului de consecință logică asupra domeniului non-propozițional sau abandonarea principiului contradicției. Ni se pare că a doua variantă deviază mai mult de la normele tradiționale, fiind mai heterodoxă. Există și un exemplu în acest sens. Leibniz consideră firească extinderea logicii propoziționale la logica athetică, susținând că operatorii modali pot fi interpretați ca operatori deontici. Pe de altă parte, el ar fi avut de obiectat față de un sistem aplicabil unor teorii inconsistente.[20]

3. Semantica

3.1. Semantica bivalentă

O contribuție interesantă în domeniul logicii paraconsistente o reprezintă semantica bivalentă obținută de da Costa şi Alves pentru C_n ($1 \leq n \leq \omega$), foarte simplă, în care se arată că C_n ($1 \leq n \leq \omega$) sunt complete şi decidabile. Deoarece C_n nu au o matrice caracteristică finită, metoda matriceală nu poate fi aplicată pentru a determina adevărul unei formule; cu toate acestea, semantica este de tip evaluator şi nu priveşte faptul dacă în unele cazuri asignarea nu este o funcție de adevăr propriu-zisă, sistemul este oricum decidabil.[21, 22] Acesta este un avantaj față de semanticile de tip Kripke, deşi se obțin aceleaşi rezultate, procedeele sunt mai complicate.

Un alt merit al acestei semantici este că ne permite să constatăm, simplu şi clar, anumite proprietăți caracteristice ale C_n care pun în evidență îndeosebi caracterul heterodox şi spiritul inovator al unor sisteme logice. De pildă, negația nu este funcție de adevăr deoarece, deşi atunci când $V(A) = 0$ are loc $V(\sim A) = 1$, atunci când $V(A) = 1$, $V(\sim A)$ poate fi atât 0 cât şi 1. Aceasta permite o semantică aplicabilă unor situații dialectice, în care atât o propoziție, cât și negația sa sunt adevărate. (Vom reveni asupra acestui aspect). Astfel, o instanțiere a principiului contradicției poate fi atât adevărată, cât şi falsă. De aici, principiul $\sim\sim A \supset A$ este valid în C_n, pe când $A \supset \sim\sim A$ nu este formulă validă. Situația este conversa a ceea ce se întâmplă în logica intuiționistă unde $A \supset \sim\sim A$ este validă, iar $\sim\sim A \supset A$ nu este.

O altă trăsătură interesantă este că implicația este definită în C_n în mod precis relativ la valorile de adevăr, ca şi în logica clasică, dar de o manieră diferită.

---

[20] Cu privire la această idee genială a lui Leibniz, v. Couturat, 1901.

[21] Newton da Costa, Alves, 1977.

[22] Decidabilitatea se demonstrează printr-un procedeu ingenios, numit *metoda semi-matriceală*. (ibid).

Definiția este identică deoarece V($A \supset B$) = 1, dacă și numai dacă V(A) = 0 sau V(B) = 1. Dar, dacă pentru implicația clasică are loc ($A \supset B$) ≡ ($\sim A \vee B$), această formulă nu este derivabilă în C_n și este falsă în semantica menționată. De aici apare problema clarificării naturii implicației în C_n. Numim implicația de acest tip „paraconsistentă“, după modul în care diferă de alte tipuri de implicație.[23] De pildă, deși în mod formal coincide cu implicația intuiționistă peste logica pozitivă, ea diferă în conținut. Ea este diferită și de implicația clasică și nu are nimic de-a face cu implicația relevantă. Astfel, ce este implicația paraconsistentă? Deși caracterizarea ei nu este ușoară, unele trăsături pot fi evidențiate; de pildă, teorema deducției este aplicabilă în C_n. De bună seamă, numai acest fapt este suficient pentru ca implicația paraconsistentă să îndeplinească funcția de consecință logică. Totuși, aceasta îi conferă o semnificație logică indubitabilă cu cel puțin aceeași extensiune cu implicația clasică. C_n pot fi interpretate în manieră kripkeană ca fiind complete și întemeiate. Semantica pune în evidență și conexiuni între C_n și logica intuiționistă.[24, 25]

A fost încercată și o direcție diferită de investigare pentru a determina sistemele paraconsistente complete cu privire la matrice finite, dar aceste sisteme sunt diferite de C_n. Sette, Asenjo și Tamburino, iar recent da Costa (în colaborare cu Alves) au inventat sisteme de acest tip.[26] Este interesant să se observe că aceste sisteme sunt trivalente (probabil, pentru că, dacă erau utilizate matricele bivalente, definiția unor conectivi ar fi fost puternic neortodoxă; și pentru că, mai mult decât trei valori ar crește mult complexitatea).

Asenjo și Tamburino folosesc trei valori: *adevărat*, *fals* și *antinomic* dintre care prima și a treia servesc pentru interpretare. Deși unele evaluări ale formulelor sunt clare și intuitive, altele par arbitrare. De pildă, nu vedem nici un motiv pentru a considera conjuncția unei formule antinomice cu una adevărată drept antinomică, mai ales când conjuncția unei formule false cu una antinomică este falsă, iar disjuncția unei formule adevărate cu una antinomică este adevărată și disjuncția unei formule antinomice cu una falsă este falsă.

Sette propune matrice diferite care, de asemenea, au caracter neintuitiv. Bunăoară, nu există nici un motiv pentru ca în matricea implicației, a doua valoare designată să fie eliminată dintre valorile implicației. Da Costa și Alves elaborează un sistem mai general care-l include pe cel al lui Sette. În plus, ei încearcă să dea o interpretare intuitivă pentru valorile matricelor (ceea ce Sette nu face). Prima valoare designată este *adevărul*, a doua valoare este *adevărat și contradictoriu*, iar

---

[23] Trebuie recunoscut că această denumire este arbitrară și există alte sisteme PL în care implicația este definită în alt mod. Cu toate acestea, considerăm că, având în vedere mai ales C_n și semantica da Costa–Alves, denumirea este potrivită.

[24] Routley, Meyer, 1976, pag. 33, nr. 4.

[25] Cum am menționat, Kripke a elaborat o semantică pentru IL. Pornind de la considerente epistemice, el a ajuns să determine o semnificație pentru relația de accesibilitate (R) care are un caracter intuitiv (Kripke, 1965).

[26] Sette, 1973; Asenjo, Tamburino, 1975; da Costa, Alves, 1981.

valoarea nedesignată este *falsul*. Matricele de bază sunt cele ale implicației și negației. Prin intermediul unor definiții *ad-hoc* sunt introduși conectivii conjuncției, disjuncției, implicației și negației și se selectează un subsistem constituit prin formule care au numai acești conectivi. Subsistemul numit **F** este echivalent cu sistemul lui Sette. Cum s-a văzut mai sus, aici apar aspecte neintuitive puse în evidență prin interpretarea adoptată. De pildă, nu vedem de ce, implicația al cărei antecedent este o formulă adevărată și al cărei consecvent este adevărat și contradictoriu, este adevărată.

Da Costa și Alves observă că C_n este un subsistem al lui **F** (adică al sistemului lui Sette) și ajung la concluzia că există o strânsă corelație între logica paraconsistentă și cea polivalentă.[27] Nu este limpede de ce faptul amintit sugerează o asemenea relație. Bunăoară, orice sistem bivalent poate fi un subsistem de logică polivalentă, dar acest fapt nu conduce la o relație apropiată între ele. Astfel, **CL** este subsistem pentru diferite logici ale significanței elaborate de Goddard și Routley și este un subsistem pentru logica polivalentă a lui Rosser și Turquette (pentru $n = 2$).[28] Relația dintre C_n și logica polivalentă încă mai trebuie examinată înainte de a ne grăbi cu concluziile.

Eforturile de a găsi matrice finite pentru logicile paraconsistente sunt benefice deoarece pun în evidență proprietăți interesante ale sistemelor C_n și ale paraconsistenței în general. Dar asta nu înseamnă că rezultatul la care se ajunge este o interpretare *intuitivă*. Trebuie deosebit între motivele pentru care se apelează la matrice de tipul celor amintite și caracterul intuitiv al interpretării obținute prin intermediul lor. Interpretarea formulei „~*A*" printr-o propoziție adevărată în cazul în care *A* este adevărat și contradictoriu nu ni se pare un rezultat intuitiv.

4. Dialectica

4.1. Paraconsistență și dialectică

Da Costa și Arruda susțin că C_n pot fi folosite drept fundament pentru logica dialectică (**DL**).[29] Credem că aceștia au dreptate. Principala dificultate în tentativa de a exprima riguros gândirea dialectică, respectiv, într-o manieră formală, este dată de supozițiile clasice. Astfel, conform **CL**, dacă două proprietăți sau propoziții contradictorii pot fi derivate într-o teorie, teoria este trivializată potrivit principiului $(A \ \& \ {\sim}A) \vdash B$ și devine nefolositoare. În trecut, chiar în trecutul apropiat, datorită faptului că **CL** nu era pusă sub semnul întrebării,

[27] Newton da Costa, Alves, 1981.
[28] Goddard, Routley, 1973; Rosser, Turquette, 1952.
[29] Newton da Costa, 1974b; Arruda, 1979.

filosofii dialecticieni şi logicienii nu erau capabili să depăşească o asemenea dificultate. Mulţi dintre ei nu erau conştienţi de acest fapt, ceea ce a condus la un stil semi-literar al gândirii dialectice tradiţionale, ei dezvoltându-şi tezele într-un mod inacceptabil de vag. Când împotriva gânditorilor dialectici a fost ridicată obiecţia de trivializare, ei nu au înţeles-o deoarece nu erau familiarizaţi cu logica modernă, sau, atunci când îşi dădeau seama de importanţa ei, răspundeau că **CL** nu este validă din perspectiva logicii dialectice sau că este validă la un nivel pur formal şi nu la nivelurile adânci ale proceselor reale din natură, societate şi gândire. Elaborarea sistemelor C_n (şi, în general, a sistemelor de logică paraconsistentă) este importantă pentru că deschide noi orizonturi pentru logică: demonstrează că inconsistenţa unei teorii nu este suficientă pentru a conduce la trivializare, astfel încât face posibilă formalizarea teoriilor dialectice, adică, prezentarea lor riguroasă. În acest fel, gândirea dialectică găseşte posibilităţi neaşteptate pe care nu le avea în trecut.[30] Cu toate acestea, apare dificultatea varietăţii dialecticilor, care pot fi hegeliană, marxistă, croceană, hameliniană etc. În peisajul filosofic non-analitic din America Latină, bunăoară, există numeroase forme de filosofie dialectică, unele chiar originale în raport cu cele de sorginte europeană.[31, 32] Să luăm în considerare, pe scurt, dialectica hegeliană şi marxistă (în măsura în care ultima poate fi considerată ca o închidere relativ la prima).

Când avem în vedere dialectica hegeliană, se conturează, de la început, dificultăţi serioase: fiecare concept, potrivit unei dinamici interne, produce propria sa negaţie.[33] În acest fel, fiecare judecată produce propria negaţie deoarece o judecată nu este altceva decât dezvoltarea unui concept.[34] În cadrele clasice, în măsura în care sunt acceptate relaţii conceptuale şi propoziţionale, mecanismul amintit nu poate fi acceptat deoarece ar genera teorii atât inconsistente, cât şi triviale. Singurul mod de a evita o asemenea consecinţă ar fi teza că procesele dialectice sunt temporale, aşa încât, cel puţin în anumite situaţii, judecata negativă este produsă când cea afirmativă încetează să mai fie adevărată. Chiar textele hegeliene sunt ambigue sub acest aspect deşi uneori este clar că Hegel are în vedere desfăşurarea în timp a proceselor dialectice (mai ales în *Fenomenologie*), dar, în multe pasaje este limpede că el are în vedere relaţii pur conceptuale.

O altă problemă, la fel de importantă, priveşte natura raţionării. Hegel, ca şi Marx, Engels şi marxiştii în general, consideră raţionamentul într-o manieră care poate fi calificată deductivă. Dar, spre deosebire de logica formală, în cea dialectică nu sunt reguli prin care să se justifice paşii deductivi. Mai mult, apar principii (de pildă, principiile unităţii contrariilor şi negării negaţiei sunt reguli de inferenţă) care nu permit o justificare adecvată a fiecărui pas deductiv. Lanţul deductiv nu poate fi reconstruit într-o manieră riguroasă, aşa cum se întâmplă în

[30] Newton da Costa are în vedere acest fapt, în 1974a. În prezent, există numeroase logici paraconsistente care oferă posibilitatea de a formaliza logica dialectică.

[31] Zea, 1976.

[32] Sambarino, 1959; Villegas, 1972.

[33] Hegel, 1934, vol. II, pp. 219, 243.

[34] Hegel, 1934, vol. II, pp. 264, 279, 280.

logica formală. Atitudinea lui Hegel însuşi în raport cu acest tip de deducţie este ambiguă: pe de o parte, susţine că derivarea raţională are un caracter necesar[35], iar pe de altă parte, se opune logicii *more mathematico*; cu alte cuvinte, el se opune singurei metode care poate conferi rigurozitate.[36] Pentru Hegel, logica trebuie să nu fie formală. De aceea, da Costa compară tentativa de a formaliza logica dialectică cu demersul de formalizare a logicii intuiţioniste. O formalizare a logicii dialectice nu trebuie să o considerăm ca o sistematizare utilizând un anumit formalism, ci mai degrabă, ca o explicaţie a anumitor „regularităţi“ ale „mecanismului“ dialectic care aruncă o altă lumină asupra acestui nou tip de logică.[37] În ciuda vaguităţii gândirii dialectice tradiţionale se poate susţine că gândirea dialectică trebuie să conţină, sub anumite aspecte, propoziţii contradictorii. Acesta este motivul pentru care formalizarea este posibilă numai într-un sistem **PL**; iar C_n este *un* sistem care poate servi acestui scop.

4.2. Dialectică, paraconsistenţă şi relevanţă

Datorită vaguităţii mai sus-menţionate, există mai multe căi pentru a încerca formalizarea gândirii dialectice, respectiv, pentru a elabora o logică dialectică riguroasă. Există multe sisteme care susţin variante de logică dialectică neformalizată. Routley şi Meyer susţin că C_n nu este unul dintre acestea. La rândul său, da Costa nu a elaborat C_n cu intenţia de a crea un sistem de logică dialectică. El afirmă numai că ar putea servi pentru formalizarea logicii dialectice. Routley şi Meyer aduc o serie de obiecţii sistemelor C_n şi susţin că există alte sisteme care oferă posibilităţi mai bune. Obiecţiile lor sunt următoarele:

(1) principiul contradicţiei nu este derivabil în C_n, făcând acest sistem inadecvat pentru logica dialectică;

(2) C_n reprezintă un grup limitat de sisteme în care pot fi derivate paradoxurile implicaţiei, de aceea, ele sunt ineficace pentru numeroase aplicaţii filosofice;

(3) puterea excesivă a părţii pozitive a sistemului face imposibilă o teorie adecvată a negaţiei;

(4) C_n este inadecvat pentru a formula un sistem care să reprezinte teoria meinongiană sau dialectică.[38]

Este util să se dea replica acestor obiecţii deoarece anumite aspecte privind sistemele C_n şi sistemele paraconsistente în general, ca şi cele dialectice, pot fi clarificate în acest fel.

[35] Hegel, 1971, pp. 1, 7.
[36] Hegel, 1934, p. 333.
[37] Newton da Costa, 1974, pp. 508, 509.
[38] Routley, Meyer, 1976, p. 33, nr. 4.

(1) Este adevărat că în C_n principiul contradicției nu poate fi derivat; dar această imposibilitate nu este un defect, din perspectiva noastră, ci mai degrabă un aspect benefic deoarece, conform lui Hegel, principiul contradicției nu este valid. Se pot menționa paragrafe din *Știința logicii* în care principiul amintit este respins explicit.[39] Unul dintre motivele pentru care Routley și Meyer insistă asupra menținerii acestui principiu este că era acceptat în varianta ortodoxă sovietică.[40] Nu negăm faptul că menținerea acestui principiu ar fi convenabilă pentru a deriva anumite concluzii, dar absența sa corespunde cu intențiile hegeliene privind dialectica. Pe de altă parte, direcția sovietică nu coincide peste tot cu varianta hegeliană, nici chiar cu aceea a lui Marx și Engels. Prin urmare, credem că excluderea formulei $\sim(A \ \& \sim A)$ în interiorul C_n corespunde mai bine dialecticii hegeliene decât includerea sa. De bună seamă, Routley și Meyer pot afirma că obiectivul lor este modelarea logicii dialectice în variantă sovietică, sau chiar de a considera drept cea mai bună o asemenea variantă. Totuși, aceasta rămâne îndoielnic.

(2) A doua obiecție este mai convingătoare. C_n include unele formule paradoxale precum $A \supset (B \supset A)$ și, mai rău, $(\sim A \ \& \sim(A \ \& \sim A)) \supset (A \supset B)$. Sistemul propus de Routley și Meyer exclude aceste paradoxuri, ceea ce constituie un avantaj, deoarece paradoxurile influențează aplicațiile filosofice. În ceea ce ne privește, problema este dacă aceste paradoxuri împiedică o analiză adecvată a inferenței dialectice. Routley și Meyer nu demonstrează acest fapt. Așa cum vom arăta, în cazul dialecticii, amplitudinea implicației paraconsistente este un avantaj.

(3) A treia obiecție nu ni se pare atât de puternică. Pentru a prinde în sistemul lor legea negării negației, Routley și Meyer au respins $A \supset \sim\sim A$, dar au păstrat $\sim\sim A \supset A$.[41] Această lege, însă, este acceptată de sistemele C_n.

(4) În cazul teoriei de tip Meinong, faptul că principiul contradicției nu poate fi derivat în C_n este mai degrabă un avantaj decât un defect. O logică, pentru a fi aplicabilă unei teorii de tip Meinong, trebuie să dea seama de propoziții contradictorii; de aceea, nu vedem de ce să includem principiul contradicției. În măsura în care se au în vedere teorii dialectice, potrivit lui Routley și Meyer, o logică aplicabilă acestora trebuie să fie o logică a deducerii.[42] Nu credem că o logică de acest tip ar surprinde mai bine raționamentele dialectice decât C_n numai pentru că presupune relevanța deducției dialectice, respectiv, că între premise și concluzie trebuie menținută relația că atunci când premisele sunt adevărate, concluzia este adevărată cu necesitate. Asta nu înseamnă că orice sistem pentru necesitatea logică a consecvenței poate fi exprimat formal; dar sistemul ar trebui cel puțin să reflecte această relație. Intuitiv, trecerea de la adevărul premiselor la adevărul concluziei este impusă cu certitudine (dacă nu ar fi așa, nu ar fi vorba de relevanță).

---

[39] Hegel, 1934, vol. II, p. 32.
[40] Routley, Meyer, 1976, p. 5.
[41] Routley, Meyer, 1976, p. 10.
[42] Routley, Meyer, 1976, p. 3ff.

Dimpotrivă, în raţionamentul dialectic aşa cum este conceput de Hegel şi frecvent de Marx, Engels şi alţi marxişti, conexiunea necesară de la premise la concluzie nu apare întotdeauna. În textele clasice unde este expusă dialectica, relaţia premise–concluzie este neregulată. Uneori ea apare, dar alteori este imposibil de găsit o asemenea relaţie. De aceea, problema respectivei relaţii este dificil de rezolvat. În cadrul unui sistem formal de logică ar trebui să fie date reguli clare de inferenţă; chiar dacă am dori să surprindem variaţiile proprii raţionamentului dialectic, acestea ar trebui surprinse cu precizie. Atât la Hegel, cât şi la clasicii marxismului nu putem descifra reguli de inferenţă care să fie aplicabile în general raţionamentului dialectic.

Iată de ce, *dacă* cineva încearcă să impună reguli fixe şi precise pentru conectivi în cadrul logicii dialectice, atunci implicaţia paraconsistentă este mai potrivită decât implicaţia relevantă. Ultima este prea tare şi cere prea mult de la raţionamentul dialectic. Pe de altă parte, prima se caracterizează prin *amplitudine* şi *nuanţare* impunând puţine restricţii gândirii deductive aşa încât este mai utilă în tentativa de a formaliza raţionamentul dialectic.

5. Aplicaţii

5.1. Logica thetică

C_n are deja numeroase aplicaţii, unele dintre ele importante. Folosind formalismul $C_1^=$, un sistem care conţine C_1 împreună cu simbolul egalităţii „=“ şi postulatele pentru cuantificatori, da Costa construieşte un sistem $\mathbf{NF}_1$ care include sistemul lui Quine **NF**.[43] Deşi nu s-a demonstrat că $\mathbf{NF}_1$ nu este trivial, şi non-trivialitatea sa nu poate fi dovedită nici mai mult nici mai puţin decât consistenţa sistemelor deductive tradiţionale tari, rezultatele obţinute au încurajat conjectura că nu este trivial. În acest caz sistemul lui Quine **NF** ar fi consistent.[44]

Cu toate acestea nu este nevoie să pornim de la **NF** pentru a construi o teorie a mulţimilor inconsistentă, dar, sperăm, netrivială. Se poate porni şi de la alte teorii ale mulţimilor, cum sunt Zermelo-Fraenkel sau von Neumann-Bernays-Gödel.[45] Ceea ce este important legat de $C_1^=$ este faptul că, prin intermediul sistemului care se fundamentează pe el, $\mathbf{NF}_1$, matematica clasică poate fi dezvoltată fără prea multe complicaţii şi, mai remarcabil, *oferă soluţii pentru paradoxurile teoriei mulţimilor*. Atâta timp cât sistemele matematice inconsistente nu sunt acceptate, o soluţie

[43] Newton da Costa, 1974.

[44] După $\mathbf{NF}_1$ au fost obţinute alte rezultate importante cu privire la teoria paraconsistentă a mulţimilor, fiind demonstrată netrivialitatea ei (consistenţa absolută). Newton C.A. da Costa împreună cu Ayda Arruda au dovedit netrivialitatea unei teorii a mulţimilor a cărei logică subiacentă este paraconsistentă dar diferită de C_1. (v. Routley, 1980; logica folosită este da Costa-Arruda, 1966).

[45] Newton da Costa, 1974.

precum cea oferită de $C_1^=$, nu poate fi găsită. În cazul în care se impune condiția de consistență, sistemele sunt fie prea înguste, fie există riscul real de a conține paradoxuri. $C_1^=$, la fel cu alte sisteme paraconsistente, se delimitează de false dihotomii respingând presupunerea consistenței.[46] În plus, respingerea consistenței conduce la o mai bună înțelegere a modului în care funcționează mintea umană.

Odată cu eliminarea presupunerii de consistență domeniul logicii este *mult* extins conducând la o libertate mai mare de construcție: dacă matematica poate fi dezvoltată fără a fi afectată de antinomii, atunci antinomiile pot prolifera fără să ne îngrijoreze. Aceasta este maniera în care da Costa și grupul său încep studiul unui domeniu fascinant și încă neexplorat, acela al obiectelor matematice contradictorii.[47, 48]

Rezultatele obținute sunt deja importante. Pentru exemplificare, să ne oprim la clasele paradoxale puse în evidență de Russell; $R_0 = \hat{x}\{x \notin x\}$ devine o mulțime formală:

(1) $R_0 \in R_0 \,\&\, R_0 \notin R_0;\ \Lambda \in R_0;\ x \in R_0 \supset \{x\} \in R_0;\ \cup R_0 = V \ldots$

Acceptarea mulțimii R_0 trivializează NF (sistemul lui Quine) dar nu trivializează $\mathbf{NF}_1$. Conceptul de mulțime russelliană poate fi generalizat folosind negația tare, care este definită în următorul fel:

(2) $\sim^* A =_{df} \sim A \,\&\, A^0$, unde A^0 este abrevierea pentru $\sim(A \,\&\, \sim A)$.

Dacă $A^n = A^{00\ldots0}$ (în care „0" apare de n ori) și $A^{(n)} = A^1 \,\&\, A^2 \,\&\, \ldots \,\&\, A^n$, o mulțime russelliană este definită pentru fiecare n astfel:

(3) $R_n = \hat{x}\{\, x \notin x \,\&\, (x \in x)^{(n)}\}$

Dacă apelăm la ierarhia C_n (pentru $n > 1$) și facem modificările corespunzătoare, atunci sunt obținute sistemele din șirul $\mathbf{NF}_2, \ldots, \mathbf{NF}_\omega$. Fiecare dintre aceste sisteme este o teorie inconsistentă a mulțimilor, dar, potrivit conjecturii amintite, netrivială. În $\mathbf{NF}_1$ poate fi derivată existența lui R_0, adică este prezent paradoxul lui Russell fără a trivializa sistemul. În $\mathbf{NF}_2$ poate fi derivată existența lui R_1 care trivializează $\mathbf{NF}_1$, dar nu $\mathbf{NF}_2$ și așa mai departe.

O aplicație diferită o reprezintă extinderea C_n la un sistem modal prin adăugarea operatorului necesității □, cu ajutorul căruia, folosind negația tare, poate fi definit operatorul posibilității ◊, după cum urmează:

---

[46] Newton da Costa, 1974.

[47] Newton da Costa, 1974.

[48] Avem de-a face cu o investigație fără precedent, care deschide o perspectivă nouă asupra matematicii. Da Costa și grupul său au explorat posibilitățile oferite de teoria inconsistentă a mulțimilor. O altă lucrare interesantă pe aceeași temă aparține lui Asenjo și Tamburino, 1975. Routley consideră că, deși teoria antinomică a mulțimilor are antecedente în Rusia și Polonia, dezvoltarea sa sistematică are loc în America Latină (Routley, 1979).

(4) $\Diamond A =_{df} \sim^{*}\Box\sim^{*}A$

În acest fel se obține o logică modală cu proprietăți paraconsistente.

5.2. Logica athetică

Nimeni nu a explorat posibilitatea aplicării C_n la deducția nepropozițională, bunăoară, în logica deontică. Aici ne vom opri la un exemplu scurt.

O situație frecvent întâlnită în domeniul juridic este legiferarea a două legi contradictorii. Dacă legislatorul și-ar da seama atunci când codifică o normă N_1 că aceasta intră în conflict cu o normă deja legiferată N_2, poate nu ar formula o asemenea lege, dar, deseori aceasta nu se întâmplă și rezultă un sistem juridic contradictoriu. Deși în practică este dificil de realizat un sistem juridic consistent, acest fapt nu împiedică funcționarea raționamentului juridic.[49] Când contradicția este descoperită și ambele norme au puteri legale, în final trebuie să se renunțe la una dintre ele. Totuși, sistemul continuă să funcționeze și nimeni nu inferează orice normă din două norme contradictorii. Aceasta arată că în practica juridică este utilizată logica paraconsistentă mai degrabă decât logica clasică.

Pentru ca C_n să fie aplicabile la sistemul juridic, aceste sisteme trebuie completate cu operatori deontici. După cum se știe, acești operatori pot fi considerați drept operatori modali. Astfel, utilizând definiția lui da Costa pentru posibilitate se poate defini operatorul permisivității P, ajungându-se la următoarea egalitate neintuitivă (operatorul obligativității, O, îl înlocuiește pe cel al necesității $\Box$):

(5) $$PA = \sim O(\sim A \,\&\, \sim(A \,\&\, \sim A)) \,\&$$
$$\&\, \sim O(\sim A \,\&\, \sim(A \,\&\, \sim A)) \,\&\, \sim O(\sim A \,\&\, \sim(A \,\&\, \sim A)).$$

Această formulă este cea mai simplă care poate fi obținută deoarece corespunde sistemului C_1, aflat la baza sistemelor C_n. O expresie asemănătoare s-ar obține pentru O dacă s-ar utiliza P drept operator primitiv. Datorită neintuitivității unor asemenea definiții, trebuie fie să găsim o definiție mai simplă, fie să ne îndreptăm atenția spre alte sisteme de logică paraconsistentă, diferite de C_n, unde negația este mai puțin restrictivă. Cu toate acestea, credem că următoarea definiție în C_n este adecvată:

(6) $$PA = \sim^{*}O\sim A$$

Dacă ținem seama de definiția negației tari, se ajunge la:

(7) $$PA = \sim O\sim A \,\&\, \sim(O\sim A \,\&\, \sim O\sim A)$$

---

[49] Existența normelor contradictorii este bine cunoscută în practica juridică. Literatura de specialitate conține frecvente trimiteri la acest tip de norme (v., de pildă, García Máynez, 1973).

Pentru ca (6) să fie acceptabilă, să spună ceva, trebuie să se aibă în vedere atât consecințele sintactice, cât și să se elaboreze o semantică prin care să se ajungă la un sens intuitiv. Definiția (6) spune că ceva, pentru a fi permis, trebuie nu numai să nu fie oprit, ci și să nu fie nici interzis nici neinterzis. De aici rezultă că, dacă judecătorul găsește o acțiune care este atât permisă, cât și interzisă, el nu o poate considera permisă. Astfel, din faptul că un sistem juridic ar conține legi contradictorii nu rezultă că acel sistem este trivial.

6. Paraconsistența și raționalitatea logicii

6.1. Logica clasică, heterodoxie și raționalitate

Deoarece heterodoxia este definită din perspectivă sintactică drept divergență de la logica clasică s-ar putea crea impresia că sistemul **CL** este unul privilegiat. **CL** ar trebui să fie cea mai rațională expresie a logicii, iar sistemele heterodoxe, în diferite moduri, ar devia de la normele clasice ideale. Din acest punct de vedere, heterodoxia ar fi considerată ca o deviere de la raționalitate, în ultimă instanță, ca o aberație. C_n, în aceste condiții, datorită extremei sale heterodoxii ar trebui considerate drept sistemele cele mai puțin raționale. Cine gândește astfel se află în deplină eroare.

Unul dintre rezultatele importante ale cercetării logico-filosofice contemporane este că **CL** nu oferă o formalizare adecvată a relației de consecință logică așa cum cred clasiciștii. Există numeroase argumente în acest sens: mai întâi, în **CL** există teoreme care deviază prea mult de la ceea ce spune intuiția. Potrivit intuiției între premisele și concluzia unui argument trebuie să existe o relație integrată unui pas deductiv (cum ar fi relevanța). Dar, cum am menționat deja (v. subcapitolul 4.1), în **CL** are loc: $(A \,\&\, \sim A) \vdash B$. De aici rezultă că o teorie inconsistentă a cărei logică este **CL** este trivială. Dar, pentru cineva care ia în serios consecința logică, nu există nici o rațiune pentru a deduce *B* din *A* & ~*A*. Între premise și concluzie nu există nici o relație; nu există nimic comun între ele: nici o conexiune nu poate justifica pasul deductiv de la antecedent la consecvent.[50]

---

[50] Este interesant faptul că această formulă a fost anticipată de logicienii Evului Mediu: *Ex contradictoriis quodlibet*. (În acest sens, v. Kneale, 1963, p. 227ff). Cum au ajuns medievalii la o asemenea formulă fără a avea în vedere relația dintre premise contradictorii și concluzie? S-ar putea găsi o explicație pornind de la următoarea ipoteză: *Principiul contradicției a fost considerat, încă din vremea când l-au formulat grecii și până astăzi, cel mai evident dintre toate. Logicienii medievali, urmând tradiția elenă, i-au atribuit o importanță supremă (nu numai teologii, ci chiar misticii, care aveau raporturi interesante cu logica, dar care depășesc cadrele acestui studiu). Toți aceștia erau convinși că rațiunea nu acceptă contradicția. O teorie contradictorie este fără valoare. Contradicției i se atribuiau asemenea efecte dezastruoase încât rațiunea pierdea controlul asupra procesului deductiv, iar când controlul este pierdut, se poate întâmpla orice. O asemenea posibilitate era exprimată cu tărie în* Ex contradictoriis quodlibet.

Caracterul de nerelevanță a deducției formale în CL este tipic acestui sistem. De aici rezultă că într-un asemenea sistem se poate deduce *prea mult*. De pildă, orice formulă adevărată este implicată de orice formulă, fie că este falsă sau adevărată. Această posibilitate este ilustrată prin teoremele cu caracter paradoxal: $A \supset (A \supset B)$ și $\neg A \supset (A \supset B)$. Amplitudinea excesivă a implicației (formal și semantic) în CL nu a părut inițial (și așa a rămas pentru unii logicieni clasici) o anomalie logică. Dar nu există îndoială că relațiile respective între premise și concluzie nu corespund intuițiilor noastre profunde despre consecința logică, intuiții care au fost urmărite de către întemeietorii logicii.

Un alt motiv pentru care CL nu poate formaliza conceptul de consecință logică este că nu distinge între deducere și implicația materială. Desigur, logicienii clasici sunt conștienți de faptul că „$\supset$" nu este simbolul consecinței logice. Astfel, când $\vdash A$ și $\vdash (A \supset B)$ sunt obținute în CL, atunci prin *modus ponens*, se obține $\vdash B$. Logicienii clasici sunt înclinați să considere că atunci când $\vdash (A \supset B)$, B ar fi deductibil din A. Iată de ce, pentru ei, simbolul „$\supset$" *în mod vag*, exprimă deducerea. De bună seamă, această impresie nu corespunde adevărului, dar arată încă o dată dificultățile de care se lovește formalizarea relației de consecvență logică și că mijloacele de care dispune CL în acest scop sunt insuficiente.

Teoremele de completitudine și teorema deducției pentru CL contribuie la menținerea și adâncirea confuziei și a mitului adecvării. Din alăturarea faptelor că orice formulă validă este deductibilă în CL și că ori de câte ori are loc $A \vdash B$ are loc și $A \supset B$, se naște impresia că relația de consecință logică a fost formalizată corect. Toate acestea duc la impresia eronată că CL este un sistem de nezdruncinat.

Analiza acestor aspecte ale CL i-au condus pe logicienii cu preocupări filosofice spre căutarea unor noi căi pentru formalizarea relației de consecință logică. Contribuția lui Lewis în această problemă este fundamentală. El s-a aflat nu numai între cei dintâi care au atras atenția asupra modului nesatisfăcător în care era formalizată relația de consecință logică în CL, dar a fost primul care a dezvoltat un sistem formal (de fapt mai multe asemenea sisteme) care analizează relația de consecință logică mai bine decât CL. Sub acest aspect, el a făcut pași importanți pentru a obține o logică mai rațională deoarece nu există nici o îndoială că raționalitatea privește îndeosebi relația logică de consecință. Un sistem de logică formală, cum este CL, dacă nu oferă o analiză satisfăcătoare a consecinței logice nu este pe deplin rațional.[51] Sistemul implicației stricte atrage atenția asupra confuziei

[51] Împotriva acestui fapt s-ar putea argumenta că noțiunea intuitivă de deducție nu este suficient de clară; dar nu se poate contesta că prin analiza relației de consecință logică sunt puse în evidență numeroase caracteristici ale deducției, bunăoară, că din A & B derivă B (dacă cineva crede contrarul înseamnă că interpretează cuvântul „și" altfel decât obișnuit), sau că relația de consecință logică este tranzitivă și necesară etc. În general, în logică, precum și în alte domenii, este inevitabil să se pornească de la un fundament clar și evident prin intuiție, deoarece, în alt mod, ar fi imposibil să se justifice ceva. Cu privire la acest aspect merită citat un logician ce nu poate fi bănuit de raționalism naiv, cum este Meyer: „... Frank se întreabă: «Până unde se extinde intuiția?» Răspunsul său este «Poate zece picioare». La fel se întâmplă în cazul intuițiilor logice. Dezvoltarea lor depășește nevoile argumentului

dintre implicația materială și deducere astfel încât reprezintă un progres în efortul de a raționaliza logica. Într-un sens, se poate spune că a restabilit idealul de raționalitate al logicii tradiționale care a fost pierdut prin evoluția modernă a CL. Lewis credea că sistemul implicației stricte oferă o formalizare adecvată a relației de consecință logică.[52] Din păcate, în sistemul său au fost descoperite noi paradoxuri care, sub unele aspecte, sunt chiar mai periculoase decât cele ale implicației materiale, ori, relația de consecință logică, fiind rațională, trebuie să fie imună la paradoxurile implicației. Nu este rezonabil să se accepte că o propoziție necesară poate fi dedusă din orice propoziție, așa cum apare în sistemul lui Lewis, ori că dintr-o propoziție imposibilă se poate deduce orice propoziție.

Contribuția lui Lewis are o dublă importanță: pe de o parte, constituie începutul unei mișcări spre o mai mare raționalitate a logicii, o mișcare care odată pornită este imposibil de oprit; pe de altă parte, datorită eșecului tentativei sale a atras atenția că relația de consecință logică este mai complexă decât presupunea analiza tradițională.

6.2. Considerații privind raționalitatea logicii

Ce rol poate juca logica paraconsistentă, în speță C_n în efortul de a raționaliza logica? Logica paraconsistentă are contribuții importante sub acest aspect deoarece a arătat că posibilitățile de deducție rațională sunt mai extinse decât se consideră de obicei.

Prin eliminarea principiului contradicției, ceva cu adevărat nou și remarcabil a fost pus în evidență: că rațiunea noastră poate funcționa eficient fără un principiu care a fost considerat indispensabil pentru fundamentarea oricărei teorii logice încă de către vechii greci. Cu excepția gânditorilor de orientare dialectică (numai foarte recent s-a încercat elaborarea unei logici cu acest nume) toți logicienii clasici erau convinși că fără principiul amintit orice deducție și orice gândire coerentă este imposibilă.[53] Este adevărat că intuiționiștii au construit o logică fără unul dintre principiile clasice, dar principiul terțului exclus a fost considerat de mai mică importanță și universalitate decât cel al contradicției (deoarece există cazuri, cum ar fi viitorii contingenți, în care valabilitatea sa era pusă la îndoială: vezi nota 12). În aceste circumstanțe, elaborarea unui sistem care să funcționeze eficient, fără a fi trivial, când este aplicat unor teorii inconsistente, pune în evidență ceva fundamental:

---

practic. Admițând stilul modern de abordare a acestor nevoi cu rigoare mărită este greșit atât să le ignorăm, cât și să le ridicăm la statutul de legi rigide. *Datorită celor zece picioare la care se întind intuițiile noastre, suntem obligați să ținem seama de ele.*" (Meyer, 1978, p. 41). Nu este exclus ca rațiunea noastră să fie rezultatul adaptării biologice. Dar aceasta este numai o ipoteză a cărei coroborare empirică nu este ușoară. Important este că, oricare ar fi originea rațiunii noastre sau a capacității de a deriva consecințe logice, la baza lor stau anumite intuiții fără de care rezultatul dobândit astfel nu poate fi calificat *rațional*.

[52] Lewis, 1932, p. 252ff.

[53] Sub acest aspect, da Costa este un deschizător de drumuri deoarece, deși Jaskowski a fost primul care a elaborat o logică paraconsistentă, el include principiul non-contradicției în acest sistem.

că, în ciuda principiului contradicției, inconsistența unei teorii nu înseamnă neapărat colapsul său. De aici se poate sugera un singur lucru: *modul în care funcționează rațiunea nu corespunde presupunerilor logicii tradiționale. Funcționarea rațiunii este mai complexă și mai profundă decât se credea în trecut și, de aceea, nu se supune schemelor clasice simpliste.* Apariția unor sisteme precum C_n nu înseamnă că rațiunea noastră trebuie, pentru a funcționa adecvat, să genereze contradicții prin dinamica sa internă (cum cer tezele dialecticii tradiționale); ci înseamnă că, dacă o face, sau dacă lumea funcționează într-o manieră dialectică, raționamentul logic nu ar fi eronat: de aceea există tentative de a elabora sisteme logice care să fie aplicabile unor asemenea situații. Dar nu numai atât. Într-o lucrare recentă, da Costa și R. Wolf dezvoltă un sistem de logică dialectică în care CL este prezent ca subsistem; cu alte cuvinte, logica clasică și logica dialectică sunt, în acest fel, unificate.[54] De bună seamă, acesta este unul dintre numeroasele sisteme de logică dialectică elaborate în zilele noastre, iar preocupările pentru dezvoltarea unor asemenea sisteme este deosebit de relevantă.

Toate acestea arată că separarea sau distincția între rațiunea dialectică și cea tradițională (rațiunea celor trei principii tradiționale) este numai aparentă și se datorează unei înțelegeri eronate cu privire la modul în care funcționează gândirea rațională. Cum am arătat deja, rațiunea noastră operează într-un mod mai flexibil decât credeau filosofii înainte de evoluțiile recente din logică. O altă cale care conduce la concluzii asemănătoare este logica relevantă. Logica relevantă este sistemul formal care oferă cea mai bună formalizare a relației de consecință logică, prin care sunt excluse teoreme de genul: $(A \,\&\, {\sim}A) \rightarrow B$, astfel încât, această logică are un caracter paraconsistent și permite formalizarea unor variante interesante de logică dialectică (să ne reamintim de discuția de la subcapitolul 4.1). Caracterul paraconsistent al logicii relevante este scos în evidență de analiza semantică în care raționamentele inconsistente joacă un rol crucial.

Termenul „rațiune", folosit în numeroase contexte, are nevoie de clarificări, cu atât mai mult cu cât în ultima vreme se remarcă tendința de a fi exploatată ambiguitatea semnificației sale, ambiguitate care se originează chiar în filosofia occidentală. Abordarea acestui subiect depășește obiectivele pe care le urmărim aici. Cu toate acestea, trebuie spus că, datorită dezvoltărilor recente și spectaculoase ale logicii, raționalitatea a ajuns din nou în centrul atenției. Fără raportarea la raționalitate, evoluția logicii se reduce la un proces neinteligibil și arbitrar.

Activitatea rațională se realizează pe multe căi, cu privire la multe domenii, de la limbajul natural la etică și chiar la estetică, așa că este imposibil să fie caracterizată exhaustiv și riguros, dată fiind ponderea sa în gândirea filosofică. Fără îndoială, activitatea rațională are unele trăsături perfect determinate; una dintre acestea este fundamentarea cunoașterii științifice, în sensul că, – în virtutea unor mecanisme complicate care sunt dificil de analizat, – suntem în măsură să ajungem la cunoaștere. Astfel, rațiunea este facultatea care ne permite să facem multe lucruri, inclusiv să elaborăm discipline, cum ar fi logica.

---

[54] Newton da Costa, Wolf, 1980. O sinteză asemănătoare este realizată de Routley și Meyer, 1976.

Situaţia nou apărută arată că acest aspect al activităţii raţionale, care părea atât de clar, este mult mai complex şi opac decât se credea anterior. De aceea, o importantă sarcină a filosofiei este să clarifice mecanismul real al activităţii raţionale la nivelul logic. Pentru a ajunge la rezultat, trebuie cercetat modul în care se comportă raţiunea la nivelul matematicii şi, mai apoi, în elaborarea cunoaşterii empirice – deoarece fără logică şi matematică ştiinţa empirică nu poate fi constituită. Trebuie să alegem între două alternative: fie renunţăm la teza că logica este raţională şi atunci ceea ce se întâmplă este sub semnul contingentului şi a întâmplării, ori avem de-a face cu o evoluţie pur pragmatică, fie încercăm să înţelegem că dezvoltarea logicii înseamnă o lărgire a raţionalităţii.

Dacă acceptăm (varianta corectă) al doilea punct de vedere suntem confruntaţi cu următoarea problemă: în mod tradiţional, logica era considerată drept canonul raţionalităţii. În schimb, proliferarea sistemelor neclasice arată că logica tradiţională nu a ajuns la fundamentele raţionalităţii. Dacă logica este o disciplină raţională şi, în consecinţă, dezvoltările sale trebuie să ofere o cunoaştere bine fundamentată, atunci, fenomenul amintit arată că logica nu ar mai putea fi un sistem raţional perfect. Noile sisteme de logică, măcar unele dintre ele, reprezintă un efort de a crea sisteme deductive mai raţionale. Altele derivă din surse precum analiza deducţiilor non-propoziţionale. Dezvoltarea combinată a acestora reprezintă o lărgire a domeniului raţionalităţii şi înnoirea orizonturilor logicii.[55]

Consideraţiile anterioare arată că raţionalitatea logică este legată de deductibilitate. Relaţia de consecinţă logică sau inversa ei, constituie aspectul central al raţionalităţii la nivel logic. Evoluţia recentă a logicii a demonstrat că **CL** era o sistematizare foarte imperfectă a acestei raţionalităţi. Acum ştim că relaţia de consecinţă logică este mai riguroasă decât se credea (datorită cerinţei de relevanţă) şi că are un domeniu mai vast deoarece este prezentă şi în zona raţionamentelor non-propoziţionale şi nu este limitată de condiţiile de consistenţă sau chiar cele de existenţă sau semnificaţie.[56]

Aceste rezultate circumscriu o perspectivă complet nouă potrivit căreia relaţiile dintre logică şi ontologie sunt văzute într-o manieră diferită faţă de perioada tradiţională. Faptul că deducţiile pot fi făcute pornind de la premise inconsistente fără a ajunge la concluzii arbitrare arată că pot exista modele ale sistemelor de logică în care relaţia de consecinţă logică este formalizată în mod adecvat, deşi principiile tradiţionale pot să nu fie prezente. Aceasta înseamnă că

---

[55] Dacă raţionalitatea logicii este înţeleasă drept capacitate de a opera deducţii, atunci, neîndoielnic, crearea de sisteme athetice conduce la o lărgire a domeniului unei asemenea raţionalităţi. A fi în stare să stabileşti că o anumită normă, de pildă, este consecinţă logică a altor norme, arată că, din perspectivă logică, în câmpul normativ este prezentă raţionalitatea. În general, se poate spune că orice relaţie de consecinţă logică stabilită pornind de la intuiţii puternice aparţine sferei raţionalităţii. Prezenţa unor cazuri dubioase nu este decisivă, deoarece asta se întâmplă în orice domeniu al cunoaşterii; ele nu înseamnă că nu putem determina cu claritate, într-un număr mare de cazuri, că există o relaţie de consecinţă logică între premise şi concluzie.

[56] Cu privire la această extindere extraordinară a relaţiei de consecinţă logică relativ la conţinutul său, v. Routley, Meyer, 1976; Routley, 1979; Peña, 1979; Routley, 1980.

principiile tradiționale nu sunt evidente, că ele sunt numai generalizări empirice sau convenții care au numai o valoare pragmatică? Deși este dificil să se dea un răspuns unei asemenea întrebări, considerăm că răspunsul adecvat este „nu". Faptul că există lumi inconsistente în care principiile tradiționale nu sunt valide nu înseamnă că aceste principii nu sunt raționale sau nu sunt evidente ci numai că domeniul de aplicare al consecinței logice este mai *larg* decât al acestor principii. Regulile care controlează deducerea sunt aplicabile în toate cazurile, în relație cu orice structură, chiar dacă lumea corelată cu o asemenea structură este absurdă sau imposibilă; pe de altă parte, principiile tradiționale sunt aplicabile numai structurilor cărora le corespund lumi care îndeplinesc anumite condiții cum ar fi consistența, posibilitatea, subzistența etc.[57]

În ciuda unor sisteme logice precum C_n, principiile logicii sunt încă evidente și valide așa cum erau anterior, ca explicații logice relevante. Rațiunea le impune și mulțumită lor suntem în măsură să caracterizăm anumite lumi (cum ar fi lumea reală și lumile logice obișnuite). Aceste lumi constituie domeniul înțelegerii ortodoxe. O situație contradictorie în care atât A, cât și $\sim A$ sunt ambele adevărate, pur și simplu nu poate fi înțeleasă din perspectivă clasică.

Faptul că pornind de la preceptele clasice nu putem admite că un obiect are și nu are o anumită proprietate nu înseamnă că realitatea sau, în general, regiunile ontologice (care pot fi ale unor obiecte abstracte) trebuie să fie limitate rațional în așa fel încât contradicțiile să nu poată avea loc în interiorul lor. S-ar putea ca, până de curând, argumentele teoriilor ontologice neclasice să nu fi fost prea convingătoare. Cu toate acestea, ele nu pot fi excluse pe calea demonstrației,[58] așa că respingerea lor ne-ar duce înapoi la raționalismul naiv al vechii filosofii clasice. Pe scurt, este posibil să existe lumi inconsistente care sunt, în consecință, complet sau parțial neinteligibile din perspectivă clasică. *Dar, ceea ce este de remarcat în ceea ce privește logica este că permite deducții riguroase în raport cu asemenea lumi.* Dacă cineva pornește de la premise contradictorii și folosește o logică paraconsistentă atunci ajunge în mod riguros la concluzii nearbitrare, în ciuda CL. În acest fel, ajungem la două consecințe:

(1) există o raționalitate logică independentă de structura căreia i se aplică; aceasta poate fi o raționalitate în logică fără a fi nevoie de raționalitatea clasică a lumii respective;

(2) există o intuiție logică tare care, chiar dacă nu pune în evidență structuri ontologice, este supusă constrângerilor clasice și reușește numai o înțelegere limitată. Presupunerile de consistență și identitate sunt, în mod clar, condiții necesare ale înțelegerii clasice.[59]

---

[57] Rezultatele investigațiilor recente asupra semanticii relației de deducere efectuate de Routley și Meyer tind să confirme tezele pe care le susținem aici (Routley, Meyer, 1972; Routley, 1980).

[58] Cu privire la acest aspect, v. Routley, Meyer, 1976.

[59] Am putea merge mai departe în folosirea adverbului „clasic", cum ar fi în contextul „inteligibilitate clasică" deoarece, în ciuda nenumăratelor modificări ale principiilor raționale și a evidenței raționale petrecute de-a lungul vremii, trebuie să existe un nucleu invariant în timp. În alt

În analiza de mai sus s-a arătat că dezvoltarea logicii este dată, în aspectele sale cele mai importante, de exigența raționalității. Această exigență, în manieră explicită sau implicită a condus investigațiile logicienilor de-a lungul vremii. Ea a generat numeroase sisteme care încearcă să formalizeze, sau să analizeze din ce în ce mai bine mecanismele (sau produsele logice) prin care rațiunea este capabilă să stabilească relații precum consecința logică. Analiza acestor mecanisme a demonstrat, pe lângă extinderea neașteptată a domeniului conectorilor deductivi că nu există coincidență între raționalitatea logică și raționalitatea ontologică, așa încât, activitatea rațională este posibilă în domenii care prezintă aspecte iraționale sau paradoxale ori inconsistente.[60]

Drept consecință, analizele tradiționale ale raționalității au fost depășite de dezvoltarea celei mai raționale dintre discipline: logica. Nici raționalismul clasic (naiv) nici empirismul, nici istoricismul, nici filosofia dialectică (filosofia tradițională hegelian-marxistă cu variațiile sale) nu oferă o înțelegere a faptelor prezentate mai sus. Dacă dorim să înțelegem ce se întâmplă în câmpul logicii trebuie, inevitabil, să elaborăm un nou concept de raționalitate care să dea seama de rezultatele uimitoare atinse de teoriile asupra deducției din ultimii ani. A elabora un nou concept de raționalitate înseamnă o nouă paradigmă în înțeles epistemologic. Credem că aceasta este calea care deja este deschisă și urmată cu

---

caz, am fi în situația *istoriciștilor clasici* conform cărora semnificația logică nu are loc; în consecință, cunoașterea științifică își pierde orice semnificație (chiar dacă nu am fi pragmatiști). Un principiu care aparține acestui nucleu dur este, fără îndoială, *principiul contradicției*, care, într-un fel sau altul, este prezent pretutindeni în logică. La prima vedere, sistemele paraconsistente cum sunt C_n nu au nevoie de el. Dar, cercetătorii acestor sisteme, după îndelungate eforturi, au demonstrat consistența absolută a acestor sisteme, care este o variantă a consistenței obișnuite. Atunci când da Costa și adepții săi au dezvoltat o teorie paraconsistentă a mulțimilor, bazată pe C_n, ei au trebuit să deosebească între teoreme bune și rele. Dacă avem de-a face cu o teoremă bună, atunci nu se poate demonstra, în interiorul sistemului, că acea teoremă este contradicție; dar se poate realiza o asemenea demonstrație pentru o teoremă rea. Prin urmare, este eronat să se afirme că sisteme precum C_n funcționează fără principiul contradicției. Într-un fel, se întâmplă așa, deoarece se aplică unor teoreme inconsistente; dar într-un altul, foarte precis definit, principiul contradicției este prezent, deoarece este acceptat *principiul non-trivialității* și posibilitatea de a deriva numai *teoreme bune*. Pe lângă principiul contradicției, alte principii, precum cel al identității, sau cele derivate din formalismul logic, cum ar fi tranzitivitatea deducerii, eliminarea conjuncției, distribuția implicației relevante, *unele* principii de cuantificare (aceste principii sunt prezente chiar dacă regulile de cuantificare nu sunt cele clasice) etc. sunt acceptate. Mai mult, toate aceste principii reapar, la alt orizont semantic, atunci când logica se extinde la nivelul non-propozițional. Neîndoios, există motive pentru a menține expresii precum „inteligibilitate clasică", „înțelegere ortodoxă" etc.: nu se poate stabili ferm cu mijloacele actuale că neinteligibilitatea stărilor de lucruri contradictorii, pentru care majoritatea oamenilor are o puternică atracție, nu cumva este produsul a milenii de tradiție ce-și are originea în fapte contingente. S-ar putea ca, odată obișnuiți cu contradicțiile, acest simțământ să dispară odată și-o dată. Dar, dacă toate intuițiile noastre intelectuale s-ar modifica în viitor și toate principiile pe care le considerăm raționale ar fi invalidate, atunci atât logica, cât și filosofia și știința sunt în pericol să nu mai fie practicate. Considerăm că problema existenței unui nucleu dur de principii raționale este *problema* filosofiei cunoașterii și că rămâne un subiect neepuizat.

[60] Problema intuiției intelectuale este, conform celor de mai sus (v. notele 51 și 59), o problemă fundamentală care trebuie studiată în profunzime pentru a înțelege maniera în care lucrează rațiunea la nivel logico-matematic. Problema nu poate fi ignorată afirmând că, potrivit istoriei științei, evidența noastră este înșelătoare, deoarece chiar această afirmație presupune un sistem complex de intuiții intelectuale.

interes crescând. Credem că numai pe această cale se poate elabora o imagine a întregului care constituie scopul final al filosofiei. Datorită efortului făcut în ultimii ani pentru a clarifica obscurul concept de consecință logică această viziune a fost regăsită, în ciuda influenței empirismului și pragmatismului care au dominat filosofia vreme îndelungată. Acestea au însemnat distrugerea necesară pentru ca o nouă și fascinantă operă de construcție să înceapă[61].

Bibliografie

[1] ANDERSON, A.R., BELNAP, N.D. jr. – *Entailment... The Logic of Relevance and Necessity*, Princeton Unviersity Press, 1975.

[2] ARRUDA, A. – „La mathématique classique dans NF_1", *C.R. Acad. Sc. Paris* t. 272, pp. 1152–1153 [3 mai 1972] Serie A, 1971.

[3] ARRUDA, A. – „A survey of paraconsistent logic", *Mathematical Logic in Latin America*, ed. A.I. Arruda, R. Chuaqui și N.C.A. da Costa, Amsterdam, North-Holland, pp. 1–41, 1978.

[4] ARRUDA, A. –, „N.A. Vasiliev e a logica paraconsistente", *Relatorio interno 140*. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matematica. Estadistica e Ciencia de Computacão, 1979.

[5] ARRUDA, A. –, „Aspects of the historical development of paraconsistent logic", *Relatorio interno 172*, Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matematica, Estadistica e Ciencia de Computacão, 1980.

[6] ASENJO, F.G., TAMBURINO, J. – „Logic of antinomies", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, XVI, pp. 272–278, 1975.

[7] CASTAÑEDA, H.-N. – *Thinking and Doing*, Dordrecht. Reidel, 1975.

[8] DA COSTA, N.C.A. – „On the theory of inconsistent formal systems", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, XV, pp. 497–510, 1974a.

[9] DA COSTA, N.C.A. – „Logique mathématique – Remarques sur le calculs C_n, C_n^*, $C_n^=$ et D_n", *C.R. Acad. Sc. Paris* t. 278, pp. 819–821, 1974b.

[10] DA COSTA, N.C.A., ALVES, E.H. – „Logique mathématique – Une sémantique pour le calcul C_1". *C.R. Acad. Sc. Paris*, t. 283, pp. 729–731, 1976.

[11] DA COSTA, N.C.A., ALVES, E.H. – „A semantical analysis of the calculi C_n"; *Notre Dame Journal of Formal Logic* XVIII, pp. 621–630, 1977.

[12] DA COSTA, N.C.A., ALVES, E.H. –*Relations between paraconsistent logic and many-valued logic*, Universidade de São Paulo, Instituto de matmatica e statistica, São Paulo, 1981.

[13] DA COSTA, N.C.A., ARRUDA, A. – „O paradoxo de Curry – Moh Shaw-Kwei", *Boletim de matematica de São Paulo*. 18, pp. 83–89, 1965.

[14] COUTURAT, L. – *La Logique de Leibniz d'apres des documents inedits*, Paris, Felix Alcan, 1961, (1901).

[15] GARCIA MAYNEZ, E. – *Filosofia del Derecho*, Mexico: Porrua, 1973.

[16] GODDARD, L., ROUTLEY, R. – *The Logic of Significance and Context*, Scottish Academic Press, 1973.

[17] HAAK, S. – *Deviant Logic*, Cambridge University Press, 1974.

[18] HEGEL, G.W.H. – *Wiessenschaft der Logik*, Leipzig: Verlag von Felix Meiner, 1934.

[19] HEGEL, G.W.H. – *Enciclopedia de las ciencias filosoficas*, Mexico: Porrua, 1971.

[20] HEYTING, A. – *Intuitionism – An Introduction*, Amsterdam: North-Holland, 1956.

[21] JASKOWSKI, S. – „A calculus of propositions for contradictory deductive systems", *Studio Soc. Scn. Torunensis*, section A.1, pp. 55–77, 1948.

[22] JASKOWSKI, S. – „The propositional calculus for contradictory deductive systems", *Studia Logica* 24, pp. 143–157, 1969.

[61] Traducătorul nu este de acord în totalitate cu tezele susținute în acest studiu. (*N.T.*)

[23] **Kneale, W., Kneale, M.** – *The Development of Logic*, Oxford: Clarendon Press, 1962.

[24] **Kripke, S.A.** – „Semantical analysis of intuitionistic logic I", *Formal Systems and Recursive Functions*, eds. J.N. Crossley şi M.A. Dummett, Amsterdam: North-Holland, pp. 92–130, 1965.

[25] **Lewis, C.I., Langford, C.H.** – *Symbolic Logic*, New York: the Century Co, 1932.

[26] **Lukasiewicz, J.** – *Selected Works*, Amsterdam: North-Holland, 1970.

[27] **Meyer, R.K.** – *Why I am not a Relevantist*, Research Paper No.1, Logic Group, Canberra, Australian National University, 1978.

[28] **Quesada, M.F.** – „Sobre el concepto de razon", *Revista Latinoamericana de Filosofia* I, 3, pp.183–191, 1975.

[29] **Quesada, M.F.** – „Las logicas heterodoxas y el problema de la unidad de la logica", *Logica–Aspectos Formales y Filosoficos*, Pontificia Universidad Catolica del Peru, 1978.

[30] **Quesada, M.F.** – „Logica y Razon", *Ponencia presentada a la Sociedad Peruana de Filosofia*, 1979.

[31] **Peña, L.** – *Contradiction et verité - Étude sur le fondements et la portée epistemologique d'une logique contradictorielle*, Dissertation, Liege, 1979.

[32] **Priest, G.** – „Logic of Paradox", *Journal of Philosophical Logic*, **8**, pp. 219–241, 1979.

[33] **Rosser, J.B., Turquette, A.R.** – *Many-valued logics*, Amsterdam, North-Holland, 1962.

[34] **Routley, R.** – „Dialectical logic, semantics and metamathematics", *Erkenntnis* 14, pp. 301–331, 1979.

[35] **Routley, R.** – *Exploring Meinong's Jungle and Beyond*, Canberra: Australian National Unversity, 1980.

[36] **Routley, R., Meyer, R.K.** – „The semantic of entailment I", *Truth, Syntax and Modality*, ed. H. Leblánc, Amsterdam: North-Holland, pp. 199–243, 1973.

[37] **Routley, R., Meyer, R.K.** – „Dialectical logic, classical logic, and the consistency of the world", *Studies in Soviet Thought*, **16**, pp. 1–25, 1976.

[38] **Sette, A.M.** – „On the propositional calculus P_1", *Mathematica Japonicae*, **18**, pp. 173–180, 1973.

[39] **Sambarino, M.** – *Investigationes sobra la estructura aporetico-dialectica de la eticidad*, Montevideo, Universidad de la Republica, Facultad de Humanidades y Ciencias, 1959.

[40] **Villegas, A.** – *Reformismo y revolucion en el pensamiento latinoamericano*, Madrid, Siglo. XXI, 1972.

[41] **Zea, L.** – *Dialectica de la conciencia americana*, Mexico, Alianza Editorial Mexicana, 1976.



(In)consistența, contradictorialitatea și paraconsistența[1]

Walter A. CARNIELLI

1. Să nu trivializezi!

Din cauza principiului clasic al [non-]contradicției, o propoziție și negația sa nu pot fi simultan adevărate; datorită acestui fapt, nu este posibil ca o teorie care este validă sub aspect filosofic (sau logic) să includă contradicții interne. A presupune contrariul ar constitui aparent o eroare filosofică.

Newton C. A. DA COSTA, [23], pp. 6–7, 1958

În zorii secolului al XXI-lea, dezbaterile asupra statutului contradicției în logică, filosofie și matematică par încă să provoace cele mai diverse și animate sentimente. Și aceasta este o poveste veche, ale cărei prime trăsături pot fi urmărite în trecut încă de la autori precum Aristotel (pentru apărarea non-contradicției) sau Heraclit (pentru poziția opusă). Oricum ar sta lucrurile, faptul este că la începutul secolului trecut esențialmente aceeași dispută avea încă loc, de data aceasta contrapunând pe Russell lui Meinong. Și ar fi putut continua astfel secole la rând, dacă ar fi fost atinse fie și numai aspectele filosofice ale disputei. Chiar și pe un teren mai tehnic, logicieni de calibru, precum Alfred Tarski, ar specula până la urmă despre aceasta (cf. [60]):

---

[1] Acest articol reprezintă o selecție, realizată cu permisiunea lui W.A. Carnielli, din W.A. Carnielli și J. Marcos, „A Taxonomy of C-systems °• “, în W. A. Carnielli, M. E. Coniglio și I.M.L. D'Ottaviano (editori), *Paraconsistency: The Logical Way to the Inconsistent – Proceedings of WCP'2000*, Marcel Dekker, New York, 2002, W. A. Carnielli, „Possible-translations Semantics for Paraconsistent Logics“, în D. Batens, C. Mortensen, G. Priest și J.-P. van Bendegen (eds.), *Frontiers in Paraconsistent Logic*: Proceedings of the I World Congress on Paraconsistency, Ghent, 1998 și W. A. Carnielli și J. Marcos, „Limits for paraconsistent calculi“, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 40(3), 1999. **Traducere de Dumitru Gheorghiu.** (*N.T.*)

> Nu cred că atitudinea noastră față de o teorie inconsistentă s-ar schimba, chiar dacă ne-am decide dintr-un motiv sau altul să slăbim sistemul nostru de logică pentru a ne priva de posibilitatea de a deriva orice enunț din două enunțuri contradictorii. Mi se pare că motivul real al atitudinii noastre este unul diferit: noi știm (fie și numai intuitiv) că o teorie inconsistentă trebuie să conțină enunțuri false și nu suntem înclinați să considerăm ca fiind acceptabilă vreo teorie care s-a dovedit a conține astfel de enunțuri.

Împotriva unor astfel de suspiciuni, filosoful Wittgenstein, care și-a dedicat aproape jumătate din ultima parte a activității sale filosofiei matematicii, la care obișnuia să se refere ca la a sa „principală contribuție" (cf. articolului *Mathematics* din [36]), ar fi avut ceva de spus. Într-adevăr, el se simțea adesea nedumerit în legătură cu „sentimentul de respect amestecat cu teamă superstițioasă și uimire al matematicienilor în fața contradicției" (cf. [61], Ap. III–17), și își punea întrebarea: „Contradicția. De ce numai această *singură* fantomă? Aceasta este cu siguranță foarte suspect." (id., IV–56). Punctul său esențial era că „una este să folosești o tehnică matematică ce constă din evitarea contradicției și alta este să filosofezi împotriva contradicției în matematică" (id. IV–55) și că era necesar să se înlăture „ghimpele metafizic" înfipt aici (id. VII–12). Din acest punct de vedere, filosoful descrie propriul său obiectiv ca fiind tocmai acela de a schimba *atitudinea* matematicienilor față de contradicție (id. III–82).

Pasajul introductiv din da Costa [23] poate fi, de asemenea, văzut ca o critică a unei poziții cum este cea de mai sus a lui Tarski. Presupoziția de înfruntat aici este, desigur, cea a unei teorii inconsistente care conține în mod obligatoriu enunțuri false. Astfel, dacă se pot descrie modele de structuri în care unele enunțuri contradictorii (dar nu toate) sunt simultan adevărate, vom avea un argument tehnic împotriva unor astfel de suspiciuni de imposibilitate sau implauzibilitate de a menține enunțuri contradictorii înăuntrul unei teorii și de a fi totuși capabili să efectuăm inferențe rezonabile pornind de la acea teorie, *în loc* să fim capabili să deducem alte enunțuri oarecare. Este sigur că aceasta îndreptățește conferirea unei anumite respectabilități a sarcinii de a studia comportamentul teoriilor contradictorii și netriviale – sarcina *paraconsistenței*. Și *este* într-adevăr posibil să se atribuie modele pentru teorii inconsistente non-triviale, chiar dacă aceste teorii ar fi să fie considerate de către unii ca fiind problematice din punct de vedere epistemologic sau derutante din punct de vedere ontologic! Construirea de modele și înțelegerea rolului lor este cu siguranță o întreprindere matematică extraordinar de importantă. A fost nevoie de eforturi enorme din partea celor mai strălucite minți și de mai mult de douăzeci de secole pentru ca matematicienii să-și permită să considere modele în care, dată fiind o linie dreaptă D și un punct P în afara acesteia, se poate duce prin P nu doar o singură paralelă la D, ci o infinitate sau nu se poate duce nici una, ca în cazul bine cunoscut al geometriilor non-euclidiene. În cazul de față, atunci, problema nu va fi aceea de a *valida falsități*, ci aceea de a *extinde noțiunea noastră de adevăr* (o idee examinată mai mult în [12]).

În același moment decisiv, în prima jumătate a secolului trecut, au existat acești alți oameni, precum Łukasiewicz sau Vasiliev, care au propus imediat relativizări ale ideii de non-contradicție, oferind interpretări formale ale unor

sisteme formale în care această idee nu este valabilă și în care contradicțiile pot avea sens. Iar între anii '40 și '60 lumea a asistat în fine la apariția primelor sisteme efectiv operaționale de logică paraconsistentă (cf. Jaśkowski [39], Nelson [51] și da Costa [25]).

1.1. Există teorii contradictorii

Fie acestea o consecință a singurei descrieri corecte a unei lumi contradictorii (așa cum se presupune în [54], fie acestea doar o stare temporară a cunoașterii noastre sau, iarăși, rezultatul unui limbaj particular pe care l-am ales pentru a descrie lumea, efectul criteriilor observaționale incompatibile, suprapunerea concepțiilor despre lume sau numai a celor științifice, întrucât rezultă din cele mai bune teorii disponibile la un moment dat [10], contradicțiile sunt probabil inevitabile în teoriile noastre. Chiar dacă ar fi ca teoriile contradictorii să apară doar din greșeală sau printr-un comportament răsucit de tip Ianus al autorilor acestora, este greu de văzut, date fiind, de exemplu, rezultate precum teoremele de incompletitudine ale lui Gödel, cum se poate împiedica fie și numai luarea în considerare a contradicților. Așadar, ar trebui să fie clar că problema aici nu se referă la *existența* teoriilor contradictorii, ci la *ceea ce ar trebui să facem* cu acestea! Ar trebui să permitem acestor teorii să explodeze și să producă orice, ca în logica clasică, sau mai curând ar trebui să înlocuim logica subiacentă în situații (potențial) critice, pentru a putea fi totuși capabili să tragem (fie și doar provizoriu, dacă vreți) concluzii rezonabile din aceste teorii?

În acest punct este interesant să considerăm următorul *moto* formulat de Newton da Costa, unul dintre fondatorii logicii paraconsistente moderne [24]:

> Din punctul de vedere sintactico-semantic, orice teorie matematică este admisibilă, dacă nu este trivială.

Da Costa caracteriza acest *motto* drept „Principiul toleranței în matematică", prin analogie cu principiul „sintactic" propus anterior de Carnap (cf. [14], p. 52). Conform acestui principiu, linia de separație dintre sistemele care merită a fi investigate și acela care „nu au importanță" [30] și nici nu transmit informație [10] ar trebui să fie trasată în preajma non-trivialității, mai curând decât în vecinătatea non-contradictorialității. Aceasta ne va da prima cheie către paraconsistență: dacă nu există nici o contradicție prin preajmă, atunci totul este sub control, din moment ce suntem într-un mediu consistent; dar dacă sunt permise contradicțiile, scopul ar trebui să fie non-trivialitatea – dar atunci ceea ce trebuie să controlăm este caracterul *exploziv* al logicii noastre subiacente. Într-adevăr, înăuntrul unei logici consistente noi știm că o contradicție este periculoasă într-o teorie tocmai pentru că aceasta va da un temei suficient pentru ca acea teorie să explodeze, deducând orice!

Aşadar, dată fiind o logică al cărei limbaj include un simbol pentru negaţie ¬, să numim *contradictorie* o teorie din care o formulă *A* şi negaţia sa ¬*A* pot fi derivate prin intermediul logicii sale subiacente. Să numim o teorie *trivială* dacă orice formulă *B* poate fi derivată din teorie prin intermediul logicii subiacente şi să numim o teorie *explozivă* dacă adăugarea la aceasta a oricărei contradicţii *A* şi ¬*A* este suficientă pentru a o face trivială. Logica subiacentă, luată ca atare, va fi de asemenea numită *contradictorie*, *trivială* sau *explozivă* dacă, respectiv, toate teoriile despre care poate vorbi sunt contradictorii, triviale sau explozive. Desigur, orice teorie/ logică se va dovedi, de asemenea, a fi contradictorie, ori de câte ori este disponibilă o negaţie (şi orice este derivabil din aceasta, în particular toate perechile de formule de forma *A* şi ¬*A*). Înăuntrul logicii clasice şi a celei intuiţioniste, şi, în general, înăuntrul oricărei logici „consistente" (aceasta se va defini în cele ce urmează), teoriile contradictorii şi cele triviale pur şi simplu coincid, prin intermediul caracterului lor exploziv. *Logicile paraconsistente* au fost propuse pentru a fi logicile subiacente acelor teorii contradictorii care trebuie totuşi să fie menţinute non-triviale, iar ceea ce trebuie să facă aceste logici pentru a atinge acest ţel este să slăbească sau să anuleze caracterul exploziv al acestor teorii[2]. Aşadar, pe neaşteptate, paraconsistenţa vine şi furnizează o distincţie netă între noţiunile logice de contradictorialitate, explozivitate şi trivialitate.

Oricine care lucrează ca inginer al cunoaşterii, asamblând şi administrând baze de cunoştinţe, va fi perfect conştient de faptul că strângerea de date inconsistente este regula, mai curând decât excepţia. Şi încă odată, fie că, printr-un tip de cerinţă metodologică, presupui că teoriile inconsistente sunt problematice [10], fie că nu [54], aceasta nu te împiedică să presupui, de asemenea, că aceste teorii sunt îndeajuns de *informative* şi să doreşti să *raţionezi* în mod semnificativ pornind de la acestea. Să considerăm, de exemplu, această situaţie foarte simplă [19], în care, în cursul unei investigaţii, pui două persoane să răspundă la o întrebare de tip „da-nu", cum este „Dick locuieşte în Arizona?", astfel că ceea ce se va obţine va fi exact unul dintre următoarele scenarii posibile: ambii ar putea răspunde „da", ambii ar putea răspunde „nu" sau unul dintre ei ar putea răspunde „da", în timp ce celălalt răspunde „nu". Acum, se întâmplă că în nici o situaţie nu poţi fi sigur de locul în care locuieşte Dick (dacă nu cumva ai încredere într-unul dintre cei întrebaţi mai mult decât în celălalt), însă numai în ultimul scenariu, în care a apărut o inconsistenţă, *eşti sigur* că ai primit informaţie greşită de la una dintre sursele tale!

Următorul nostru argument este că şi noţiunile logice de *inconsistenţă* şi *contradictorialitate* pot şi trebuie să fie *distinse* într-un mod pur abstract. În literatură au fost deja propuse distincţii între noţiunile de teorii *paradoxale* şi teorii *antinomice* (cf., de exemplu, Arruda [3], p. 3 sau da Costa [27], p. 194), cele paradoxale fiind identificate cu acele teorii în care inconsistenţele pot să apară fără

---

[2] Oricât ar putea să pară de surprinzător, acesta ar fi fost sfatul dat de Wittgenstein asupra felului în care să procedăm în prezenţa contradicţiilor: „Contradicţia nici măcar nu falsifică orice. Să stăm puţin. Să nu mergem acolo" (cf. [8], XIV, p. 138). Pentru relaţiile şi non-relaţiile dintre Wittgenstein şi întreprinderea paraconsistentă, cititorul poate consulta, de exemplu, [45], [36] sau [47].

să conducă în mod necesar la trivializare, iar cele antinomice fiind identificate cu acele teorii în care orice contradicție care apare se dovedește a fi catastrofală, ca în cazul antinomiei lui Russell din teoria naivă a mulțimilor. Să insistăm pentru moment asupra acestei distincții și să o extindem ceva mai mult.

Orice ar putea să *însemne* o inconsistență, fie ea mai generală sau nu decât o simplă contradicție, putem fără îndoială să presupunem că o contradicție este cel puțin *un exemplu* de inconsistență, fie aceasta singura posibilă sau nu. În mod tradițional, așa cum am menționat câteva paragrafe mai sus, contradictorialitatea unei teorii/logici date era de identificat cu faptul că din aceasta se derivă cel puțin unele perechi de formule de forma A și $\neg A$, în timp ce despre inconsistență se vorbește în mod obișnuit ca despre o proprietate model-teoretică de asigurat pentru ca teoriile noastre să aibă sens și să vorbească despre „structuri efectiv existente". Desigur, în acest fel, dată fiind supoziția noastră de mai sus conform căreia contradicțiile implică inconsistențele, orice teorie/logică trivială va fi deopotrivă contradictorie și inconsistentă. Acum, dacă explozivitatea nu are loc în domeniul logicilor paraconsistente, după cum vom vedea, nu există în principiu nici un temei pentru a presupune că reciproca este, de asemenea, valabilă și că o contradicție va conduce întotdeauna la trivializare. Atunci cum să împăcăm aceste concepte? Ideea lui da Costa, atunci când propunea primele sale calcule paraconsistente [25], era aceea că noțiunea de „consistență" și „comportamentul de tip clasic" (el îl numea „comportamentul docil" – *well-behavior*) al unei formule date, ca o condiție suficientă pentru a garanta caracterul său exploziv, ar putea fi reprezentate pur și simplu printr-o altă formulă a logicii subiacente (pentru primul său calcul, C_1, el alegea să reprezinte consistența unei formule A prin formula $\neg(A \wedge \neg A)$ și se referea la această ultimă formulă – de interpretat intuitiv ca „nu este cazul că atât A, cât și $\neg A$ sunt adevărate" – ca la o realizare al „principiului non-contradicției", convenții pe care, în general, nu le vom urma – și nu vom urma, în mod necesar, nici identificarea consistenței cu „comportamentul de tip clasic"). De fapt, propunerea noastră, inspirată de ideea lui da Costa, este exact aceea de a introduce consistența ca o *noțiune primitivă* a logicilor noastre: logicile paraconsistente care internalizează noțiunea de consistență pentru a o introduce deja la nivelul obiect vor fi numite *logici ale inconsistenței formale* (**LFI**-uri). Și, dată fiind o logică consistentă **L**, se va spune că acele **LFI**-uri – care extind baza pozitivă a **L** constituie C-*sisteme bazate pe* **L**.

În ceea ce privește această poveste despre considerarea consistenței ca o noțiune primitivă, ne putem gândi imediat la statutul punctelor, liniilor și planelor în geometrie, dar cazul numerelor complexe (imaginare) pare să constituie o comparație încă mai bună, chiar dacă nu știm ce sunt acestea, și putem chiar să bănuim că nu prea are rost să insistăm asupra felului în care aceste numere pot exista în lumea „reală", cel mai important aspect este acela că este posibil să calculăm cu ele. Girolamo Cardano, primul care a avut ideea de a calcula cu astfel de numere, pare să fi văzut această chestiune foarte clar – el nu a reușit, totuși, să își dea seama de importanța acestui fapt; în 1545 el scria în a sa *Ars Magna* [52]:

> Lăsând la o parte supliciul minții și înmulțind $5+\sqrt{-15}$ cu $5-\sqrt{-15}$ obținem $25-(-15)$. Prin urmare, produsul este 40. ... și subtilitatea aritmetică merge atât de departe încât aceasta, extrema, este, după cum am spus, atât de subtilă încât este inutilă.

Descoperirea sa, conform căreia se poate opera cu un concept matematic independent de ce ar spune intuiția noastră, iar acea inutilitate (sau altceva) ar putea fi un principiu călăuzitor pentru acceptarea sau respingerea experimentării cu obiecte matematice, a contribuit definitiv la demonstrarea „Teoremei fundamentale a algebrei" de către C. F. Gauss, în 1799, înainte de care numerele complexe nu erau pe deplin acceptate.

Pentru a clarifica lucrurile, ideea din spatele internalizării consistenței în logicile noastre va fi realizată, în general, prin adăugarea unui conector monadic ce exprimă consistența (și în mod obișnuit a unui un alt conector ce exprimă inconsistența), plus următoarea supoziție importantă, conform căreia *consistența* este exact ceea ce ar putea lipsi unei teorii pentru a scăpa de trivialitate atunci când este expusă la o contradicție[3]. Recapitulând: după cum am spus mai înainte, trivialitatea implică contradictorialitatea (dacă este prezentă o negație), iar contradictorialitatea implică inconsistența (sau, mai precis, contradictorialitatea implică „non-consistența", căci se poate întâmpla ca inconsistența și consistența să nu fie exact duale în unele **LFI**-uri, dacă luăm ambele noțiuni ca primitive)[4]; acum, adăugăm la aceasta supoziția, conform căreia, contradictorialitatea *plus* consistența implică trivialitatea! În acest fel, introducem de fapt o definiție nouă a consistenței, mult mai rafinată decât cea model-teoretică obișnuită: pentru o clasă largă de logici (v. *Faptul* 2.14, (ii)) se va dovedi că noțiunea de consistență poate fi identificată cu prezența deopotrivă a trăsăturilor non-contradictorialității și explozivității. Acum, non-contradictorialitatea va fi pentru noi o condiție necesară, dar nu va mai fi și *suficientă*, pentru a demonstra consistența. În cazul logicilor explozive, desigur, conceptele de non-contradictorialitate și non-trivialitate vor coincide, astfel că non-contradictorialitatea și consistența sunt, de asemenea, de identificat. Logicile paraconsistente sunt situate exact în acea *terra incognita* care e află între logicile non-explozive și cele triviale și ele cuprind exact acele logici care sunt atât non-explozive, cât și non-triviale (exemple de astfel de logici sunt furnizate de întreaga literatură despre logicile paraconsistente)! Astfel, încă o dată, consistența separă spațiul logic dintre logicile consistente (și deci explozive și non-contradictorii) și cele inconsistente, iar acestea din urmă, la rândul lor, pot fi sau paraconsistente (și deci non-explozive și posibil chiar contradictorii), sau triviale.

---

[3] Este interesant de notat, printre altele, că această supoziție este compatibilă în mod remarcabil cu intuiția lui Jaśkowski în această chestiune. După cum spunea el: „în unele cazuri, avem de-a face cu un sistem de ipoteze care, *dacă sunt supuse unei analize prea consistente*, conduc la o contradicție internă sau la o contradicție cu o anumită lege acceptată, dar pe care le folosim într-un mod care este astfel limitat încât să nu producă o falsitate auto-evidentă" (sublinierile noastre, v. [39], p. 144). Este clar că putem da cel puțin o interpretare conform căreia Jaśkowski părea să fi fost deja îngrijorat în legătură cu efectele contradicțiilor consistente!

[4] v. studiul lui W. A. Carnielli, *Cum să îți construiești propria logică paraconsistentă: o introducere în logicile (in)consistenței formale*, tradus în volumul de față. (*N.T.*)

1.2. Paraconsistent, dar nu contradictoriu!

De fapt, este și un alt punct esențial pe care dorim să-l accentuăm aici, deoarece se pare că în jurul său s-a produs multă confuzie în mod inutil. În general, logicile paraconsistente *nu* validează contradicții și *nu* invalidează nimic precum „principiul non-contradicției" (deși sunt câteva care o fac). În realitate, cele mai multe logici paraconsistente sunt doar fragmente ale unei alte logici consistente date (cum sunt unele versiuni ale logicii clasice sau unele logici modale normale), astfel că acestea *nu pot* fi în nici un caz contradictorii! Oricum, o bună modalitate de a face întreaga chestiune mult mai puțin ambiguă (chiar dacă rămâne încă deschisă discuțiilor, dar acum la un nivel diferit) este aceea de a considera definițiile formale ale acelor așa-numite *principii* (meta)logice.

Să spunem că o logică respectă *principiul non-contradicției* (PNC), dacă este non-contradictorie, conform definițiilor noastre anterioare, adică dacă are teorii non-contradictorii, adică teorii în care nici o pereche de formule A și $\neg A$ nu poate fi inferată. Să spunem, de asemenea, că o logică respectă *principiul non-trivialității* (PNT) (o realizare a principiului toleranței al lui da Costa înăuntrul spațiului logic), dacă este non-trivială, având astfel teorii non-triviale, și să spunem că o teorie respectă *principiul exploziei* sau *principiul lui Pseudo-Scotus* (PPS), dacă este explozivă, adică dacă toate teoriile sale explodează atunci când sunt puse în contact cu o contradicție. Este clar acum că toate logicile paraconsistente, prin chiar natura acestora, trebuie să nu respecte PPS, vizând să rețină PNT, dar este de asemenea clar că aceste logici nu pot să nu respecte PNC, atâta timp cât sunt definite ca fragmente ale altor logici care respectă PPS! Într-adevăr, esența a ceea ce lasă în urmă logica paraconsistentă rezidă în a arăta că trebuie construite logici în care puterea principiului lui Pseudo-Scotus este controlată și aceasta nu are „în principiu" *nimic de a face* cu validitatea sau nevaliditatea principiului non-contradicției, așa cum îl înțelegem noi. Totuși, există câteva logici care nu sunt numai paraconsistente, dar care de fapt nu respectă PNC. Astfel de logici sunt în mod obișnuit avansate pentru a formaliza unele principii dialectice și, în mod corespunzător, sunt cunoscute ca *logici dialectice*. Oricum, fiind capabile să infereze contradicții, astfel de logici dialectice nu pot fi fragmente ale vreunei logici consistente, iar pentru a evita trivializarea, ele trebuie, de asemenea, să presupună, de pildă, eșecul *substituției uniforme*, cel puțin atunci când aceasta este aplicată unor formule specifice, cum sunt contradicțiile pe care aceste logici le pot infera (altminteri orice altă contradicție, și astfel orice altă formulă, ar fi inferabilă). În literatură au fost totuși considerate versiuni mult mai slabe ale PNC, cum este, de exemplu, următoarea, care provine din abordările semantice ale chestiunii: se spune că o logică respectă *principiul non-contradicției, forma a doua*, PNC2, dacă are modele non-triviale pentru perechi de formule contradictorii. Dar în acest caz, desigur, orice model pentru falsificarea PPS, adică orice model pentru o logică paraconsistentă, va satisface, de asemenea, PNC2 și reciproc, în așa fel încât nu numai că PNC2 nu ar fi necesar ca un nou principiu, dar nu ar mai fi nici un principiu care să se adreseze în mod specific existenței logicilor dialectice. Păcat! Și, desigur, există o *mare* diferență între a avea modele pentru o anumită

contradicție și a valida o pereche contradictorie de formule prin *toate* modelele unei logici date – aceasta duce în cele din urmă la aceeași diferență care există în logica clasică între formulele contingente, pe de o parte, și cele (tautologice sau) contradictorii, pe de altă parte ...

Secțiunea următoare prezintă în detaliu interrelațiile dintre toate aceste principii, formulate la un nivel pur logic, precum și bazele abstracte ale logicii paraconsistente, cu scopul de a clarifica distincțiile dintre noțiunile logice de inconsistență, contradictorialitate și paraconsistență. Ultima secțiune prezintă dimensiunea semantică a sistemelor paraconsistente prin intermediul *semanticilor traducerilor-posibile*, conform cărora unele logici complexe pot fi înțelese în termenii *combinării* unor logici mai simple.

2. Trandafirul, oricum i-ai spune, tot așa-și împarte mireasma dulce[5]

Logica este locul de întâlnire ales al oamenilor cu capul limpede, fiecare dintre ei convins de completa acceptabilitate a doctrinei sale. Este atât de regretabil că aceștia nu se pot înțelege între ei.

A. N. WHITEHEAD, „Harvard: The Future", *Atlantic Monthly*, 158, p.263.

Mulți logicieni vor fi de acord că noțiunea fundamentală din spatele logicii este noțiunea de „derivare", sau poate că ar trebui să spunem mai curând noțiunea de „consecință". Din această cauză, în patrimoniul nostru comun este de găsit noțiunea tarskiană de *relație de consecință*. Ca de obicei, dată fiind o mulțime *For* de formule, spunem că $\Vdash \subseteq \wp(For) \times For$ definește o relație de consecință pe *For* dacă au loc următoarele clauze pentru oricare formule A și B și submulțimi Γ și Δ ale *For* (ca de obicei, formulele și virgulele aflate la stânga semnului $\Vdash$ denotă mulțimi și reuniuni de mulțimi de formule):

(Con1) $A \in \Gamma \Rightarrow \Gamma \Vdash A$ (reflexivitate)

(Con2) $(\Delta \Vdash A \text{ și } \Delta \subseteq \Gamma) \Rightarrow \Gamma \Vdash A$ (monotonicitate)

(Con3) $(\Delta \Vdash A \text{ și } \Gamma, A \Vdash B) \Rightarrow \Delta, \Gamma \Vdash B$ (tranzitivitate)

Ca atare, o logică **L** va fi definită aici pur și simplu ca o structură de forma $<For, \Vdash>$, conținând o mulțime de formule și o relație de consecință definită pe această mulțime. În acest punct nu avem nevoie să presupunem că mulțimea *For* este

[5] Shakespeare, *Romeo și Julieta*, II, 2. Traducere de Virgil Teodorescu. (*N.T.*)

înzestrată cu orice altă structură suplimentară, cum este cea algebrică obişnuită, dar vom presupune prin aceasta, pentru comoditate, că *For* este construită pe un limbaj numărabil, având $\neg$ ca simbol pentru negație (primitiv sau definit) şi vom mai presupune cu privire la conectori că sunt operatori constructivi pe mulțimea de formule. Orice mulțime $\Gamma \subseteq For$ este numită o *teorie* a **L**. Se spune că o teorie Γ este *proprie* dacă $\Gamma \neq For$ şi că o teorie Γ este *închisă* dacă conține toate consecințele sale, *i.e.* dacă are loc reciproca lui (**Con1**): $\Gamma \vDash A \Rightarrow A \in \Gamma$. Ori de câte ori, într-o logică dată, avem $\Gamma \vDash A$ pentru o teorie dată Γ şi o formulă A, vom spune că A este *inferată* din Γ (în acea logică); dacă pentru orice Γ avem $\Gamma \vDash A$, adică dacă A este inferată din orice teorie dată, vom spune că A este o *teză* (a acelei logici).

Nu toate logicile cunoscute respectă toate clauzele de mai sus sau numai pe acestea. De exemplu, acele logici în care (**Con2**) este sau eliminată, sau substituită cu o formă de „monotonicitate prudentă" sunt numite *non-monotonice*, iar logicile ale căror relații de consecință sunt închise sub substituție sunt numite *structurale*. Dacă nu se enunță explicit contrariul, vom lucra de acum înainte cu o logică fixată oarecare $\mathbf{L} = \langle For, \vDash\rangle$ şi cu o teorie fixată oarecare Γ a lui **L**. Despre proprietățile (**Con1**) – (**Con3**) se va presupune că au loc fără restricții şi acestea vor fi folosite din când în când în demonstrații. Unele consecințe interesante şi imediate ale (**Con1**) – (**Con3**) de care ne vom folosi sunt următoarele:

Faptul 2.1. Următoarele proprietăți au loc pentru orice logică, oricare teorii date Γ şi Δ şi oricare formule A şi B:

(i) $\Gamma, \Delta \nVdash A \Rightarrow \Gamma \nVdash A$;

(ii) $(\Gamma \Vdash A$ şi $A \Vdash B) \Rightarrow \Gamma \Vdash B$;

(iii) $(\Gamma \Vdash A$ şi $\Gamma, A \Vdash B) \Rightarrow \Gamma \Vdash B$.

Demonstrație: (i) decurge din (**Con2**); (ii) şi (iii) decurg din (**Con3**).

Date fiind două logici $\mathbf{L1} = \langle For_1, \Vdash_1\rangle$ şi $\mathbf{L2} = \langle For_2, \Vdash_2\rangle$, vom spune că **L1** este o *extensie lingvistică* a **L2** dacă For_2 este o mulțime proprie a For_1 şi vom spune că **L1** este o *extensie deductivă* a **L2** dacă $\Vdash_2$ este o mulțime proprie a $\Vdash_1$. În fine, dacă **L1** este deopotrivă o extensie lingvistică şi deductivă a **L2** şi dacă restrângerea relației de consecință $\Vdash_1$ a **L1** la mulțimea For_2 o va face identică cu $\Vdash_2$ (adică dacă $For_2 \subset For_1$ şi pentru orice $\Gamma \cup \{A\} \subseteq For_2$ avem $\Gamma \Vdash_1 A \Leftrightarrow \Gamma \Vdash_2 A$), atunci vom spune că **L1** este o *extensie conservatoare* a **L2**. În oricare dintre cazurile de mai sus, putem spune mai general că **L1** este o *extensie* a **L2** sau că **L2** este un *fragment* al **L1**. Doar ca o notă orientativă pentru cititor, totuşi, putem remarca faptul că, în mod obişnuit, dar nu obligatoriu, extensiile lingvistice sunt şi extensii deductive, dar, pe de altă parte, în domeniul logicilor non-clasice sunt destul de uşor de găsit fragmente

deductive care nu sunt fragmente lingvistice (aşa cum logica intuiţionistă este un fragment deductiv al logicii clasice). Cele mai multe logici paraconsistente din literatură sunt, de asemenea, fragmente deductive ale logicii clasice, dar cele la care vom face referire aici, C-sistemele, sunt, în general, fragmente deductive doar ale unei extensii conservatoare a logicii clasice – prin adăugarea unor conectori (explicit definibili) care exprimă consistenţa/inconsistenţa. Despre un caz particular al acestora, **dC**-sistemele, se poate arăta, totuşi, că sunt caracterizabile ca fragmente deductive ale dragei logici clasice, fără extensiile menţionate.

Fie Γ o teorie a **L**. Spunem că Γ este *contradictorie relativ la* ¬ sau pur şi simplu *contradictorie*, dacă pentru o formulă A avem $\Gamma \Vdash A$ şi $\Gamma \Vdash \neg A$. Cu un abuz de notare, dar (cu toată speranţa) fără nici un risc de interpretare greşită, vom scrie acest gen de enunţuri de acum înainte în următoarea manieră:

$$\exists A\, (\Gamma \Vdash A \text{ şi } \Gamma \Vdash \neg A). \qquad \text{(D1)}$$

Pentru orice astfel de formulă A putem spune, de asemenea, că Γ este *A-contradictorie* sau pur şi simplu că A este *contradictorie* pentru o astfel de teorie Γ (şi o astfel de logică subiacentă **L**). Rezultă că:

Faptul 2.2. Pentru o teorie dată Γ:

(i) Dacă $\{A, \neg A\} \subseteq \Gamma$, atunci Γ este A-contradictorie;

(ii) Dacă Γ este atât contradictorie, cât şi închisă, atunci $\{A, \neg A\} \subseteq \Gamma$.

Demonstraţie: Partea (i) decurge din (**Con1**), partea (ii) decurge din chiar definiţia unei teorii închise.

Se spune că o teorie este *trivială* dacă:

$$\forall B\, (\Gamma \Vdash B) \qquad \text{(D2)}$$

Ca atare, o teorie trivială nu poate face nici o diferenţă între formulele unei logici – toate acestea putând fi inferate din teorie. Desigur, folosind (**Con1**), putem observa că teoria non-proprie *For* este trivială. Putem să conchidem imediat şi că:

Faptul 2.3. Contradictorialitatea este o condiţie necesară pentru trivialitate într-o teorie dată. (D2) ⇒ (D1)

Se spune că o teorie Γ este *explozivă* dacă:

$$\forall A\, \forall B\, (\Gamma, A, \neg A \Vdash B)$$

Astfel, o teorie este numită *explozivă* dacă trivializează atunci când este expusă la o pereche de formule contradictorii. Evident:

Faptul 2.4

(i) Dacă o teorie este trivială, atunci este explozivă;

(ii) Dacă o teorie este contradictorie şi explozivă, atunci este trivială.

(D2) ⇒ (D3); (D1) şi (D3) ⇒ (D2)

Demonstrație: Se foloseşte (**Con2**) în prima parte şi Faptul 2.1 (iii) în partea a doua.

2.1. O chestiune de principii

Să ne amintim că a vorbi despre o logică înseamnă a vorbi despre comportamentul inferențial al unei mulțimi de teorii. În consecință, folosind definițiile de mai sus, vom spune că o logică dată **L** este *contradictorie* dacă toate teoriile sale sunt contradictorii. (D4)

În aproape acelaşi spirit, vom spune că **L** este *trivială* sau *explozivă* dacă, respectiv, toate teoriile sale sunt triviale sau explozive.

Teoria vidă poate fi privită aici ca jucând un rol important, dezvăluind unele proprietăți intrinseci ale unei logici date, în pofida comportamentului oricăreia dintre teoriile sale specifice non-vide (numite şi *axiome non-logice*). Într-adevăr:

Faptul 2.5. O logică monotonică **L** este contradictorie/ trivială/ explozivă dacă şi numai dacă teoria sa vidă este contradictorie/ trivială/ explozivă.

Putem acum să considerăm câte o definiție formală pentru unele dintre aşa-numitele *principii logice* (relativizate pentru o logică dată **L**), şi anume:

Principiul non-contradicției (PNC)

L trebuie să fie non-contradictorie: $\exists\Gamma\forall A\ (\Gamma \nVdash A$ sau $\Gamma \nVdash \neg A)$.

Principiul non-trivialității (PNT)

L trebuie să fie non-trivială: $\exists\Gamma\ \forall B\ (\Gamma \nVdash B)$.

Principiul exploziei sau **Principiul lui Pseudo-Scotus**[6] (PPS)

L trebuie să fie explozivă: $\forall\Gamma\ \forall A\ \forall B\ (\Gamma, A, \neg A \Vdash B)$.

Acest ultim principiu este adesea menționat și ca *ex contradictione sequitur quodlibet*. Cititorul își va da imediat seama că aceste principii sunt întrucâtva interrelaționate:

Faptul 2.6

(i) O logică explozivă este contradictorie dacă și numai dacă este trivială;

(ii) O logică trivială este deopotrivă contradictorie și explozivă;

(iii) O logică în care principiul exploziei are loc este o logică trivială dacă și numai dacă principiul non-contradicției nu are loc.

(D6)⇒[(D4)⇔(D5)]; (D5)⇒[(D4) și (D6)]; (PPS)⇒[non-(PNT)⇔non-(PNC)]

Demonstrație: Considerați doar Faptul 2.4 și definițiile de mai sus.

O logică trivială, i.e. o logică în care PNT nu are loc, nu poate fi foarte interesantă, deoarece într-o astfel de logică orice poate fi inferat din orice și, ca atare, orice capacitate intenționată de a modela raționarea „semnificativă" s-ar prăbuși. Desigur, PPS ar fi încă valabil într-o astfel de logică, la fel ca și orice altă propoziție cuantificată universal care se referă la comportamentul relației sale de consecință, dar de data aceasta numai pentru că propozițiile de acest fel ar fi de nefalsificat! Se poate înțelege imediat, atunci, că trivialitatea ar putea fi privită ca fiind cel mai cumplit coșmar al matematicianului. Într-adevăr, PNT constituia ceea ce Hilbert numea „principiul consistenței (sau al compatibilității)", a cărui demonstrație era construită astfel încât să facă față întreprinderii sale metamatematice. Perfect conștient de faptul anterior și lucrând în mediul unei logici explozive, cum este cea clasică, Hilbert transpunea „problema consistenței" (adică problema non-trivialității) în problema de a demonstra că nu există contradicții între axiomele aritmeticii și consecințele acestora (aceasta era Cea de a Doua Problemă a lui Hilbert, cf. [38]. Printre altele, această situație l-a condus în cele din urmă pe Hilbert la formularea unui criteriu curios, conform căruia non-contradictorialitatea unui obiect este o condiție necesară și suficientă

[6] Acest principiu a fost făcut evident printr-o reeditare a colecției de comentarii asupra lucrării *Analitica Prima* a lui Aristotel, mult timp atribuită greșit lui Johannes Duns Scotus (1266–1308) în cea de-a douăsprezecea carte din *Opera Omnia*, 1639 (retipărită, în 1968). Cea mai plauzibilă ipoteză curentă asupra paternității acestor cărți le atribuie lui John of Cornwall, în jurul lui 1350. Pentru mai multe detalii istorice privind această lucrare, v. [11].

pentru însăşi *existenţa* sa[7]. Probabil că el nu ar fi propus niciodată un astfel de criteriu, dacă ar fi considerat fie şi numai existenţa logicilor non-explozive, cu sau fără PNC, logici în care teoriile contradictorii nu conduc în mod necesar la trivializare! Căutarea unor astfel de logici a dat naştere mult mai târziu „întreprinderii paraconsistente"[8].

Desigur, în logica clasică toate cele trei principii de mai sus sunt valabile şi s-ar putea specula în mod naiv pornind de la aceea că, într-un anumit sens, sunt toate „echivalente". Într-adevăr, aceste principii au fost din când în când confundate în literatură şi, la rândul său, fiecare principiu a fost identificat cu „principiul non-contradicţiei" (iar acestea nu epuizează toate formulările acestui ultim principiu care au fost propuse ocazional). După cum vom vedea, apariţia logicii paraconsistente serveşte la a arăta că această echivalenţă este departe de a fi necesară, pentru o logică oarecare **L**.

2.2. Situaţia paraconsistenţei

Cu câteva decenii în urmă, S. Jaśkowski [39] şi Newton C. A. da Costa [25], fondatorii logicii paraconsistente propuneau independent studiul logicilor care ar putea cuprinde teorii contradictorii, dar non-triviale. Corespunzător, o *logică paraconsistentă* (denumire care ar fi fost introdusă abia în anii '70 de Miró Quesada) ar fi definită iniţial ca o logică astfel încât:

$$\exists\Gamma\ \exists A\ \exists B\ (\Gamma \Vdash A \text{ şi } \Gamma \Vdash \neg A \text{ şi } \Gamma \nVdash B) \qquad \text{(PL1)}$$

Atenţie: Această definiţie *nu* spune că PNC nu are loc într-o astfel de logică, deoarece nu spune că *toate* teoriile unei logici paraconsistente sunt contradictorii, ci doar că *unele* dintre acestea ar trebui să fie contradictorii şi totuşi

---

[7] Girolamo Saccheri (1667–1733) a pregătit cu mult înainte calea către non-contradictorialitatea mulţimii, în loc de intuitivitate, ca un criteriu suficient, altul decât unul necesar, pentru legitimitatea unei teorii matematice (cf. [2]). Aşa-numitul *criteriu al lui Hilbert pentru existenţa în matematică* pare astfel să constituie un pas în plus în ducerea acestei metode la ultimele sale consecinţe.

[8] Presupunând intuitiv (cf. [23], p. 7) că o contradicţie ar putea fi acceptată în mod nedureros într-o teorie dată numai dacă această teorie ar fi să nu fie trivializată prin aceasta, chiar cu câţiva ani înainte de propunerea efectivă a sistemelor sale paraconsistente, da Costa era în cele din urmă condus să lege de PNT problema metamatematică despre utilitatea unui sistem formal. În acel punct, da Costa urma chiar să sugereze că ar trebui schimbat criteriul lui Hilbert despre existenţa în matematică şi că *existenţa* în matematică ar trebui să fie echivalată cu non-trivialitatea, mai curând decât cu non-contradictorialitatea (cf. [24], p. 18). Pentru a fi mai precişi asupra acestui punct, da Costa a recuperat, de fapt, *motto*-ul lui Quine ([56], capitolul I): „a fi înseamnă a fi valoarea unei variabile" – din care rezultă că angajamentul ontologic al teoriilor noastre trebuie să fie comensurat prin domeniul variabilelor acestora – şi apoi a propus următoarea modificare a acestui *motto*: „a fi înseamnă a fi valoarea unei variabile într-un limbaj dat al unei logici date" (cf. [28] şi artico‍l „Paraconsistency" din [13]). Aceasta urma să deschidă calea apariţiei diferitelor ontologii bazat‍e pe diferite tipuri de logică, analog cu ceea ce s-a întâmplat în secolul al XIX-lea cu apariţia difer‍itelor geometrii bazate pe diferite mulţimi de axiome.

non-triviale. Ca o consecință, urmând definițiile noastre de mai sus, noțiunea de logică paraconsistentă nu are, în principiu, nimic de a face cu respingerea principiului non-contradicției, așa cum se susține în mod obișnuit! Pe de altă parte, această noțiune are cu siguranță ceva de a face cu respingerea explozivității. Întradevăr, să considerăm următoarea definiție alternativă a unei logici paraconsistente, ca o logică în care PPS nu are loc:

$$\exists\Gamma\, \exists A\, \exists B\, (\Gamma, A, \neg A \nVdash B). \qquad \text{(PL2)}$$

Acum, se poate verifica ușor că:

Faptul 2.7. (PL1) și (PL2) sunt moduri echivalente de definire a logicii paraconsistente, dacă relația sa de consecință este reflexivă și tranzitivă.

[(**Con1**) și (**Con3**)] $\Rightarrow$ [(PL1) $\Leftrightarrow$ (PL2)]

Demonstrație: Pentru a arăta că (PL1) implică (PL2) se folosește (**Con3**) sau direct Faptul 2.1; pentru a arăta reciproca se folosește (**Con1**).

Să spunem că două formule *A* și *B* sunt *echivalente* dacă fiecare dintre acestea poate fi inferată din cealaltă, respectiv:

$$(A \Vdash B) \text{ și } (B \Vdash A) \qquad \text{(Eq1)}$$

Într-o manieră similară, să spunem că două mulțimi de formule Γ și Δ sunt *echivalente* dacă:

$$\forall A \in \Delta\, (\Gamma \Vdash A) \text{ și } \forall B \in \Gamma\, (\Delta \Vdash B) \qquad \text{(Eq2)}$$

Vom denota alternativ aceste fapte scriind: $A \dashv\Vdash B$ și $\Gamma \dashv\Vdash \Delta$.

O trăsătură esențială a unei logici paraconsistente este aceea că nu privește toate contradicțiile în aceeași lumină – fiecare dintre acestea este o chestiune diferită. Într-adevăr:

Faptul 2.8. Dată fiind orice logică paraconsistentă tranzitivă oarecare, nu se poate ca toate contradicțiile sale să fie echivalente.

Demonstrație: Dacă, pentru două formule *A* și *B* oarecare, avem $\{A, \neg A\} \dashv\Vdash \{B, \neg B\}$, atunci, prin tranzitivitate și definiția (Eq2), orice teorie *A*-contradictorie ar fi și o teorie *B*-contradictorie. Dar dacă dintr-o teorie se poate infera orice pereche de formule contradictorii, atunci, în particular, din acea teorie se poate infera orice formulă dată și astfel teoria este trivială.

Încă o dată, cititorul trebuie să rețină că existența unei logici paraconsistente **L** presupune doar existența *unor* teorii non-explozive în **L**; aceasta nu înseamnă că *toate* teoriile lui **L** trebuie să fie non-explozive – și cum ar putea fi toate astfel? (să ne amintim Faptul 2.4(i)). În plus, din nou conform definițiilor propuse de noi, cititorul poate observa că marea majoritate a logicilor paraconsistente aflate în literatură sunt non-contradictorii (i.e. „consistente", urmând conotația model-teoretică obișnuită a cuvântului)[9]. În particular, aceste logici au în mod obișnuit teorii vide non-contradictorii, ceea ce, dintr-un punct de vedere al teoriei demonstrației, înseamnă că ele nu aduc nici o contradicție încorporată în axiomele lor și că regulile lor de deducție nu generează contradicții din aceste axiome. Chiar și așa, datorită caracterului lor paraconsistent, aceste logici pot fi folosite în continuare ca logici subiacente pentru a extrage o formă de raționare semnificativă din unele teorii care sunt contradictorii, dar care, totuși, trebuie să fie menținute non-triviale. După cum cititorul va înțelege mai jos, acest fenomen nu este un miracol și cu siguranță nu este o scamatorie, ci este obținut prin constrângeri adecvate impuse puterii explozivității, PPS. Astfel, cele mai multe logici paraconsistente sunt, într-un anumit sens, „mai conservatoare" decât logica clasică, și anume în sensul că ele extrag mai puține consecințe decât ar extrage logica clasică dintr-o teorie clasică dată sau cel mult aceeași mulțime de consecințe, dar niciodată mai multe[10]. Aceste logici nu validează nici o formă bizară de raționare și nu extrag nici o consecință contradictorie în cazurile în care din punct de vedere clasic nu există astfel de consecințe. Este totuși posibil să se construiască logici care nu respectă nici PPS *și nici* PNC și despre care se poate astfel spune, într-un anumit sens, că sunt „extrem" de non-clasice, odată ce aceste logici *au* teze care nu sunt teze clasice. Aceste logici vor constitui un caz particular de logici paraconsistente, care sunt, în general, numite *logici dialectice* sau *logici ale obiectelor imposibile*, iar unele mostre ale acestora pot fi găsite, de exemplu, în [31], [50], [51] și [57]. Nu avem în vedere astfel de logici în capitolul de față.

În cele ce urmează, vom folosi indistinct fiecare dintre definițiile de mai sus ale logicii paraconsistente.

2.3. Situația trivializării

Dată fiind (PL1), știm că orice logică paraconsistentă trebuie să aibă teorii contradictorii non-triviale, iar din (PL2), știm că acestea trebuie să fie non-explozive. Evident, nu toate teoriile unei logici date pot fi astfel: știm deja că orice teorie trivială este deopotrivă contradictorie și explozivă, iar orice logică are

[9] Ceea ce este valabil despre toate logicile paraconsistente studiate în W. A. Carnielli J. Marcos, „A Taxonomy of C-systems °•", articol din care s-a realizat, în principal, selecția de ' (*N.T.*)

[10] v. nota 9. (*N.T.*)

teorii triviale (să considerăm, de exemplu, teoria non-proprie *For*, i.e. întreaga mulțime de formule). Cu toate acestea, este posibil și, de fapt, foarte interesant să explorăm mai departe acest teritoriu al nimănui, care se află între non-explozivitatea evidentă și explozivitatea deschisă, dacă se consideră unele logici paraconsistente care au unele teorii explozive proprii adecvate. Aceasta este ceea ce vom face în următoarele subsecțiuni.

Se spune că o logică **L** este *finit trivializabilă*, atunci când are teorii triviale finite. (D7)

Evident:

Faptul 2.9. Dacă o logică este explozivă, atunci este finit trivializabilă.

(D6) ⇒ (D7)

Demonstrație: Toate teoriile unei logici explozive sunt explozive, în particular teoria vidă. Astfel, pentru orice A, teoria finită $\{A, \neg A\}$ este trivială.

Acest fapt nu are loc pentru logicile non-explozive. De altfel, vom prezenta în cele ce urmează câteva logici paraconsistente care *nu* sunt finit trivializabile, deși, în general, astfel de logici nu ne vor preocupa în articolul de față, din motive care vor deveni în curând clare. Mai întâi, să enunțăm și să studiem încă o serie de definiții simple.

O logică **L** are o *particulă minimală* dacă există o formulă C în **L** care poate, prin ea însăși, să trivializeze logica, adică:

$$\exists C\, \forall \Gamma\, \forall B\, (\Gamma, C \Vdash B) \qquad \text{(D8)}$$

Vom denota orice astfel de particulă fixată, atunci când există, prin $\bot$. Evident, nici o logică monotonică și tranzitivă oarecare nu poate avea o particulă minimală drept o teză, sub amenințarea transformării acestei logici într-o logică trivială – în care, desigur, toate formulele se dovedesc a fi particule minimale.

Aici este instructiv să amintim o altă formulare a PPS care apare uneori în literatură:

Principiul „*ex falso sequitur quodlibet*" (ExF)

L trebuie să aibă o particulă minimală.

Acum, dacă am izbutit să izolăm logicile care nu respectă PPS, dar respectă totuși (ExF), vom arăta că *ex contradictione* (*sequitur quodlibet*) nu trebuie să fie identificat cu *ex falso* (*sequitur quodlibet*), așa cum se susține aproape în mod obișnuit[11].

---

[11] Și totuși această separare între aceste două principii poate să fie găsită încă în opera lui Pseudo-Scotus (v. [11], cap. V, secțiunea 2.3).

Spunem că o logică **L** are o *particulă maximală* dacă există o formulă C, în **L** care este o consecință a oricăreia dintre teoriile sale, oricum ar sta lucrurile, adică:

$$\exists C \forall \Gamma (\Gamma \Vdash C) \quad \text{(D9)}$$

Vom denota orice astfel de particulă fixată, atunci când există, prin $\top$. Evident, dată fiind o logică monotonică, oricare dintre tezele sale vor constitui o astfel de particulă maximală (iar logicile fără nici o teză, cum este logica trivalentă a lui Kleene, nu vor avea nici o astfel de particulă). De asemenea, date fiind tranzitivitatea și monotonicitatea, este ușor de văzut că adăugarea unei particule maximale la o teorie dată este destul de inofensivă, căci în acest caz $(\Gamma, \top \Vdash B)$ dacă și numai dacă $(\Gamma \Vdash B)$.

Fie **L** o logică, fie σ: *For* $\rightarrow$ *For* o aplicație (dacă *For* apare a fi înzestrată cu o structură suplimentară, vom cere ca σ să fie un endomorfism) și fie această aplicație în așa fel încât $\sigma(A)$ să denote o formulă care *depinde numai de A*. Prin aceasta vom înțelege că $\sigma(A)$ este o formulă construită folosind numai pe A și unele simboluri pur logice (cum sunt conectorii, cuantorii, constantele). În termeni mai generali, dată fiind orice secvență de formule $A_1, A_2, \ldots, A_n$, vom denota prin $\sigma(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ o formulă care depinde doar de formulele din secvență. Similar, vom denota prin $\Gamma(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ o mulțime de formule în care fiecare formulă depinde doar de secvența $A_1, A_2, \ldots, A_n$. În unele situații va fi de ajutor să presupunem că această σ este o *schemă*, adică să presupunem că, date fiind oricare două secvențe $A_1, A_2, \ldots, A_n$ și $B_1, B_2, \ldots, B_n$, trebuie ca $\sigma(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ să fie făcut identic cu $\sigma(B_1, B_2, \ldots, B_n)$ dacă schimbăm doar pe fiecare A_i cu B_i în $\sigma(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ (într-un anumit sens, aceasta înseamnă că toate aceste σ-formule au în comun o *formă logică* încorporată). În mod obișnuit, atunci când spunem că avem o formulă sau o mulțime de formule care depind doar de o anumită secvență de formule, presupunem în plus că această dependență este schematică, dar această supoziție nu va fi, în general, strict necesară pentru scopurile noastre.

Spunem că o logică **L** are o *negație tare* (sau *suplimentată*) dacă există o schemă $\sigma(A)$, depinzând numai de A, care nu constă, în general, dintr-o particulă minimală și care nu poate fi adăugată nici unei teorii din care se poate infera A fără să producă trivializarea acelei teorii, adică:

(a) $\exists A$ astfel încât $\sigma(A)$ nu este o particulă minimală și

(b) $\forall A \, \forall \Gamma \, \forall B \, [\Gamma, A, \sigma(A) \Vdash B]$ (D10)

Vom denota negația tare a unei formule A, dacă există, prin $\sim A$.

Asemănător cu definiția contradictorialității relativ la $\neg$, am putea defini acum o teorie Γ ca fiind *contradictorie relativ la* $\sim$ dacă este astfel încât:

$$\exists A (\Gamma \Vdash A \text{ și } \Gamma \Vdash \sim A). \quad \text{(D11)}$$

Corespunzător, se spune că o logică L este *contradictorie relativ la* ~ dacă toate teoriile sale sunt contradictorii relativ la ~. (D12)

Desigur, aici putem introduce încă o altă versiune a PPS:

Principiul suplimentat al exploziei (sPPS)

L trebuie să aibă o negație tare[12].

Unele consecințe imediate ale ultimei definiții sunt:

Faptul 2.10

(i) Dacă o logică are sau o particulă minimală, sau o negație tare, atunci acea logică este finit trivializabilă;

(ii) Dacă o logică non-trivială are o particulă minimală, atunci acea logică admite o negație tare;

(iii) Dacă o logică este explozivă și non-trivială, atunci este suplimentat explozivă.

[(D8) sau (D10)] ⇒ (D7); [non-(D5) și (D8)] ⇒ (D10);
[(PNT) și (ExF)] ⇒ (sPPS); [(PPS) și (PNT)] ⇒ (sPPS)

Demonstrație: (i) este evidentă. Pentru a demonstra (ii), definim negația tare $\sim A$ a unei formule A, stipulând că, oricare ar fi teoriile Γ și Δ, avem (a) (Γ, $\Delta \Vdash \sim A$), ddacă ($\Gamma, \Delta, A \Vdash \bot$), și (b) ($\Gamma, \Delta, \sim A \Vdash \bot$), ddacă ($\Gamma, \Delta \Vdash A$). Prin (Con1) avem ($\Gamma, \sim A \Vdash \sim A$), și astfel partea (a) ne va da ($\Gamma, \sim A, A \Vdash \bot$), luând $\Delta = \{\sim A\}$. Dar $\bot \Vdash B$ pentru orice formulă B, din moment ce $\bot$ este o particulă minimală. Astfel, prin Faptul 2.1(ii), conchidem că ($\Gamma, A, \sim A \Vdash B$) pentru orice B. Acum, pentru a verifica faptul că o astfel de negație tare, definită în acest fel, nu poate fi întotdeauna o particulă minimală, să notăm că partea (b) ne dă $\Vdash A$, ddacă $\sim A \Vdash \bot$, luând atât pe Γ, cât și pe Δ ca fiind vide. Astfel, dacă $\sim A$ ar fi o particulă minimală, ar avea loc $\sim A \Vdash \bot$ și deci orice A ar fi o teză a acestei logici, ceea ce nu are loc, din moment ce am presupus că logica respectivă este non-trivială. Pentru a verifica (iii), să notăm doar că o logică explozivă non-trivială apare ca fiind deja înzestrată cu o negație tare încorporată, care coincide cu propria sa negație primitivă.

[12] O negație tare *nu* trebuie să fie confundată cu o negație „clasică"!

Faptul 2.11. Fie **L** o logică cu o negație tare ~.

(i) Orice teorie care este contradictorie relativ la ~ este explozivă

(ii) O logică este contradictorie relativ la ~, dacă și numai dacă este trivială.

(D11) ⇒ (D3); (D12) ⇔ (D5)

Se spune că o logică este *adjunctivă-la-stânga* dacă, oricare ar fi două formule A și B, există o schemă $\sigma(A, B)$, depinzând doar de A și B, cu următorul comportament:

(a) $\exists A\, \exists B$ astfel încât $\sigma(A, B)$ nu este o particulă minimală și

(D13)

(b) $\forall A\, \forall B\, \forall \Gamma\, \forall D\, [\Gamma, A, B \Vdash D \Rightarrow \Gamma, \sigma(A, B) \Vdash D]$.

O astfel de formulă, atunci când există, va fi denotată prin $(A \wedge B)$, iar semnul $\wedge$ va fi numit o *conjuncție adjunctivă-la-stânga* (dar, desigur, nu va avea în mod necesar toate proprietățile unei conjuncții clasice). Similar, se spune că o logică **L** este *disadjunctivă-la-stânga* dacă există o schemă $\sigma(A, B)$, depinzând doar de A și B, astfel că (D13) este cumva inversată, adică:

(a) $\exists A\, \exists B$ astfel încât $\sigma(A, B)$ nu este o particulă maximală și

(D14)

(b) $\forall A\, \forall B\, \forall \Gamma\, \forall D\, [\Gamma, \sigma(A, B) \Vdash D \Rightarrow \Gamma, A, B \Vdash D]$.

În general, atunci când nu există nici un risc de neînțelegere, am putea denota această formulă, atunci când există, tot prin $(A \wedge B)$ și, în mod corespunzător, vom numi pe $\wedge$ o *conjuncție disadjunctivă-la-stânga*. Acum, trebuie să se realizeze faptul că, în principiu, o logică poate avea doar una dintre aceste conjuncții sau poate avea atât o conjuncție adjunctivă-la-stânga, cât și o conjuncție disadjunctivă-la-stânga fără ca acestea să coincidă.

Pentru a ne convinge ne naturalețea acestor definiții și a comentariilor pe care le-am făcut despre ele, invităm cititorul să considere următoarele două proprietăți mai „concrete" ale conjuncției:

(a) $\exists A\, \exists B$ astfel încât $A \wedge B$ nu este o particulă minimală și

(pC1)

(b) $\forall \Gamma\, \forall A\, \forall B\, [\Gamma, A \wedge B \Vdash A$ și $\Gamma, A \wedge B \Vdash B]$.

(a) $\exists A\, \exists B$ astfel încât $A \wedge B$ nu este o particulă maximală și

(pC2)

(b) $\forall \Gamma\, \forall A\, \forall B\, (\Gamma, A, B \Vdash A \wedge B)$.

Acum, este uşor de văzut că:

Faptul 2.12. Fie **L** o logică ce îndeplineşte (**Con1**)–(**Con3**).

(i) O conjuncţie în **L** este adjunctivă-la-stânga ddacă respectă (pC1);

(ii) O conjuncţie în **L** este disadjunctivă-la-stânga ddacă respectă (pC2).

[(**Con1**)–(**Con2**)] ⇒ {[(D13) ⇔ (pC1)] şi [(D14) ⇔ (pC2)]}

Demonstraţie: Pentru a demonstra că o conjuncţie adjunctivă-la-stânga respectă (pC1) şi că o conjuncţie disadjunctivă-la-stânga respectă (pC2) se foloseşte (**Con1**) şi (**Con2**). Pentru reciproce se foloseşte (**Con3**).

Cititorul ar putea fi interesat să observe că o conjuncţie care este atât adjunctivă-la-stânga, cât şi disadjunctivă-la-stânga este numită uneori, în domeniul logicii relevante, o conjuncţie *intensională*, precum şi că în domeniul logicii lineare, despre o astfel de conjuncţie se spune că este *multiplicativă* (de asemenea, în [6], aceasta este ceea ce autorul numeşte o conjuncţie *internă*).

Putem acum să verificăm că:

Faptul 2.13. Fie **L** o logică adjunctivă-la-stânga.

(i) Dacă **L** este sau finit trivializabilă, sau are o negaţie tare, atunci **L** are o particulă minimală;

(ii) Dacă **L** este finit trivializabilă, atunci va fi suplimentat explozivă;

(iii) Dacă **L** respectă *ex contradictione*, atunci va respecta *ex falso*.

(D13) ⇒ {[(D7) sau (D10)] ⇒ (D8)};

[(D13) şi (D7)] ⇒ (sPPS); (D13) ⇒ [(PPS) ⇒ (ExF)]

Demonstraţie: Pentru a demonstra (i), să observăm că dacă **L** are o teorie trivială finită Γ, se poate defini o particulă minimală pe baza conjuncţiei tuturor formulelor din Γ; în cazul în care **L** are o negaţie tare, orice formulă de forma $(A \wedge {\sim}A)$, pentru o formulă A din **L**, va fi suficientă. Părţile (ii) şi (iii) rezultă imediat.

Să considerăm acum *logica discursivă* propusă de Jaśkowski în [39], **D2**, care este în aşa fel încât $\Gamma \vDash_{\mathbf{D2}} A$ ddacă $\Diamond \Gamma \vDash_{S5} \Diamond A$, unde $\Diamond\Gamma = \{\Diamond B$: pentru orice $B \in \Gamma\}$, $\Diamond$ denotă operatorul posibilităţii, iar $\vDash_{S5}$ denotă relaţia de consecinţă definită de binecunoscuta logică modală *S*5. Este uşor de văzut că în **D2** $(A, \neg A \vDash_{\mathbf{D2}} B)$ *nu* are

loc în general, deşi $(A \wedge \neg A) \vDash_{D2} B$ *are loc* pentru două formule oarecare A şi B. Acest fenomen se poate întâmpla doar pentru că în **D2** are loc (pC1), însă nu are loc (pC2) şi astfel conjuncția sa este adjunctivă-la-stânga, dar nu disadjunctivă-la-stânga, în timp ce $(A \wedge \neg A)$ defineşte o particulă minimală. Aşadar, faptul de mai sus are încă loc pentru **D2**, iar această logică reprezintă un exemplu imediat al unei logici care respectă (ExF), dar nu PPS.

2.4. Teritorii imense ale spațiului logic

Şi iată! Dacă acum cititorul află fie şi numai că toate proprietățile menționate în ultima subsecțiune *sunt* compatibile cu definiția unei logici paraconsistente, este sigur că el dobândeşte o viziune mai largă a peisajului paraconsistent. Într-adevăr, logicile non-explozive generale, adică logicile în care nu toate teoriile sunt explozive, pot susține realmente sau existența teoriilor finit trivializabile, sau pe cea a particulelor minimale! (O hartă provizorie a acestui minunat teritoriu nou poate fi găsită în figura 2.1). Logicile care sunt paraconsistente dar care, totuşi, au unele teorii explozive speciale, cum este cea pe care tocmai am menționat-o, vor constitui punctul central al atenției noastre de acum înainte, căci, aşa cum vom argumenta, aceste logici ne permit să explorăm unele domenii în care nu am fi pătruns în absența acestor teorii. După cum vom vedea, acum pot fi studiate unele concepte noi – acesta este cazul noțiunii de *consistență* (şi duala sa, noțiunea de *inconsistență*).

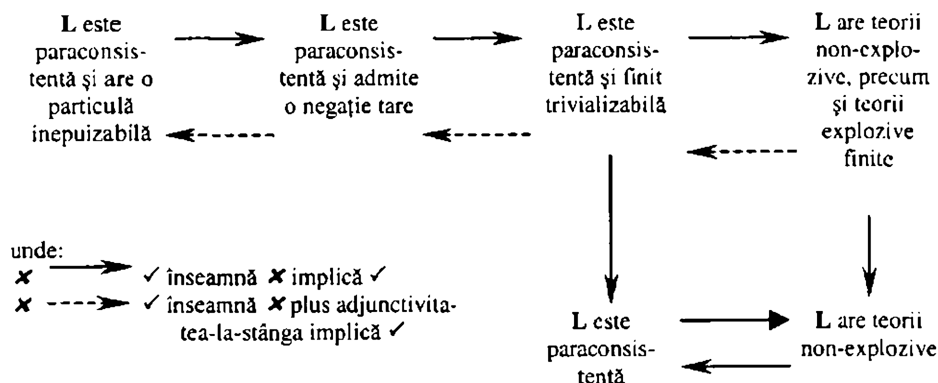


Fig. 2.1.

Să considerăm, de exemplu, logica *Pac*, dată de următoarele matrice:

$\wedge$	1	1/2	0
1	1	1/2	0
1/2	1/2	1/2	0
0	0	0	0

$\vee$	1	1/2	0
1	1	1	1
1/2	1	1/2	1/2
0	1	1/2	0

$\rightarrow$	1	1/2	0
1	1	1/2	0
1/2	1	1/2	0
0	1	1	1

	$\neg$
1	0
1/2	1/2
0	1

în care atât 1, cât și 1/2 sunt valori caracteristice. Acesta este numele sub care această logică a apărut în Avron [5] (secțiunea 3.2.2), deși a apărut anterior, de exemplu, în Avron [4], sub numele $RM_3^{\supset}$ și chiar mai înainte, în Batens [8], sub numele PI^s. Este ușor de văzut că într-o astfel de logică, pentru nici o formulă A nu poate fi cazul că $A, \neg A \vDash_{Pac} B$, pentru orice B. Deci *Pac* este o logică non-explozivă și astfel paraconsistentă. Conjuncția, disjuncția și implicația din *Pac* sunt conectori cât se poate de clasici: de fapt, întreaga logică pozitivă clasică este validată de matricele sale. Negația din *Pac*, însă, este într-un anume sens puternic non-clasică în mediul său înconjurător, iar consecința imediată a acestui fapt este că *Pac* nu are nici o teorie explozivă cum sunt cele menționate mai sus. Dacă o astfel de logică trivalentă ar defini o negație având toate proprietățile negației clasice, atunci tabelul următor prezintă felul în care ar arăta aceasta:

	~
1	0
1/2	0
0	1

Este foarte ușor de văzut că o astfel de negație (de fapt o negație tare cu toate proprietățile negației clasice) *nu* este definibilă în *Pac*, deoarece orice funcție de adevăr a acestei logici care are doar valori 1/2 ca *input* va avea, de asemenea, 1/2 ca *output*. Ca o consecință, *Pac* nu va respecta *ex falso*, neavând nici o particulă minimală (fiind astfel incapabilă să exprime consistența formulelor sale, așa cum vom argumenta la sfârșitul acestei secțiuni) și, odată ce este, evident, și o logică-adjunctivă-la-stânga, nu va fi nici măcar finit trivializabilă. Atunci, o astfel de logică poate fi criticată pentru că furnizează o interpretare foarte slabă pentru negație, odată ce în această logică toate contradicțiile sunt admisibile. Acest fapt are unele consecințe ciudate și este cu siguranță o cale mult prea ușoară pentru a obține o logică paraconsistentă (acest fapt este și punctul central al criticii lui Batens a logicii **LP** a lui Priest[13], [9]): dacă unele contradicții vă fac necazuri, atunci presupuneți doar că nici o contradicție nu poate vreodată să vă deterioreze logica! Din punctul de vedere pe care îl susținem aici, a propune o logică în care nici o singură contradicție nu poate vreodată să aibă un efect nociv asupra teoriilor

[13] Printre altele, Logica **LP** a lui Priest nu este altceva decât fragmentul fără implicație al *Pac* (cf. [54]).

subiacente acesteia este o poziție cu totul extremistă și ne poate duce prea departe de orice formă clasică de raționare[14].

Acum, dacă se suplimentează limbajul *Pac* sau cu o negație tare, sau cu o constantă *falsum* (o particulă minimală), cu interpretarea canonică, ceea ce va rezulta este o binecunoscută extindere conservatoare a acestei logici, numită J_3, care este încă paraconsistentă, dar are toate acele teorii explozive speciale neglijate de *Pac*. Această logică J_3 a fost introdusă pentru prima dată de D'Ottaviano și da Costa, în 1970 (cf. [34]) ca o „soluție posibilă la problema lui Jaśkowski", după care a reapărut destul de des în literatură. Prima prezentare a lui J_3 nu a adus negația tare ~ ca un conector primitiv, dar a prezentat în schimb un „conector de posibilitate" ∇ (tabelul următor):

	∇	∘
1	1	1
1/2	1	0
0	0	1

Această logică a fost prezentată din nou în [35], dar de data aceasta având și un fel de „conector de consistență" ∘ ca primitiv (tabelul de mai sus), iar în [20] am explorat mai detaliat capacitățile expresive și inferențiale ale acestei logici, precum și posibilitatea de a o aplica la studiul bazelor de date inconsistente, renunțând la ~ și ∇, dar menținând pe „∘" ca primitiv. Drept rezultat, am argumentat că această logică (redenumită acum **LFI1**, una dintre principalele noastre „logici ale inconsistenței formale") s-a dovedit a fi perfect adecvată, între alte opțiuni, pentru sarcina formalizării noțiunii de (in)consistență în mod puternic și semnificativ. Dar despre acest subiect vom avea mult mai multe de spus în continuare.

Acum, cititorul și-ar putea pune, desigur, întrebarea: dacă paraconsistența este despre non-explozivitate, de unde atât interes în a avea aceste teorii explozive speciale? Din aceea că interesul nostru se află mult dincolo de simplul control al capacității explozive a contradicției – dorim să păstrăm raționarea clasică, fie și numai sub o interpretare adecvată a unui fragment al logicilor noastre paraconsistente și, de asemenea, dorim să folosim aceste logici paraconsistente nu

---

[14] Acest fapt constituie realmente nucleul unei îndelungate controverse între H. Jeffreys și K. Popper. Primul autor argumenta în 1938 că despre o contradicție nu trebuie să se presupună în mod rațional că implică orice altceva, la care cel de-al doilea autor replica în 1940, spunând că orice contradicție este fatală și ar trebui evitată cu orice preț, pentru a preveni ca știința să se prăbușească. În 1942, Jeffreys repeta cu îndreptățire că el nu a sugerat că *toate* contradicțiile ar trebui să fie tolerate, ci cel puțin *unele*. Popper răspundea succesiv la această idee în 1943, 1959 și 1963, spunând că el însuși a meditat la un sistem în care propozițiile contradictorii nu sunt „cuprinzătoare", adică nu explodează, dar a abandonat acest sistem, deoarece s-a dovedit a fi prea slab (lipsindu-i, de exemplu, *modus ponens*) și de aici a conchis grăbit că nici un astfel de sistem util nu va putea fi vreodată realizat.(v. mai multe detalii și referințe despre această dispută în [11], cap. VI).

numai pentru a raţiona în condiţii care nu presupun consistenţa, dar dorim să putem prinde chiar noţiunea de consistenţă înăuntrul logicilor noastre! Din acest punct de vedere, logicile paraconsistente care ne vor interesa sunt exact cele care ne permit să formalizăm şi să obţinem un bun control asupra fenomenului complex al *inconsistenţei*, ca opus celui simplu al banalei *contradictorialităţi*.

Orice ar putea să însemne inconsistenţa, conform analizei noastre anterioare, am putea presupune fără ezitare că o teorie trivială este nu numai contradictorie, ci şi inconsistentă. Şi totuşi, o contradicţie este cu siguranţă una dintre multele măşti ale inconsistenţei! Ca atare, se poate presupune despre *consistenţă* că este exact ceea ce i-ar putea lipsi unei contradicţii pentru a deveni explozivă – dacă nu era explozivă de la bun început. În linii mari vorbind, suntem pe cale să presupunem că o „contradicţie consistentă" este probabil să explodeze, chiar dacă aceasta nu se întâmplă cu o contradicţie „obişnuită". În logici cum este cea clasică, consistenţa este bine stabilită şi, într-adevăr, toate teoriile sunt explozive; prin urmare, în orice teorie clasică dată, o contradicţie se dovedeşte a fi nu numai condiţie necesară, ci şi una suficientă pentru trivialitate.

Pe baza consideraţiilor de mai sus, să presupunem că o propoziţie *poate* să fie contradictorie şi totuşi să nu provoace multe daune într-o logică paraconsistentă, numai dacă consistenţa sa nu este asigurată sau nu poate fi stabilită. Astfel, se va permite ca o contradicţie „inconsistentă" să apară fără mare zarvă, cu toate că o contradicţie „consistentă" s-ar comporta clasic şi ar exploda! Iată cum vom pune aceasta în termeni formali. Fie aici $\Delta(A)$ o mulţime (posibil vidă) de scheme care depind doar de A. Vom numi o teorie Γ *uşor explozivă* dacă:

(a) $\exists A$ astfel încât $\Delta(A) \cup \{A\}$ nu este trivială, $\Delta(A) \cup \{\neg A\}$ nu este trivială şi

(D15)

(b) $\forall A\ \forall B\ [\Gamma, \Delta(A), A, \neg A \Vdash B]$.

Se va spune că teoria uşor explozivă Γ este finită atunci când $\Delta(A)$ este o mulţime finită, astfel că o teorie uşor explozivă finită va fi pur şi simplu o teorie care este finit trivializată într-un mod foarte specific. (D16)

Corespunzător, se va spune că o logică **L** este [*finit*] *uşor explozivă* atunci când toate teoriile sale sunt [finit] uşor explozive. [(D17)] (D18)

Ca atare, în orice astfel de logică uşor explozivă, dată fiind o teorie contradictorie, există întotdeauna ceva „rezonabil" – şi anume consistenţa – care se poate adăuga pentru a asigura că va deveni trivială. Putem acum să considerăm următoarea versiune uşoară a principiului exploziei:

Principiul [finit] ușor al exploziei [(fgPPS)] (gPPS)[15]

L trebuie să fie [finit]ușor explozivă.

Ca atare, conform interpretării propuse mai sus, ceea ce presupunem implicit în principiile deja expuse este că, pentru orice formulă dată A, mulțimea [finită] $\Delta(A)$ va exprima, într-un anumit sens, *consistența* lui A relativ la logica **L**.

Pe această bază, putem defini consistența unei logici în felul următor. Se va spune că **L** este consistentă dacă:

(a) **L** este ușor explozivă și (b) $\forall A \forall \Gamma\ (\forall B \in \Delta(A))(\Gamma \Vdash B)$. (D19)

Din aceste definiții și din cele precedente rezultă imediat că:

Faptul 2.14

(i) Orice teorie/logică explozivă non-trivială este finit ușor explozivă;

(ii) Orice logică tranzitivă este consistentă dacă și numai dacă este atât explozivă, cât și non-trivială;

(iii) Orice logică consistentă tranzitivă este finit ușor explozivă;

(iv) Orice logică finit ușor explozivă adjunctivă-la-stânga este suplimentat explozivă.

[non-(D2) și (D3)] ⇒ (D16); [(PNT) și (PPS)] ⇒ (fgPPS);
(Con3) ⇒ [(D19) ⇔ [(D6) și non-(D5)];
[(Con3) și (D19)] ⇒ (D17);
[(D13) și (fgPPS)] ⇒ (sPPS)

Demonstrație: Pentru a verifica (i), se consideră că $\Delta(A)$ este vidă pentru orice formulă A. Evident, acest rezultat este analog cu Faptul 2.10 (iii) despre logicile explozive suplimentate. Pentru a vedea în (ii) că orice logică consistentă dată este explozivă, folosiți tranzitivitatea ori de câte ori întâlniți o Δ non-vidă. Partea a (iii)-a rezultă din (i) și (ii), iar partea a (iv)-a reflectă pur și simplu Faptul 2.13(ii).

Ca atare, pe baza definiției de mai sus a unei logici consistente și a faptului ulterior, dacă ar fi să definim un așa-numit *principiul consistenței*, acesta ar coincide pur și simplu cu suma lui PNT cu PPS, pentru logicile care se supun tranzitivității. Prin urmare, nu vom insista în a formula explicit aici un astfel de principiu.

---

[15] Ca și până acum, păstrăm în continuare abrevierile autorului după denumirile din limba engleză ale sistemelor logice, precum și ale principiilor, regulilor și axiomelor. Aici, „f" stă pentru *finite*, iar „g" pentru *gentle*. (*N.T.*)

În fine, putem acum să definim ceea ce vom înțelege printr-o *logică a inconsistenței formale* (**LFI**), care nu va fi nimic mai mult decât o logică ce ne permite să „vorbim despre consistență“ într-un mod semnificativ. Desigur, vom considera o logică *inconsistentă* ca fiind pur și simplu o logică ce nu este consistentă. Această supoziție, împreună cu Faptul 2.14 (ii), explică de ce logicile paraconsistente au fost numite de da Costa „sisteme formale inconsistente“, odată ce toate logicile paraconsistente sunt cu siguranță inconsistente în sensul de a nu respecta (D19), chiar dacă acestea sunt întotdeauna non-triviale și sunt adesea și non-contradictorii. Acele logici inconsistente care au mers până acolo încât să fie triviale, și astfel ne mai fiind deloc paraconsistente, au fost numite de Miró Quesada logici *absolut inconsistente* (cf. [49]). Acum, o **LFI** va fi orice logică non-trivială în care consistența nu are loc, dar poate totuși să fie exprimată, fiind astfel o logică ușor explozivă și totuși non-explozivă, adică o logică în care:

(a) (PPS) nu are loc, dar (b) (gPPS) are loc. (D20)

Logica clasică, atunci, nu va fi o **LFI** exact pentru că în această logică are loc PPS. De asemenea, *Pac* nu va fi o **LFI**, chiar dacă este paraconsistentă, căci *Pac* nu este finit trivializabilă. Dar logica $\mathbf{J_3}$ a lui D'Ottaviano & da Costa (și, în consecință, **LFI1**), care extinde conservator *Pac*, va fi *realmente* o **LFI**, în care consistența este exprimată de conectorul „°“ (v. mai sus), iar inconsistența, ca de obicei, este exprimată de negația acestui conector. De asemenea, logica **D2** a lui Jaśkowski va constitui o **LFI**, după cum cititorul poate verifica cu ușurință, în care consistența unei formule *A* poate fi exprimată de formula ($\Box A \vee \Box\neg A$), scrisă în termenii operatorului necesității „□“ al S5[16].

Aici vom fi interesați „doar“ de **LFI**-uri, deși aceste logici par să cuprindă de departe *marea majoritate* a tuturor logicilor paraconsistente cunoscute.

2.5. Un pas mai puțin decât trivializarea

Distincția dintre formularea inițială a explozivității, formularea sa în termenii lui *ex falso* și formulările sale suplimentată și ușoară oferite mai sus nu îți spun tot ce trebuie să știi despre modurile de a exploda. „Într-adevăr, mai multe-s pe tărâmul explozivității, dragă cititorule, decât închipuie filosofia ta!“[17]. Astfel, de exemplu, un scenariu nu foarte interesant pare să se desfășoare în cazul în care

[16] Aici este nevoie de o precizare. În diferitele formulări în care **D2** a apărut în literatură, nu este complet clar dacă limbajul său are un operator necesitate disponibil pentru a face posibilă această definiție sau nu are un astfel de operator. Dacă nu este disponibil, s-ar putea foarte bine ca **D2** să nu fie caracterizabilă drept o **LFI** (cu toate că ar apărea foarte natural o situație pentru un operator al necesității, pentru toate scopurile practice, în cazul trivial în care există doar o singură persoană care „discută“ sau chiar și mai puțin probabil, o situație în care toți interlocutorii cad de acord).

[17] Parafrază după Shakespeare: „Mai multe-s pe pământ și-n cer, Horațiu, decât închipuie filosofia ta!“, *Hamlet*, I, 5. Traducere de Leon Levițchi și Dan Duțescu. (*N.T.*)

contradicțiile sunt împiedicate de la a face trivială o teorie dată, dar li se permite totuși să meargă până la jumătatea drumului și să provoace un fel de „trivializare parțială". Așadar, se va spune că o teorie Γ este *parțial trivială relativ la* o schemă dată $\sigma(C_1, \ldots, C_n)$ sau *σ-parțial trivială* dacă:

(a) $\exists C_1 \ldots \exists C_n$ astfel încât $\sigma(C_1, \ldots, C_n)$ nu este o particulă maximală și

(D21)

(b) $\forall C_1 \ldots \forall C_n\, [\Gamma \Vdash \sigma(C_1, \ldots, C_n)]$.

Urmând aceeași cale, se va spune că o teorie Γ este *parțial explozivă relativ la* o schemă dată $\sigma(C_1, \ldots, C_n)$ sau *σ-parțial explozivă* dacă:

(a) $\exists C_1 \ldots \exists C_n$ astfel încât $\sigma(C_1, \ldots, C_n)$ nu este o particulă maximală și

(D22)

(b) $\forall C_1 \ldots \forall C_n \forall A\, [\Gamma, A, \neg A \Vdash \sigma(C_1, \ldots, C_n)]$.

Desigur, se va spune că o logică **L** este σ-parțial trivială/ σ-parțial explozivă dacă toate teoriile sale sunt σ-parțial triviale/ σ-parțial explozive.

respectiv (D23), (D24)

Mai simplu, se poate spune acum că o teorie sau o logică este *parțial trivială/parțial explozivă*, dacă această teorie sau logică este σ-parțial trivială/ σ-parțial explozivă pentru o schemă σ. Deci, putem acum să formulăm versiunea nouă a principiului exploziei:

Principiul exploziei parțiale (pPPS)

L trebuie să fie parțial explozivă

Se poate conchide imediat că:

Faptul 2.15

(i) Orice teorie/logică parțial trivială este parțial explozivă;

(ii) Orice logică explozivă este parțial explozivă.

(D21) ⇒ (D22); (D23) ⇒ (D24); (PPS) ⇒ (pPPS)

Un exemplu bine cunoscut al unei logici care nu este explozivă, dar, chiar și așa, este parțial explozivă este dat de Logica Intuiționistă Minimală (**MIL**), a lui Kolmogorov & Johánson, obținută prin adăugarea unor forme de *reductio ad absurdum* la partea pozitivă a logicii intuiționiste (cf. [40] și [42]). Această logică exprimă că nu este cazul că $\forall \Gamma\ \forall A\ \forall B\ (\Gamma, A, \neg A \Vdash B)$, dar *este* încă valabil că

$\forall\Gamma\ \forall A\ \forall B\ (\Gamma, A, \neg A \Vdash \neg B)$. Aceasta înseamnă că **MIL** este paraconsistentă într-un sens larg, căci contradicţiile nu explodează, dar toate propoziţiile *negate* pot fi încă inferate din orice contradicţie dată!

Este ceva în genul unui consens că o logică paraconsistentă interesantă ar trebui să evite nu numai trivialitatea, ci şi trivialitatea parţială. Astfel, următoarea definiţie vine la timp. Se va spune că o logică **L** este *abrupt paraconsistentă* (*boldly paraconsistent*) dacă:

(pPPS) nu are loc pentru **L**. (BPL)

Evident:

Faptul 2.16. O logică abrupt paraconsistentă este paraconsistentă.

(BPL) ⇒ (PL2)

Să considerăm acum o abordare oarecum inversă. Să numim o teorie Γ *controlabil explozivă în contact cu* o schemă dată $\sigma(C_1, \ldots, C_n)$ dacă:

(a) $\exists C_1 \ldots \exists C_n$ astfel încât $\sigma(C_1, \ldots, C_n)$ şi $\neg\sigma(C_1, \ldots, C_n)$ nu sunt particule minimale şi

(D25)

(b) $\forall C_1 \ldots \forall C_n \forall B\ [\Gamma, \sigma(C_1, \ldots, C_n), \neg\sigma(C_1, \ldots, C_n) \Vdash B]$.

Corespunzător, se va spune că o logică **L** este *controlabil explozivă în contact cu* o schemă dată $\sigma(C_1, \ldots, C_n)$ dacă toate teoriile sale sunt controlabil explozive în contact cu această schemă. (D26)

O teorie/ logică dată poate acum să fie numită mai simplu *controlabil explozivă*, dacă această teorie/logică are o schemă în contact cu care este controlabil explozivă. Atunci, o versiune nouă a principiului exploziei care se impune de la sine este:

Principiul controlabil al exploziei (cPPS)

L trebuie să fie controlabil explozivă.

Similar cu cazul faptului 2.14, părţile (i) şi (iii), aici rezultă că:

Faptul 2.17

(i) Orice teorie/logică non-trivială explozivă este controlabil explozivă;

(ii) Orice logică tranzitivă consistentă este controlabil explozivă.

[non-(D2) şi (D3)] ⇒ (D25)

[(PNT) şi (PPS)] ⇒ (cPPS); [(**Con3**) şi (D19) ⇒ (D26)

Printre altele, putem acum să amendăm Faptul 2.9 astfel încât să conchidem imediat că:

Faptul 2.18. Orice logică finit-ușor/ controlabil explozivă este finit trivializabilă și totuși non-trivială.

[(D17) sau (D26)] $\Rightarrow$ [(D7) și non-(D5)

Acum, se pare că nu există temeiuri bune pentru a exclude teoriile controlabil explozive, așa cum am făcut în cazul teoriilor parțial explozive prin intermediul definiției abrupte a paraconsistenței, BPL. De fapt, se pare că cele mai multe, dacă nu toate logicile finit ușor explozive *sunt* controlabil explozive și reciproc! Sunt multe exemple de logici paraconsistente – într-adevăr, de **LFI**-uri – care nu numai că sunt evident ușor explozive, dar sunt și controlabil explozive în contact cu scheme cum este $(A \wedge \neg A)$ sau cum este $\circ A$, unde, să ne amintim, $\circ$ este un conector ce exprimă consistența (logica **D2** a lui Jaśkowski, de exemplu, poate fi deja una dintre aceste logici, dar logica **LFI1**, pe de altă parte, explodează doar în contact cu cea de a doua dintre aceste scheme). Există chiar logici care explodează controlabil în contact cu clase largi de propoziții non-atomice (v. [48], și mai înainte, pentru un număr dintre acestea). Un caz extrem de astfel de logică este dat de logica trivalentă $\mathbf{P}^1$ a lui Sette (cf. [58]), care explodează controlabil în contact cu *orice* formulă complexă și despre care, așadar, se poate spune că se comportă paraconsistent doar la nivelul atomilor săi. De asemenea, nu este neobișnuit pentru unele logici paraconsistente **L** care au o negație tare $\div$ să fie controlabil explozive. De fapt, este suficient ca o astfel de logică să fie tranzitivă și să infere $\neg \div A \Vdash A$ și, desigur, se va dovedi a fi controlabil explozivă în contact cu $\div A$ sau cel puți în contact cu $\div\div A$. Multe **LFI**-uri vor fi, în plus, controlabil explozive în contact cu orice formulă consistentă ș.a.m.d.

Se poate obține o gamă de variații ale versiunilor de mai sus ale principiului exploziei fie și numai prin combinarea celor pe care le avem deja. Oricum, nu vom investiga această temă mai departe, ci vom observa doar că relațiile multiple, sugerate mai sus, dintre (sPPS), (gPPS) și (cPPS) și formele de explozie suplimentată, ușoară și controlabilă merită cu siguranță o examinare mai atentă din partea „comunității paraconsistente" și a simpatizanților săi.

2.6. C-sisteme

Dată fiind o logică $\mathbf{L} = \langle For, \Vdash\rangle$, să denotăm prin $For^+ \subseteq For$ mulțimea tuturor *formulelor pozitive* ale lui **L**, adică fragmentul *fără negație* al *For* sau, încă altfel spus, mulțimea tuturor formulelor în care nu apare nici un simbol al negației $\neg$. Se spune că logica $\mathbf{L1} = \langle For_1, \Vdash_1\rangle$ este *pozitiv conservatoare relativ la* logica $\mathbf{L2} = \langle For_2, \Vdash_2\rangle$ dacă:

(a) $For_1^+ = For_2^+$ şi

(b) $(\Gamma \Vdash_1 A \Leftrightarrow \Gamma \Vdash_2 A)$ pentru orice $\Gamma \cup \{A\} \subseteq For_1^+$. (D27)

Aşadar, dacă **L1** este pozitiv conservatoare relativ la **L2**, atunci aceasta va fi, în general, o extensie conservatoare a fragmentului pozitiv al **L2**. Acum, ca un exemplu al ubicuităţii **LFI**-urilor în domeniul logicilor paraconsistente, să observăm doar că:

Faptul 2.19. Orice logică paraconsistentă care este pozitiv conservatoare relativ la logica clasică şi are o particulă minimală poate fi caracterizată drept o **LFI**.

Demonstrație: Se defineşte $\circ A$ ca $(A \to \bot) \vee (\neg A \to \bot)$ şi se verifică faptul că, în general, $\circ A$ nu este o particulă maximală, $\{\circ A, A\}$ nu este întotdeauna trivială şi $\{\circ A, \neg A\}$ nu este întotdeauna trivială, dar că, în orice caz, $\{\circ A, A, \neg A\}$ este într-adevăr o teorie trivială. Acest rezultat are loc realmente pentru orice logică ce are o disjuncţie *adjunctivă-la-stânga*, adică un conector binar $\vee$, astfel încât, pentru unele formule B şi C, $(B \vee C)$ nu este o particulă minimală şi astfel $\forall A\ \forall C\ \forall \Gamma\ \forall \Delta\ \forall D\ \{[(\Gamma, B \Vdash D)$ şi $(\Delta, C \Vdash D)] \Rightarrow [\Gamma, \Delta, (B \vee C) \Vdash D]\}$ şi are *modus ponens*: $\forall \Gamma\ \forall A\ \forall B\ [\Gamma, A, (A \to B) \Vdash B]$. Trebuie doar să luaţi $\Gamma = \{A\}$, $B = (A \to \bot)$, $\Delta = \{\neg A\}$ şi $C = (\neg A \to \bot)$ şi să observaţi că în acest caz au loc atât $(\Gamma, B \Vdash \bot)$, cât şi $(\Delta, C \Vdash \bot)$, prin *modus ponens*.

Acest ultim rezultat arată că orice logică paraconsistentă care extinde conservator logica clasică pozitivă şi respectă unul sau altul dintre principiile *ex falso* sau al exploziei suplimentate va fi şi finit uşor explozivă, aruncând lumină asupra unor legături nebănuite până acum dintre (ExF), (sPPS) şi (fgPPS) şi, în consecinţă, orice astfel de logică poate fi lesne refăcută ca o **LFI** (v. fig. 2.1). Prin urmare, pentru toate logicile de acest fel, aceasta echivalează întrucâtva cu a avea acelaşi punct de plecare, sau cu un operator al consistenţei, sau cu o negaţie tare, sau cu o particulă minimală: se poate folosi oricare dintre acestea pentru a le defini pe celelalte. Aceasta nu înseamnă, totuşi, că „numai" astfel de logici sunt **LFI**-uri.

Pentru a restrânge puţin această foarte largă definiţie a **LFI**-urilor, vom defini acum conceptul de **C**-sistem. Despre o logică **L1** se va spune că este un **C**-*sistem bazat pe* **L2** dacă:

(a) **L1** este o **LFI** în care consistenţa sau inconsistenţa sunt exprimate prin operatori (la nivelul limbajului obiect),

(b) **L2** nu este paraconsistentă şi (D28)

(c) **L1** este pozitiv conservatoare relativ la **L2**.

Orice logică ce este construită ca un C-sistem bazat pe o altă logică va fi mai general identificată pur și simplu ca un C-*sistem*.

Așa cum am văzut deja în subsecțiunile de mai sus, logica **D2** a lui Jaśkowski *este* o **LFI** și *poate* defini un operator care să exprime consistența – cel puțin în anumite prezentări (v. nota 16). Dar pentru ca această logică să fie caracterizată drept un C-sistem ar trebui încă să fie clarificat pe ce logică se bazează, adică de unde provine partea sa pozitivă caracteristică! Aceeași problemă apare în raport cu toate celelalte logici care sunt adjunctive-la-stânga, dar nu disadjunctive-la-stânga, ca și în raport cu multe logici relevante.

3. *In translatio veritas*

Chiar dacă „este" și „nu este" au reguli și temei,
Iar „sus" și „jos" din logică le iei,
Din tot ce mi-a păsat să știu cândva,
Doar vinul cred că merită să-l bei.

Omar KHAYYAM[18]

3.1. Semanticile traducerilor-posibile: introducere și motivare

Sarcina de a găsi semantici intuitiv acceptabile pentru logicile non-clasice este, în general, dificilă, Doar în foarte puține cazuri a fost posibil să se găsească o semantică atât de elegantă cum este cea introdusă de S. Kripke pentru logica modală. Întrucât în logica actuală sistemele non-clasice au devenit regula, mai curând decât excepția, problema obținerii unor semantici formale pentru astfel de sisteme se impune cu o necesitate specială.

Analiza formală a informației este un domeniu în care sistemele logice non-clasice își găsesc aplicații importante. Logicile non-standard au jucat un rol din ce în ce mai important în modelarea limbajelor imprecise în bazele de date [55]; și în sistemele informaționale care implică o cunoaștere incompletă sau inconsistentă ([21]). În particular, sistemele paraconsistente par a fi cu deosebire adecvate pentru manipularea informației și raționării inconsistente [41]. Cu toate acestea, cazul logicilor paraconsistente ilustrează dificultatea de a furniza o semantică naturală pentru sistemele non-clasice. Semanticile tradiționale ale evaluărilor, propuse în [29] pentru ierarhia C_n (cf. [26]), deși satisfăcătoare din punct de vedere pur formal, nu au conținuturi intuitive și operaționale și sunt greu de aplicat. În particular, o problemă mai veche este aceea de a da o semantică de tip Kripke

[18] Întrucât traducerea în limba română a acestui „robai" lipsește din ediția lui Otto Stark (1974), am întreprins o traducere consultând diverse variante transpuse în limba engleză. (*N.T.*)

pentru logicile paraconsistente sau a arăta că această întreprindere este imposibilă. Această problemă a fost abordată în [7] și a fost rezolvată afirmativ pentru cazul particular al calculului C_ω. Dar problema rămâne încă deschisă pentru ierarhia C_n (în care C_ω este o limită inferioară).

Ca un pas către soluționarea acestei probleme, am propus [16] o semantică pentru logica paraconsistentă care are drept punct de plecare semanticile pentru logicile polivalente și nu folosește evaluări. În primul rând, arătăm că între logicile non-clasice, logicile polivalente finite dispun de interpretări semantice care sunt atât intuitiv acceptabile, cât și ușor de manipulat formal. Oricum, se poate arăta că sistemele logice paraconsistente din ierarhia C_n nu au semantici finit-valente. Cu toate acestea, am prezentat primele idei despre modul în care calculul C_1 poate fi înțeles în termeni de logici trivalente cu ajutorul conceptului de *semantici ale traducerilor-posibile* (cf. [16], în care acest concept era menționat ca *semantici non-deterministe*).

Ideea din spatele semanticilor traducerilor posibile este aceea de a combina două sau mai multe modele semantice de bază (de același tip de asemănare) pentru a construi o interpretare semantică nouă care depinde de cele de bază într-un anumit mod non-determinist. Semanticile traducerilor-posibile pot fi văzute, de asemenea, ca generalizări ale structurilor Kripke în care pot fi considerate lumi de *naturi complet diferite* și în care se poate *localiza* realizabilitatea într-o lume dată.

Într-un anumit sens, ideea de a combina logici (sau semantici) distincte poate fi găsită încă în Łukasiewicz ([44], p. 367), unde un tip de înmulțire între matrice bivalente furnizează o matrice cvadrivalentă adecvată pentru tratarea de către Łukasiewicz a logicii modale. Oricum, această metodă, spre deosebire de cea prezentată aici, furnizează întotdeauna matrice finit-valente. Este, de asemenea, adevărat că în logica sa discursivă (cf. [33]), Jaśkowski susținea aparent ideea conform căreia contradicțiile pot să apară în interacțiunile raționale cu cel puțin doi participanți, dar această idee nu este reflectată în semantica formală asociată cu opera sa.

Vom prezenta aici intuițiile centrale, reformulând și extinzând rezultatele din [16] într-un cadru nou (restrâns la calculul propozițional), care dovedesc că se poate da o nouă semantică pentru calculele paraconsistente C_n prin intermediul paradigmei semanticilor traducerilor-posibile bazate pe o anumită logică trivalentă ce conține doi operatori negație.

3.2. Semantici trivalente ale traducerilor-posibile pentru logica paraconsistentă

Nucleul fiecărui calcul C_n, $1 \leq n < \omega$, include calculul pozitiv intuiționist (**Int**$^+$), care poate fi axiomatizat cu ajutorul următoarelor scheme:

(1) $A \to (B \to A)$

(2) $(A \to B) \to ((A \to (B \to C)) \to (A \to C))$

(3) $A \to (B \to (A \wedge B))$

(4) $(A \wedge B) \to A$

(5) $(A \wedge B) \to B$

(6) $A \to (A \vee B)$

(7) $B \to (A \vee B)$

(8) $(A \to C) \to ((B \to C) \to ((A \vee B) \to C))$

Singura regulă de deducţie este *modus ponens*: $A, A \to B \,/\, B$. Adăugând la (**Int**$^+$) *terţul exclus* şi *reducerea negaţiilor*, respectiv, în următoarele forme:

(9) $A \vee \neg A$

(10) $\neg\neg A \to A$

se obţine C_ω. Fiecare C_n poate acum să fie construit din C_ω prin adăugarea a încă două scheme:

(11n) $B^{(n)} \to ((A \to B) \to ((A \to \neg B) \to \neg A))$

(12n) $(A^{(n)} \wedge B^{(n)}) \to ((A \wedge B)^{(n)} \wedge (A \vee B)^{(n)} \wedge (A \to B)^{(n)})$

Amintim că G° prescurtează formula $\neg(G \wedge \neg G)$, şi că G^n, $0 \leq n < \omega$, este definit recursiv prin $G^0 =_{df} G$ şi $G^{n+1} =_{df} (G^n)^\circ$, iar $G^{(n)}$, $0 \leq n < \omega$, prin $G^{(1)} =_{df} G^1$ şi $G^{(n+1)} =_{df} G^{(n)} \wedge G^{(n+1)}$. Formula $G^{(n)}$ se poate înţelege spunând că propoziţia G este *docilă* (*well-behaved*), astfel că (11) poate fi considerată ca o formă de *reductio ad absurdum paraconsistent* şi (13) guvernând *propagarea comportamentului docil*.

Vom trata aici o versiune puţin mai tare a calculelor C_n, numită $C_n^{\neg\neg}$, obţinută prin adăugarea axiomelor $A \to \neg\neg A$ şi $\neg(\neg A \wedge A) \to \neg(A \wedge \neg A)$ la axiomele C_n (pentru o altă variantă de sisteme paraconsistente, v. [32]). În versiunea considerată aici, negaţia paraconsistentă este mai apropiată de negaţia clasică[19].

Presupunem că cititorul este familiarizat cu definiţiile şi conceptele elementare ale logicilor polivalente finite (detalii pot fi găsite, de exemplu, în [15]).

---

[19] În [17] sunt prezentate semantici ale traducerilor-posibile pentru calculul C_1 propriu-zis, ca şi pentru un sistem dual (cu indicaţii despre modul în care se extind rezultatele la întreaga ierarhie). Principala diferenţă este aceea că, luând $A \to \neg\neg A$ ca o axiomă (cum am făcut aici), avem nevoie de două negaţii (trivalente) pentru a modela negaţia paraconsistentă.

Urmând aceleaşi motivaţii de bază date în [16], considerăm un calcul propoziţional trivalent numit **LCD**, care conţine trei conjuncţii, trei disjuncţii, trei implicaţii şi două negaţii: $\wedge_i$, $\vee_i$, $\rightarrow_i$ ($i \in \{1, 2, 3\}$, $\neg_C$ şi $\neg_L$ (acest limbaj este numit L_{LCD}). Fiecare alegere de conjuncţie, disjuncţie, implicaţie şi negaţie constituie un subsistem al **LCD**: numim un astfel de fragment *logică pentru lipsa continuă* (*logic for continuous default*) (**CD**) dacă negaţia sa este $\neg_C$ şi *logică pentru lipsa locală* (*logic for local default*) (**LD**) atunci când negaţia sa este $\neg_L$. Matricele logice corespunzătoare sunt următoarele, în care valorile de adevăr sunt **T**, $\mathbf{T}^-$ şi **F**, între care **T**, $\mathbf{T}^-$ sunt caracteristice:

$\wedge_1$	T	T^-	F
T	T	T	F
T^-	T^-	T^-	F
F	F	F	F

$\wedge_2$	T	T^-	F
T	T	T^-	F
T^-	T	T^-	F
F	F	F	F

$\wedge_3$	T	T^-	F
T	T	T^-	F
T^-	T^-	T^-	F
F	F	F	F

$\vee_1$	T	T^-	F
T	T	T	T
T^-	T^-	T^-	T^-
F	T	T	F

$\vee_2$	T	T^-	F
T	T	T^-	T
T^-	T	T^-	T
F	T	T^-	F

$\vee_3$	T	T^-	F
T	T	T^-	T
T^-	T^-	T^-	T^-
F	T	T^-	F

$\rightarrow_1$	T	T^-	F
T	T	T	F
T^-	T^-	T^-	F
F	T	T	T

$\rightarrow_2$	T	T^-	F
T	T	T^-	F
T^-	T	T^-	F
F	T	T^-	T

$\rightarrow_3$	T	T^-	F
T	T	T^-	F
T^-	T^-	T^-	F
F	T	T	T

	$\neg_L$
T	F
T^-	F
F	T

	$\neg_C$
T	F
T^-	T^-
F	T

Interpretarea intuitivă a acestor tabele este următoarea: presupunem că valorile **T** şi **F**, respectiv, etichetează informaţia adevărată şi pe cea falsă (prin propoziţii etichetate), în timp ce $\mathbf{T}^-$ etichetează informaţie care este luată ca adevărată *prin lipsă*, adică prin lipsa dovezilor în sens contrar. Presupunem că valorile de adevăr sunt ordonate ca **F** < $\mathbf{T}^-$ < **T** şi că valorile sunt compatibile cu adăugarea informaţiei. Sunt astfel două posibilităţi pentru informaţia luată ca adevărată prin lipsă: (etichetată prin $\mathbf{T}^-$): sau poate fi evaluată ca adevărată în viitor (datorită informaţiei suplimentare, să spunem), caz în care negaţia sa trebuie să fie **F**, sau poate continua cu acelaşi statut, caz în care are aceeaşi valoare logică cu negaţia sa, adică negaţia sa trebuie să fie $\mathbf{T}^-$. În fiecare dintre alternativele posibile vom raţiona în două scenarii distincte cu două logici subiacente diferite: o logică **LD** care modelează prima situaţie în care adevărul-lipsă este *limitat* sau *local* (temporar nedecis) şi o logică **CD** în cel de-al doilea caz, care modelează situaţia în care adevărul-lipsă este *continuu* (încă nedecis). *Relaţia de realizabilitate* trivalentă

pentru **LCD** (pentru propoziții oarecare $\Gamma \cup \{A\}$) este definită inductiv în modul obișnuit prin evaluări matriciale, adică:

$$\Gamma \models_{LCD} A, \text{ ddacă pentru orice LCD-evaluare } \omega, \text{ dacă } \omega(\Gamma) \subseteq \{\mathbf{T}, \mathbf{T}^-\}, \text{ atunci } \omega(A) \in \{\mathbf{T}, \mathbf{T}^-\}.$$

Limbajul **L** pentru calculele paraconsistente $C_n^{\neg\neg}$ este închis față de $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\neg$. Definim acum o clasă de *traduceri* între **L** și $\mathbf{L}_{LCD}$ care satisfac anumite *condiții* (pentru mai multe detalii despre traduceri între sisteme logice v. [35] și [18]). Fiecare propoziție a $C_n^{\neg\neg}$ poate fi tradusă într-o propoziție a $\mathbf{L}_{LCD}$ printr-o traducere $*$: $\mathbf{L} \rightarrow \mathbf{L}_{LCD}$, în care familia de traduceri $*$ este subiectul unor condiții specifice. Pentru cazul $C_n^{\neg\neg}$, condițiile sunt următoarele:

Tr 1. Pentru o variabilă atomică p:

(a) $p^* = p$;

(b) $(\neg p)^* = \neg_C p$.

Tr 2. Pentru formule $(A \# B)^*$, unde $\# \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$:

(a) $(A \# B)^* = A^* \#_1 B^*$, dacă $(\neg A)^* = \neg_C A^*$ și $(\neg B)^* = \neg_L B^*$;

(b) $(A \# B)^* = A^* \#_2 B^*$, dacă $(\neg A)^* = \neg_L A^*$ și $(\neg B)^* = \neg_C B^*$;

(c) $(A \# B)^* = A^* \#_3 B^*$, în celelalte cazuri.

Tr 3. Pentru formule $\neg(A \wedge \neg A)$ și $\neg(\neg A \wedge A)$:

(a) $(\neg(A \wedge \neg A))^* = \neg_L(A \wedge \neg A)^*$ și

(b) $(\neg(\neg A \wedge A))^* = \neg_L(\neg A \wedge A)^*$

Tr 4. Pentru formule $\neg(A \# B)$ altfel decât în (**Tr 3**) și unde $\# \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$:

(a) $(\neg(A \# B))^* = \neg_L(A \# B)^*$, dacă $(\neg A)^* = \neg_L A^*$ și $(\neg B)^* = \neg_L B^*$;

(b) $(\neg(A \# B))^* \in \{\neg_L(A \# B)^*, \neg_C(A \# B)^*\}$ altfel.

Tr 5. Pentru formule $\neg\neg A$, $(\neg\neg A)^* = \neg_C(\neg A)^*$.

Ca exemple, să observăm că, potrivit condiției (**Tr 3**), *f b f* $\neg(A \wedge \neg A)$ poate fi tradusă $\neg_L(A^* \wedge \neg_L A^*)$, sau $\neg_L(A^* \wedge \neg_C A^*)$, după cum $\neg A$ a fost tradus $\neg_L A^*$ sau $\neg_C A^*$. Remarci analoage sunt valabile pentru *f b f* $\neg(\neg A \wedge A)$.

De asemenea, potrivit (**Tr 5**), pentru A atomică, $\neg\neg\neg A$ va fi tradusă întotdeauna ca $\neg_C\neg_C\neg_C A$, dar pentru A non-atomică și pozitivă, $\neg\neg\neg A$ poate fi tradusă sau ca $\neg_C\neg_C\neg_L A$, sau ca $\neg_C\neg_C\neg_C A$.

Definim acum *relația de deductibilitate locală* $\models^*{}_1$ pentru $C_1^{\neg\neg}$ (relativ la o traducere dată $*$) prin:

$$\Gamma \models^*{}_1 A, \text{ ddacă } \Gamma^* \models_{LCD} A^*$$

pentru formule $\Gamma \cup \{A\}$ oarecare ale $C_1^{\neg\neg}$.

În fine, definim $\Gamma \models_1 A$, ddacă, pentru orice traducere $*$, $\Gamma \models^*{}_1 A$.

Pentru cazul general al $C_n^{\neg\neg}$, $\Gamma \models^*{}_n A$ se definește prin aceleași clauze de mai sus, cu excepția că, în locul lui (**Tr 3**), avem clauza (**Tr** 3_n) pentru fiecare n.

Definim clasa de propoziții K_m ca:

$$K_m = \{\neg(\neg B \wedge B): B \in K_{m-1}\} \cup \{\neg(B \wedge \neg B): B \in K_{m-1}\},$$

unde K_0 este colecția tuturor *fbf*-urilor.

Tr 3_n La fel ca (**Tr 3**), dar numai pentru formule din K_n.

Generalizând cele de mai sus, definim $\Gamma \models_n A$, ddacă pentru orice traducere $*$,

$$\Gamma \models^*{}_n A.$$

În termeni intuitivi, traducerile pot fi considerate ca forme abstracte de relații de accesibilitate în semantici Kripke obișnuite, iar diferitele sisteme logice trivalente pot fi considerate ca forme de lumi posibile. Aceasta explică de ce acest tip de semantică este numit *semantică a traducerilor-posibile*. În termeni neformali, clauzele din definițiile traducerilor pot fi înțelese după cum urmează:

1. Pentru (**Tr 1**): literalii (formule atomice pozitive sau negate) sunt traduse în **CD**.

2. Pentru (**Tr 2**): propozițiile compuse pozitive sunt traduse în funcție de traducerile componentelor acestora.

3. Pentru (**Tr 2**): Să numim o formulă negată reglementară dacă cea mai externă negație a sa este $\neg_L$. Formulele de formele $\neg(A\wedge\neg A)$ și $\neg(\neg A \wedge A)$ sunt întotdeauna reglementare în $C_1^{\neg\neg}$. În cazul lui $C_n^{\neg\neg}$, prin (**Tr** 3_n), formulele din clasa K_n sunt întotdeauna reglementare.

4. Pentru (**Tr 4**) și (**Tr 5**): formulele negate (nu de formele $\neg(A \wedge \neg A)$ și $\neg(\neg A \wedge A)$) sunt interpretate (în cazul b) în **LD** sau în **CD**.

Adaptând definițiile date în [43], *evaluările paraconsistente* pentru calculele $C_n^{\neg\neg}$ sunt funcții v de la mulțimea de propoziții ale $C_n^{\neg\neg}$ în $\{0, 1\}$, astfel încât sunt satisfăcute următoarele condiții:[20]

Fie $X° \in \{\neg(\neg X \wedge X), \neg(X \wedge \neg X)\}$ (atunci $X° \in K_m$, dacă $X° \in K_{m-1}$):

1. $v(A \vee B) = 1$, ddacă $v(A) = 1$ sau $v(B) = 1$;
2. $v(A \wedge B) = 1$, ddacă $v(A) = 1$ și $v(B) = 1$;
3. $v(A \rightarrow B) = 1$, ddacă $v(A) = 0$ sau $v(B) = 1$;
4. $v(\neg\neg A) = 1$, ddacă $v(A) = 1$;
5. Dacă $v(A) = 0$, atunci $v(\neg A) = 1$;
6. Dacă $A \in K_{n-1}$, $v(A) = 0 = v(\neg A)$, ddacă $v(A°) = 0$;
7. Dacă $v(A) \neq v(\neg A)$ și $v(B) \neq v(\neg B)$, atunci $v(A \# B) \neq v(\neg(A \# B))$;
8. $v(A) = v(\neg A)$, ddacă $v(\neg A°) = 1$.

Pentru o utilizare viitoare, enunțăm o proprietate imediată a evaluărilor paraconsistente pentru $C_n^{\neg\neg}$ (care poate fi ușor verificată):

(Pv1) Dacă $X° \in K_m$ (i.e. $X° = \neg(\neg X \wedge X)$ sau $X° = \neg(X \wedge \neg X)$ pentru $X \in K_{m-1}$), atunci $v(X°) = 0$, ddacă $v(X) = v(\neg X) = 1$.

Se poate demonstra acum că pentru fiecare relație locală de deductibilitate, definită ca mai sus, există o evaluare paraconsistentă[21].

Teorema 1. Fiecare LCD-evaluare ω și traducere * determină o evaluare paraconsistentă v astfel încât

$$v(A) = 1, \text{ ddacă } v(A^*) \in \{\mathbf{T}, \mathbf{T}^-\} \text{ pentru orice propoziție } A \text{ din } \mathbf{L}.$$

---

[20] Trebuie reținut că, în termeni formali, este necesar să se adauge axioma $\neg(\neg A \wedge A) \rightarrow \rightarrow \neg(A \wedge \neg A)$ la calculele C_1 și $C_1^{\neg\neg}$ și axiome similare la C_n și $C_n^{\neg\neg}$, așa cum facem aici, pentru a asigura condiția simetrică așa cum apare în 7. În mod echivalent, în clauza 7 se poate utiliza $C°$ ca o metavariabilă peste mulțimea $\{\neg(\neg C \wedge C), \neg(C \wedge \neg C)\}$. În loc de aceasta, se pot considera „logici paraconsistente la stânga" (în care $(\neg(\neg A \wedge A) \wedge \neg A \wedge A) \rightarrow B$ nu are loc) și „logici paraconsistente la dreapta" (în care $(\neg(A \wedge \neg A) \wedge A \wedge \neg A) \rightarrow B$ nu are loc). În astfel de cazuri, se pot da semantici ale traducerilor-posibile pentru astfel de calcule, cu modificările evidente.

[21] Demonstrațiile teoremelor din această secțiune se găsesc în W. A Carnielli, *Possible-translations Semantics for Paraconsistent Logics*. (*N.T.*)

În [43], aşa cum am menţionat mai sus, se arată că evaluările paraconsistente pot fi considerate drept duplicate semantice pentru sistemele C_n; acest rezultat poate fi adaptat cu uşurinţă la sistemele $C_n^{\neg\neg}$. Pentru a extinde rezultatele noastre la întreaga ierarhie şi pentru a demonstra că relaţia de deductibilitate $\models *_n$ a $C_n^{\neg\neg}$ constituie o semantică adecvată pentru calculele, trebuie demonstrat cum se produce o astfel de relaţie locală de deductibilitate pornind de la o evaluare dată.

Teorema 2. Fiecare evaluare paraconsistentă v pentru $C_n^{\neg\neg}$ determină o LCD-evaluare ω şi o traducere * astfel încât $v(A*) \in \{\mathbf{T}, \mathbf{T}^{-}\}$, ddacă $v(A) = 1$, pentru orice propoziţie A din **L**.[22]

Teoremele 1 şi 2 stabilesc astfel semantica alternativă dorită pentru calculele $C_n^{\neg\neg}$. Credem că această nouă semantică aruncă o nouă lumină asupra supoziţiilor de bază ale sistemelor paraconsistente $C_n^{\neg\neg}$. În primul rând, aceasta arată că putem avea situaţii în care *f b f*-urile A şi $\neg A$ sunt simultan valide, ca şi situaţii în care acest fapt nu apare şi, în al doilea rând, că putem raţiona într-un mod bine fundamentat logic despre situaţiile de acest fel.

Abordarea noastră semantică sprijină aceste supoziţii în felul următor: situaţiile în care *f b f*-urile A şi $\neg A$ sunt simultan valide apar acolo unde lipsa de informaţie ne împiedică să respingem, *prima facie*, sau pe A, sau pe $\neg A$. Fragmentul **CD** este proiectat să facă faţă acestui scenariu.

Pe de altă parte, situaţiile în care A sau $\neg A$ sunt considerate a fi false sunt tratate de fragmentul **LD**. Întrucât se poate să nu ştim dinainte care este cazul pentru o *f b f* dată A, cadrul traducerilor-posibile obţinut prin considerarea celor două scenarii în acelaşi timp defineşte un cadru logic ce ne permite să raţionăm cu astfel de scenarii, obţinând exact sistemele paraconsistente $C_n^{\neg\neg}$.

Rezultatele de mai sus pot fi, în principiu, extinse la calculul $C_\omega^{\neg\neg}$ (o limită inferioară a $C_n^{\neg\neg}$), omiţând condiţiile (**Tr 3**) şi (**Tr 4**) şi adăugând alte condiţii adecvate. Sunt unele dificultăţi, totuşi, deoarece C_ω nu este cazul limită al C_n (şi $C_\omega^{\neg\neg}$ nu este cazul limită al $C_n^{\neg\neg}$); de exemplu, propoziţia $A \vee (A \to B)$ are loc în C_n, dar nu şi în C_ω.

În treacăt, este interesant de notat că ambele logici paraconsistente trivalente $\mathbf{P}^1$ şi $\mathbf{J}_3$ (pentru aceste sisteme, v., de exemplu, [59] şi [35]) pot fi definite în sistemul

[22] Demonstraţia acestei teoreme a fost sugerată de João Marcos în teza sa de Master la UNICAMP sub îndrumarea autorului. [46].

LCD și reciproc[23], tabelele **LCD** pot fi definite în J_3; prin urmare, **LCD** și J_3 sunt în fond aceeași logică. Aceasta este o chestiune foarte interesantă, care arată că, deși sistemele $C_n^{\neg\neg}$ nu sunt logici polivalente [16], acestea pot fi reconstruite, ținând seama de rezultatele noastre de mai sus, ca o combinație de logici paraconsistente trivalente simple (și anume, ca fragmente ale J_3).

Bibliografie

[1] **Carnielli, W. A., Marcello, M. E., Marcos, J.** – *Logics of Formal Inconsistency*. În curs de apariție în D. Gabbay și F. Guenthner, editori, *Handbook of Philosophical Logic*, Kluwer Academic Publishers, 2nd Edition,

[2] **Agazzi, E.** – *Il formale e il non formale nella logica*. În: E. Agazzi, editor, *Logica filosofica e logica matematica*, pp. 1119–1131. Brescia: La Scuola, 1990.

[3] **Arruda, A. I.** – *A survey of paraconsistent logic*. În: A. I. Arruda, R. Chuaqui și N. C. A. da Costa, editori, *Mathematical Logic in Latin America:* Proceedings of the IV Latin American Symposium on Mathematical Logic, Santiago, Chile, 1978, pp.1–41. Amsterdam: North-Holland, 1980.

[4] **Avron, A.** – „On an implication connective of *RM*". *Notre Dame Journal of Formal Logic*, **27**, pp. 201–209, 1986.

[5] **Avron, A.** – „Natural 3-valued logics – characterization and proof theory". *The Journal of Symbolic Logic*, **56(1)**, pp. 276–294, 1991.

[6] **Avron, A.** – *On negation, completeness and consistency*. În curs de apariție în: D. Gabbay și F. Guenthner, editori, *Handbook of Philosophical Logic*, Kluwer Academic Publishers, 2nd Edition.

[7] **Baaz, M.** – „Kripke-Type semantics for da Costa's paraconsistent logic C_ω", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, **27**, pp. 523–527, 1986

[8] **Batens, D.** – „Paraconsistent extensional propositional logics". *Logique et Analyse*, **90–91**, pp.195–234, 1980.

[9] **Batens, D.** – „Against global paraconsistency". *Studies in Soviet Thought*, 39: 209–229, 1990.

[10] **Batens, D.** – „Paraconsistency and its relation to worldviews". *Foundations of Science*, **3**, pp. 259–283, 1999.

[11] **Bobenrieth-Miserda, A.** – *Inconsistencias ¿Por qué no? Un estudio filosófico sobre la lógica paraconsistente*. Santafé de Bogotá: Tercer Mundo, 1996.

[12] **Bueno, O.** – *Truth, quasi-truth and paraconsistency*. În: W.A. Carnielli, and I.M.L. D'Ottaviano, editori, *Advances in Contemporary Logic and Computer Science:* Proceedings of the XI Brazilian Conference of Mathematical Logic, Salvador, 1996, pp.275–293. Providence: American Mathematical Society, 1999.

[13] **Burkhardt, H., Smith, B. (eds.)** – *Handbook of metaphysics and ontology* (2v). Munich: Philosophia Verlag, 1991.

[14] **Carnap, R.** – *The Logical Syntax of Language*. London: Routledge & Kegan Paul, 1949.

[15] **Carnielli, W. A.** – „Systematization of finite many-valued logics through the method of tableaux", *Journal of Symbolic Logic*, **52**, pp. 473–493, 1987.

[16] **Carnielli, W. A.** – *Many-valued logics and plausible reasoning*. În *Proceedings of the Intl. Symp. On Multiple-Valued Logics*, Charlotte, North Carolina, U.S.A., *IEEE Computer Soc. Press*, California, pp.326–335, 1990.

[23] Observații făcute de João Marcos, teza de Master.

[17] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J. – *Possible-translations semantics and dual logics*. În curs de apariție.

[18] CARNIELLI, W. A., D'OTTAVIANO, I. M. L. – „Translations between logical systems: a manifesto", *Logique et Analyse*, **57**, pp.67–81, 1997.

[19] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J. – *Ex contradictione non sequitur quodlibet*. În: *Proceedings of the Advanced Reasoning Forum Conference*, susținută în București, România, Iulie 2000. *Bulletin of Advanced Reasoning and Knowledge*, **1**, pp.89–109, 2001.

[20] CARNIELLI, W. A., MARCOS, J., AMO, S. DE – *Formal inconsistency and evolutionary databases*. În curs de apariție în: *Logic and Logical Philosophy*, 7–8 (Proceedings of the Jaskowski's Memorial Symposium), 1999/2000.

[21] CARNIELLI, W. A., FARIÑAS DEL CERRO, L., LIMA-MARQUES, M. – *Contextual negations and reasoning with contradictions*. În *Proceedings of the 12th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pp. 523–537, Morgan Kaufman, Sidney, Australia, 1991.

[22] CURRY, H. – „The inconsistency of certain formal logics". *The Journal of Symbolic Logic*, **7(3)**, pp.115–117, 1942.

[23] DA COSTA, N. C. A. – „Nota sobre o conceito de contradição". *Anuário da Sociedade Paranaense de Matemática* (2), **1**:6–8, 1958.

[24] DA COSTA, N. C. A. – „Observações sobre o conceito de existência em matemática". *Anuário da Sociedade Paranaense de Matemática* (2), **2**, pp. 16–19, 1959.

[25] DA COSTA, N. C. A. – *Inconsistent Formal Systems* (în portugheză). Teză, UFPR, Brazil, 1963. Curitiba: Editora UFPR, 68p, 1993.

[26] DA COSTA, N. C. A. – „On the theory of inconsistent formal systems", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, **15**, pp. 497–510, 1974.

[27] DA COSTA, N. C. A. – *Essay on the Foundations of Logic* (în portugheză). São Paulo: Hucitec, 1980. (Tradusă în limba franceză de J.-Y. Béziau, sub titlul *Logiques Classiques et Non-Classiques*, 1997, Paris: Masson.).

[28] DA COSTA, N. C. A. – „The philosophical import of paraconsistent logic". *The Journal of Non-Classical Logic*, **1**, pp. 1–19, 1982.

[29] DA COSTA, N. C. A., ALVES, E. H. – „A semantical analysis of the calculi C_n". *Notre Dame Journal of Formal Logic*, **16**, pp. 621–630, 1977.

[30] DA COSTA, N. C. A., MARCONI, D. – „An overview of paraconsistent logic in the 80s". *The Journal of Non-Classical Logic*, **6(1)**, pp.5–32, 1989.

[31] DA COSTA, N. C. A., WOLF, R. G. – „Studies in paraconsistent logic I: The dialectical principle of the unity of opposites". *Philosophia (Philosophical Quarterly of Israel)*, **9**, pp.189–217, 1980.

[32] DA COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. A. S. – „Aspects of paraconsistent logics". *Bulletin of the IGPL*, **3**, pp.597-614, 1995.

[33] DA COSTA, N. C. A., DUBIKAJTIS, L. – „On Jáskowski's discussive logic". În *Non-Classical Logics, Model Theory and Computability*, Proceed. Third Latin-American Symp. Math. Logic, Campinas, 1976, A. I. Arruda, N. C. A. da Costa și R. Chaqui, eds., pp. 37–56, 1977.

[34] D'OTTAVIANO, I. M. L., DA COSTA, N. C. A. – „Sur un problème de Jaśkowski". *Comptes Rendus de l'Academie de Sciences de Paris* (A–B), **270**, pp.1349–1353, 1970.

[35] EPSTEIN, R. L. – *Propositional Logics: The semantic foundations of logic*, cu asistența și colaborarea lui W. A. Carnielli, I. M. L. D'Ottaviano, S. Krajewski și R. D. Maddux. Belmont: Wadsworth-Thomson Learning, 2nd edition, 2000.

[36] GLOCK, H.-J. – *A Wittgenstein Dictionary*. Blackwell, 1996.

[37] GOLDSTEIN, L. – *Wittgenstein and paraconsistency*. În: G. Priest, R. Routley și J. Norman, editori, *Paraconsistent Logic: essays on the inconsistent*, München: Philosophia Verlag, pp.540–562, 1989.

[38] **Hilbert, D.** – *Mathematische Probleme*: Vortrag, gehalten auf dem Internationalen Mathematiker Kongress zu Paris 1900. *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, pp. 253–297, 1900.

[39] **Jaśkowski, S.** – „Propositional calculus for contradictory deductive systems" (în poloneză). *Studia Societatis Scientiarum Torunensis*, sectio A–I:57–77, 1948. Tradus în limba engleză: *Studia Logica*, **24**, pp.143–157, 1967.

[40] **Johánsson, I.** – „Der Minimalkalkül, ein reduzierter intuitionistischer Formalismus". *Compositio Mathematica*, **4(1)**, pp.119–136, 1936.

[41] **Kifer, M., Lozinskii, E. L.** – „A logic for reasoning with inconsistency", *Journal of Automated Reasoning*, **9**, pp. 179–215: 1992.

[42] **Kolmogorov, A. N.** – *On the principle of excluded middle*. În: Van Heijenoort, editor, *From Frege to Gödel*, pp. 414–437. Cambridge: Harvard University Press, 1967. (Traducere din originalul în limba rusă din 1925.)

[43] **Loparić, A., Alves, E. H.** – *The semantics of the systems C_n of da Costa*. În *Proceedings of the Brazilian Conference on Mathematical Logic*, 3, São Paulo, A. I. Arruda, N. C. A. da Costa și M. Sette, (eds.), pp. 161–162, Sociedade Brasileira de Lógica, 1980.

[44] **Łukasiewicz, J.** – *A system of modal logic*. În *J. Łukasiewicz's Selected Works*, J. Borkowski, editor, North-Holland and PWN, Warsaw, 1970.

[45] **Marconi, D.** – „Wittgenstein on contradiction and the philosophy of paraconsistent logic". *History of Philosophy Quarterly*, **1(3)**, pp.333–352, 1984.

[46] **Marcos, J.** – *Possible-Translations Semantics* (în portugheză). Teză, Unicamp, Brazil, xxviii+240p, 1999. URL = ftp://www.cle.unicamp.br/pub/thesis/J.Marcos/

[47] **Marcos, J.** – *Wittgenstein & Paraconsistência*. Capitolul 1 in [45], prezentat la VIII National Meeting on Philosophy (VIII ANPOF Meeting), Caxambu, Brazil, 1998. Trimis spre publicare.

[48] **Marcos, J.** – *8K solutions and semi-solutions to a problem of da Costa*. În curs de apariție.

[49] **Miró, Quesada, F.** – „Nuestra lógica". *Revista Latinoamericana de Filosofía*, **8(1)**, pp. 3–13, 1982.

[50] **Mortensen, C.** – „Aristotel's thesis in consistent and inconsistent logics". *Studia Logica*, 43:107–116, 1984.

[51] **Nelson, D.** – *Negation and separation of concepts in constructive systems*. În: A. Heyting, editor, *Constructivity in Mathematics:* Proceedings of the colloquium held at Amsterdam, 1957, pp.208–225. Amsterdam: North-Holland, 1959.

[52] **O'Connor, J. J., Robertson, E. F.** – *Girolamo Cardano*. În: J. J. O'Connor și E.F. Robertson, editori, *The Mac Tutor History of Mathematics archive* (March, 2001 edition). URL= http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Mathematicians/Cardan.html

[53] **Peña, L.** – „Graham Pries's «dialetheism»: Is it altogether true?" *Sorites*, **7**, pp.28–56, 1996.

[54] **Priest, G.** – *In Contradiction. A Study of the Transconsistent*. Dordrecht: Nijhoff, 1987.

[55] **Przymusinski, T.** – „The well-founded semantics coincides with the three-valued stable semantics", *Fundamenta Informaticae*, **13**, pp. 445–464, 1990.

[56] **Quine, W. V. O.** – *From a Logical Point of View*. Cambridge: Harvard University Press, 1953.

[57] **Routley, R., Meyer, R. K.** – „Dialectical logic, classical logic and the consistence of the world". *Studies in Soviet Thought*, **16**, pp.1–25, 1976.

[58] **Sette, A. M. A.** – „On the propositional calculus P1". *Mathematica Japonicae*, **18**, pp.181–203, 1973.

[59] **Sette, A. M. A., Carnielli, W. A.** – „Maximal weakly–intuitionistic logics", *Studia Logica*, **5**, pp.181–203, 1995.

[60] **Tarski, A.** – „The semantic conception of truth and the foundation of semantics". *Philosophy and Phenomenological Research*, **4**, pp.341–378, 1944.

[61] **Wittgenstein, L.** – *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*. 3rd revised edition. Suhrkamp: 1984. (În limba engleză ca: *Remarks on the Foundations of Mathematics*.

G. H. von Wright, R. Rhees şi G. E. M. Anscombe (eds.), 3rd revised edition. Oxford: Basil Blackwell, 1978.)

[62] **WITTGENSTEIN, L.** – *Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics:* Cambridge, 1939. C. Diamond, editor. The University of Chicago Press, 1989.

Mulțumiri

Țin să mulțumesc colaboratorilor mei, Marcelo E. Coniglio și João Marcos, care sunt parteneri la cele mai multe dintre rezultatele prezentate aici, precum și lui Dumitru Gheorghiu pentru traducerea foarte competentă.

Reductio ad absurdum et modus tollendo ponens[1]

Graham PRIEST

1. Introducere

Existența contradicțiilor adevărate trebuie să fie luată în serios. Din mai multe motive, avem bune temeiuri pentru a presupune că există enunțuri de forma $A \wedge \neg A$ care sunt adevărate. Aceasta s-a argumentat în altă parte (v., de exemplu, Priest, 1979) și nu doresc să insist acum. Mai curând, doresc să discut consecințele acestei presupuneri pentru unele forme binecunoscute de argumente. În particular, dacă există contradicții adevărate, atunci atât regula *reductio ad absurdum*, cât și silogismul disjunctiv sau, pentru a-i da numele său medieval, *modus tollendo ponens* sunt problematice. Totuși, acestea par a fi o parte integrantă a raționării obișnuite. Trebuie să renunțăm la ele ca fiind nevalide? Putem renunța la ele fără a mutila rațiunea? Care este exact rolul lor în rațiune? Aceasta este problema pe care doresc să o abordez.

2. Logica în calitate de organon al criticii

Logica este concepută foarte restrictiv astăzi drept studiul formelor de raționare validă (în mod obișnuit, deductivă). Totuși, în mod tradițional, logica era concepută ca un domeniu de studiu mult mai larg, incluzând deopotrivă logica (așa cum este concepută astăzi) și retorica. Retorica este studiul folosirii argumentelor

[1] *Reductio ad Absurdum et Modus Tollendo Ponens*, în G. Priest, R. Routley, J. Norman (eds.), *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag GmbH, München, 198? **Traducere de Dumitru Gheorghiu.** (*N.T.*)

Acest articol a fost prezentat pentru prima dată la un simpozion despre paraconsistență și relevanță la Australian National University, aprilie 1980.

pentru a convinge în mod legitim (ceea ce nu trebuie confundat cu sofistica – studiul metodelor ilegitime). Astfel, discuţiile despre presupunerea a ceea ce trebuie demonstrat, argumente *ad hominem* etc. cad în domeniul retoricii, nu al logicii în conceperea sa modernă. Este păcat că studiul retoricii a fost îndepărtat din logica modernă, şi aceasta din mai multe puncte de vedere, cel mai important în momentul de faţă fiind acela că soluţia problemei noastre se află acolo.

Să începem prin a răspunde următoarei obiecţii la paraconsistenţă. Dacă paraconsistenţa este corectă, atunci logica este anulată în calitate de organon al criticii. Căci ori de câte ori atacăm concepţiile cuiva prin prezentarea unui argument împotriva uneia dintre acestea, nimic nu opreşte persoana respectivă să accepte deopotrivă poziţia sa iniţială *şi* argumentul nostru, a cărui concluzie neagă acea poziţie!

Mai întâi, să notăm că această obiecţie cade în mod clar în domeniul retoricii, căci are în vedere folosirea logicii pentru a schimba concepţiile altuia. În al doilea rând, să notăm că ceea ce este în discuţie aici este exact folosirea critică a lui *reductio ad absurdum*. Atunci când cineva prezintă un argument împotriva unui oponent, este inutil să pornească de la premise pe care oponentul nu le acceptă. Aceasta nu va convinge. Trebuie să se pornească de la premise pe care oponentul le acceptă deja. Ceea ce face apoi argumentul este să arate că aceste premise, pe care oponentul le acceptă, implică negaţia a ceva ce este, de asemenea, acceptat de oponent. Cu alte cuvinte, se arată că ansamblul de opinii ale oponentului este inconsistent şi se presupune că aceasta îl va face să-şi modifice concepţiile. Desigur, aceasta este exact *reductio ad absurdum*. În fine, să notăm că ţelul argumentului împotriva paraconsistenţei *nu* este acela de arăta că, dacă permitem cuiva să susţină o contradicţie, atunci acea persoană ar accepta Falsul. (Căci adepţii paraconsistenţei susţin că o contradicţie poate să nu fie Falsul, astfel că această obiecţie presupune ceea ce trebuie demonstrat). Mai curând, ţelul argumentului este de a arăta că, dacă paraconsistenţa este corectă, *reductio ad absurdum* încetează de a mai fi un organon efectiv al criticii – adică o modalitate de a critica şi astfel de a schimba opiniile altora.

Oricum, această obiecţie este incorectă şi îşi are sursa într-o neînţelegere a felului cum funcţionează un argument prin *reductio* în acest context. Supoziţia obiecţiei constă din aceea că o persoană este constrânsă să-şi revizuiască opiniile atunci când se arată că unele dintre ele sunt false (o contradicţie fiind o falsitate manifestă). Dacă această supoziţie ar fi corectă, atunci posibilitatea ca o contradicţie să fie adevărată ar îndepărta realmente constrângerea menţionată. Totuşi, nu acesta este felul în care funcţionează *reductio*. Intenţia acestui tip de argument este aceea de a determina pe oameni să-şi schimbe opiniile, iar a arăta că opiniile lor implică o falsitate nu este o condiţie suficientă şi nici una necesară pentru aceasta. Nu este o condiţie suficientă, întrucât dacă persoana *nu acceptă* consecinţa concepţiei sale ca fiind falsă, atunci nu va resimţi nici o constrângere pentru a şi-o schimba. (Este inutil să arăţi că opiniile cuiva implică ideea că Pământul este plat, dacă acea persoană crede că Pământul este plat!). Mai mult, nu este o condiţie necesară, întrucât, chiar dacă consecinţele sunt realmente adevărate, în cazul în care persoana nu le acceptă, ea va resimţi constrângerea de a-şi schimba

concepţiile. Astfel, observăm că efectivitatea unui argument prin *reductio* depinde esenţialmente de capacitatea sa de a arăta că opiniile unei persoane implică lucruri pe care acea persoană obişnuieşte să le respingă.

Odată ce am lămurit toate acestea, putem observa acum că un argument prin *reductio* este tot atât de efectiv, dacă paraconsistenţa este corectă. Adepţii paraconsistenţei nu se angajează la acceptarea *tuturor* contradicţiilor. În fapt, mulţi dintre noi obişnuiesc să respingă multe dintre acestea. Astfel, în multe cazuri ale unui argument prin *reductio*, constrângerea de modificare a opiniilor este încă resimţită. Adeptul paraconsistenţei diferă de alţii prin aceea că el *poate* considera în mod serios acceptarea contradicţiei şi, în cele din urmă, *poate* decide să o accepte. (Deşi, într-un caz luat la întâmplare, este mai probabil să o respingă). Oricum, acesta nu este un semn de stupiditate: este un semn că adeptul paraconsistenţei este mai puţin mărginit şi dogmatic decât logicianul clasic, care respinge contradicţia nechibzuit şi fără ezitare. În orice caz, obiectivul principal a fost atins. Pretenţia era că *reductio* eşuează în a fi o formă eficientă de critică, dacă este acceptată paraconsistenţa. Această pretenţie a fost respinsă. Un argument prin *reductio* poate fi foarte bine unul eficient; numai că nu este sigur că funcţionează *întotdeauna*.

3. *Euthyphron* al lui Platon: o ilustrare

Pentru a ilustra această concluzie, merită să considerăm pe scurt dialogul lui Platon, *Euthyphron*. *Euthyphron* este un dialog între Socrate şi Euthyphron, care îşi acuză tatăl pentru omor prin imprudenţă. În pofida îndoielilor lui Socrate, Euthyphron este sigur că acţiunea sa este pioasă. Atunci când Socrate îi cere să definească „pietatea“, prima definiţie pe care acesta o prezintă este că pietatea este ce le este plăcut zeilor (6e – 7a). Cu flerul său caracteristic, Socrate arată că de aici rezultă că ceva poate fi deopotrivă o pietate şi o impietate (8a). Mai târziu, Euthyphron îşi schimbă părerea[2]. Este uşor să se interpreteze acest pasaj supersimplificat şi să se considere că Euthyphron respinge definiţia sa pur şi simplu pentru că această definiţie implică o contradicţie. Oricum, această procedură ar fi incorectă [v. Candlish, 1983]. Euthyphron nu este incomodat de ideea că ceva poate fi deopotrivă o pietate şi o impietate (8a). (Şi nici măcar Socrate, care, mai târziu, acceptă că ceva poate fi, deopotrivă, o pietate şi o impietate (8d)). Atunci când, în fapt, Euthyphron se apără împotriva atacului lui Socrate (8b), el se apără împotriva posibilităţii ca fapta sa (acuzarea tatălui său) să fie deopotrivă o pietate şi

---

[2] Prescurtat, argumentul decurge după cum urmează: Să presupunem că pietatea este ce le este plăcut zeilor. Zeii, însă, pot fi sau sunt dezbinaţi între ei, astfel că o faptă plăcută unui zeu poate fi urâtă altuia. Admiţând că pietatea este ce le este plăcut zeilor, rezultă că aceeaşi faptă ar putea fi deopotrivă o pietate şi o impietate. Euthyphron acceptă mai târziu că pietatea este ce le este plăcut *tuturor* zeilor, o faptă impioasă fiind o faptă urâtă de *toţi* zeii. (*N.T.*)

o impietate. Astfel, el interpretează argumentul lui Socrate ca arătând că fapta sa poate fi o impietate (chiar dacă este pioasă), ceea ce el nu poate accepta. Astfel, argumentul lui Socrate este eficient fără supoziția generală conform căreia contradicțiile sunt inacceptabile. Este eficient, deoarece această contradicție particulară este inacceptabilă.

Aceasta ilustrează exact felul în care paraconsistența nu arată că *reductio ad absurdum* este o formă inutilă de argument într-un context retoric. *Reductio* este doar un tip special de argument *ad hominem*: un argument care arată că anumite opinii au consecințe inacceptabile.

4. Inacceptabilitatea generală a contradicțiilor și acceptabilitatea particulară a unor contradicții

Să sondăm mai profund. În definitiv, care ar fi motivul pentru care un adept al paraconsistenței ar fi dispus să respingă o contradicție? La urma urmei, *justificarea* clasică pentru a respinge o contradicție este aceea că o contradicție este vădit neadevărată, și, ca atare, este de neacceptat. O dată ce admitem că pot fi adevărate contradicțiile, de ce am fi dispuși să le respingem?

În parte, cred că răspunsul la această întrebare este acela că, odată ce ne familiarizăm cu ideea că unele contradicții sunt adevărate, s-ar putea să nu mai fim chiar atât de dispuși să le respingem. Eu, de pildă, am ajuns să fiu mult mai precaut de când am devenit un adept al paraconsistenței. Aceasta nu ajunge, însă, la fondul problemei. Căci, deși unele contradicții sunt adevărate, rămâne încă supoziția, și chiar una rezonabilă, că este mult mai probabil ca o contradicție luată la întâmplare să nu fie adevărată decât să fie adevărată. Căci numărul de contradicții adevărate este relativ mic în comparație cu numărul celor neadevărate. Desigur, „relativ mic" este aici o aparență înșelătoare. Dat fiind orice limbaj în care apar propoziții paradoxale, vor fi tot atât de multe propoziții paradoxale câte propoziții. (Dacă A este paradoxală, tot așa sunt $A \vee A$, $A \wedge A$, $\neg A$ etc.). Cu toate acestea, frecvența cu care întâlnim propoziții paradoxale în *raționarea obișnuită* este foarte redusă. În cel mai bun (cel mai rău?) caz, propozițiile paradoxale apar doar în anumite circumstanțe logico-matematice, juridice sau dialectice (și poate în câteva alte circumstanțe). Dar acestea abia dacă dau seama de temele raționării noastre obișnuite și chiar acolo unde sunt astfel de teme, frecvența apariției propozițiilor paradoxale este, totuși, redusă. Tocmai frecvența redusă a propozițiilor paradoxale în discursul nostru justifică presupoziția generală conform căreia o contradicție întâlnită nu este paradoxală. În cazuri particulare, s-ar putea să fie necesar să examinăm amănunțit această presupoziție și poate să o respingem, dar ea furnizează în mod obiectiv *justificarea* pentru eficiența argumentelor prin *reductio*.

Toate acestea pot fi foarte bune, dar ridică următoarea întrebare evidentă: cum distingem dacă o anumită contradicţie $A \wedge \neg A$ *este* adevărată? Întrebarea merită să fie pusă, dar răspunsul este simplu şi, aproape sigur, dezamăgitor. Stabilim că acea contradicţie este adevărată, stabilind că *A* este adevărată şi stabilind că $\neg A$ este adevărată. Dar cum stabilim că *A* este adevărată? Din nefericire, nu există un răspuns universal la această întrebare. (Dacă ar exista, viaţa ar fi mult mai uşoară!). Fiecare domeniu de cercetare are propriile sale teste (supuse greşelii) pentru adevăr. Aceasta este tot ceea ce se poate spune cu folos în general. Cu toate acestea, poate că merită să examinăm un exemplu particular: antinomiile teoriei mulţimilor.

Să presupunem că pornim (aşa cum am făcut-o, istoric) cu o încredinţare în axiomele teoriei naive a mulţimilor. Acestea conduc la o contradicţie. Vom continua să acceptăm axiomele *şi* contradicţia sau vom respinge contradicţia şi vom încerca să reformulăm axiomele? În mod clar, ceea ce trebuie făcut este să examinăm ambele posibilităţi. Numai una dintre acestea a fost urmărită cu multă vigoare până acum: cea de a doua. Rezultatele nu au fost încurajatoare. Reformulările sunt întotdeauna *ad-hoc* (cu justificări neînsemnate – cel puţin pentru a rezista la presiuni binevoitoare), arbitrare (dovadă în cât de multe feluri pot fi făcute) şi au drept consecinţă respingerea unei părţi considerabile a raţionării naive, perfect valabilă. (Priviţi confuzia din fundamentele teoriei categoriilor). În comparaţie cu aceasta, cealaltă posibilitate implică puţine lucruri care ar putea merge într-o direcţie greşită. Singura sa problemă este că prea mult s-ar putea dovedi a fi paradoxal. Este perfect în regulă că mulţimea lui Russell este şi nu este propriul său membru, dar ar fi prea mult dacă am putea dovedi că orice ordinal este identic cu orice alt ordinal (precum şi diferit de orice alt ordinal) sau chiar că $0 \neq 0$. Aceste rezultate par neverosimile. Rezultatele lui Brady (1989), reprezintă un pas important în clarificarea problemei, dar este limpede că trebuie întreprinse mai multe cercetări.

Oricum, odată ce aceste două posibilităţi au fost examinate, trebuie să alegem una dintre ele. Alegerea este destul de evidentă, dar putem fi puţin mai formali în această privinţă. După cum a arătat filosofia ştiinţei, pare a fi în principiu imposibil de stabilit un criteriu unic pentru teoria deciziei. Mai curând, există un set de criterii, incluzând grade şi o câtime de *ad-hoc*, productivitate, capacitate de rezolvare de probleme etc. Nu este greu de văzut că, atunci când se face comparaţia, teoria naivă, inconsistentă, a mulţimilor îşi depăşeşte competitorii. Voi lăsa detaliile argumentului pentru a fi tratate amănunţit în altă parte (deşi unele dintre argumente sunt date în Priest, 1989, 1983b). Este suficient pentru moment că am arătat ce fel de consideraţii ar putea duce la acceptarea raţională a unei contradicţii. Acestea se dovedesc a fi unele foarte familiare.

5. O problemă importantă

În următoarea secțiune doresc să trec la considerarea lui *reductio ad absurdum* în contextul demonstrației, mai curând decât în cel al criticii, dar înainte de a aceasta, trebuie semnalată o problemă care merită să fie considerată separat.

Să presupunem că cineva acceptă o disjuncție, $A \vee B$. Nimic, deocamdată, nu forțează persoana respectivă să accepte unul sau altul dintre disjuncți, A sau B. Totuși, să presupunem că acea persoană ajunge să respingă unul dintre disjuncți, să zicem pe A, dar continuă să accepte $A \vee B$. Atunci, persoana respectivă este angajată la acceptarea celuilalt disjunct, B. *Justificarea* pentru aceasta este exact condiția de adevăr a disjuncției: $A \vee B$ este adevărată, ddacă A este adevărat sau B este adevărat (sau, într-un alt jargon, primordialitatea Adevărului). Cel care se angajează la $A \vee B$ nu se angajează în felul acesta nici la B și nici la A. Totuși, el este angajat rațional la acceptarea unuia dintre disjuncți, dacă îl respinge pe celălalt. Desigur, persoana în chestiune poate să refuze să fie rațională și să facă ceea ce trebuie făcut, dar aceasta este nerelevant; ceea ce trebuie să facă, în mod rațional, este clar. (Acest punct de vedere a fost susținut viguros, în mai multe rânduri, de Meyer, 1978; v., de exemplu, pp. 87, 90n.)

Cititorului superficial poate să i se pară că justificarea pentru acest comportament se bazează pe o aplicare a silogismului disjunctiv: $A \vee B$ este adevărată. Prin urmare, A este adevărat sau B este adevărat. Dar A nu este adevărat. De aici rezultă că B este adevărat. Totuși, este incorect. Justificarea pentru această procedură este una retorică, nu una formală. Dacă $A \vee B$ este acceptată și A este respins, B trebuie să fie acceptat.

Dacă această distincție nu este clară, comparați-o cu următoarea: Dacă cineva acceptă $A \rightarrow B$ ca adevărată și acceptă că $\neg B$ este adevărată, atunci trebuie să accepte că $\neg A$ este adevărată. Justificarea pentru aceasta este validitatea formală a lui *modus tollendo tollens*: $(A \rightarrow B, \neg B / \neg A)$. Totuși, dacă acceptă $A \rightarrow B$ și respinge B, atunci în mod clar este cel mai bine să respingă pe A. Totuși, acesta nu este *modus tollendo tollens*. Chestiunea esențială aici este că acceptarea lui $\neg A$ ca adevărată este diferită de respingerea lui A. Cineva poate să respingă pe A fără să accepte $\neg A$. (Dacă, de exemplu, susține, probabil pe temeiuri intuiționiste, că deopotrivă A și $\neg A$ pot să nu aibă loc). Reciproc, cineva poate să accepte $\neg A$ fără să respingă pe A (De pildă, dacă acceptă posibilitatea ca A să fie paradoxal). Silogismul disjunctiv depinde de acceptarea lui $\neg A$, procesul care ne preocupă depinde de respingerea lui A.

Pentru a rezuma: dacă cineva acceptă $A \vee B$ și respinge pe A, atunci trebuie în mod rațional să accepte pe B. Să numim aceasta principiul acceptării pentru disjuncție (PAD). PAD poate fi simbolizat simplu. Să folosim $\vdash_x$ pentru „x acceptă că" și $\dashv_x$ pentru „x respinge că" (notația îi aparține lui Richard Routley). Atunci, presupunând că x este un agent rațional, PAD este pur și simplu

$$(\vdash_x A \vee B) \wedge (\dashv_x A) \rightarrow \vdash_x B \qquad \text{(PAD)}$$

O problemă evidentă în acest punct este următoarea. Noi luăm paraconsistența în serios. PAD pare foarte rezonabil pentru o minte clasică, dar ce se întâmplă dacă permitem deopotrivă acceptarea și respingerea unui enunț de către cineva? Aceasta subminează PAD? Dacă x acceptă $A \vee B$ și respinge pe A, atunci mai este x angajat la acceptarea lui B, chiar dacă acceptă pe A?

Aici apar două chestiuni importante. În primul rând, adeptul paraconsistenței nu este în nici un fel angajat față de concepția conform căreia toate contradicțiile (sau perechile de contrarii) sunt realizabile. În particular, perechea $\dashv_x A$ și $\vdash_x A$ nu ar părea să fie de acest fel. Cineva care respinge pe A nu poate simultan să accepte pe A, tot așa cum o persoană nu poate simultan să prindă un autobuz și să îl piardă sau să câștige o partidă de șah și să o piardă. Dacă o persoană este întrebată dacă A sau nu A, ea poate, desigur, să răspundă „Da și nu". Totuși, aceasta nu arată că acea persoană acceptă și respinge deopotrivă pe A. Aceasta înseamnă că acea persoană acceptă deopotrivă pe A și negația sa. Mai mult, o persoană poate ezita între a accepta și a respinge un enunț. Ea poate fi, de asemenea, indecisă cu privire la ceea ce are de făcut. Dar nu poate să le facă pe ambele. În al doilea rând, chiar dacă cineva ar putea, *per impossibile*, să accepte și să respingă deopotrivă pe A, PAD nu ar eșua. Preocuparea în legătură cu PAD depinde de observația potrivit căreia faptul că cineva acceptă o disjuncție *și* unul dintre disjuncți nu implică în nici un fel că acel cineva trebuie să accepte rațional celălalt disjunct, i.e.:

$$\neg((\vdash_x A \vee B) \wedge (\vdash_x A) \rightarrow \vdash_x B)$$

Oricum, aceasta nu respinge PAD, căci ambele sunt adevărate. Astfel, dacă agentul respinge A, el *ar fi* încă angajat în mod rațional să accepte pe B, chiar dacă poate să accepte pe A. Prin urmare, iată două motive pentru care PAD nu este subminat de paraconsistență.

6. *Reductio ad absurdum* ca demonstrație

Să trecem acum la folosirea lui *reductio ad absurdum* în contextul demonstrației. Cu acest domeniu logicienii sunt mult mai familiarizați (deși numai cu aspectele formale, nu și cu cele retorice). Nu mai avem două persoane, dintre care una încearcă să schimbe concepțiile celeilalte. În loc de aceasta, avem o persoană ale cărei concepții sunt cu siguranță fixate și nu sunt deschise la revizuire, și care le demonstrează altora, deducându-le din stocul fixat. În mod tradițional, una dintre cele mai importante astfel de metode de demonstrație a fost *reductio ad absurdum*: se presupune A; din A și din alte adevăruri acceptate se deduce o contradicție; se inferă $\neg A$ și se descarcă supoziția A. Probabil că unele dintre cele

mai faimoase rezultate matematice au demonstrații care folosesc în mod esențial *reductio*: iraționalitatea lui $\sqrt{2}$, nenumărabilitatea mulțimii numerelor reale, faptul că puterea unei mulțimi x este mai mare decât x etc. Cu toate acestea, paraconsistența aruncă aici unele îndoieli asupra folosirii lui *reductio*. Ar trebui să conchidem că $\sqrt{2}$ este, la urma urmei, rațional? Să cercetăm mai îndeaproape.

Forma generală a unei demonstrații prin *reductio* este următoarea:

$$\frac{\Sigma \vdash C \Pi \vdash \neg C}{\Sigma \cup \Pi - \{A\} \vdash \neg A} \qquad (\rho)$$

unde „$\Delta \vdash B$" înseamnă că există o derivare a lui B din întreaga mulțime Δ, în care fiecare membru al lui Δ este utilizat relevant, iar $A \in \Sigma \cup \Pi$.

Toate celelalte forme ale lui *reductio* sunt reductibile la aceasta, sub supoziții rezonabile. De exemplu, dacă $\Sigma \vdash C \wedge \neg C$, atunci $\Sigma \vdash C$ și $\Sigma \vdash \neg C$. Prin urmare, $\Sigma - \{A\} \vdash \neg A$. Dacă $A \in \Sigma$ și $\Sigma \vdash \neg A$, atunci, întrucât $\{A\} \vdash A$, $\Sigma - \{A\} \vdash \neg A$ etc.

În prezent, existența contradicțiilor adevărate nu dovedește că schema ρ este nevalidă, i.e. nu putem utiliza acest fapt pentru a construi un contraexemplu la ρ și, prin urmare, nu există un temei *a priori* pentru care ρ nu ar fi acceptabilă într-o logică paraconsistentă. (Cu siguranță, nu conduce la execrabilul *ex falso quodlibet*, cu condiția să luăm pe „$\vdash$" în mod serios. Dacă ar fi să permitem ca $\{A, B\} \vdash A$, atunci am obține $\{A, \neg A\} \vdash \neg B$, după cum urmează:

$$\frac{\{A\} \vdash A \{\neg A, B\} \vdash \neg A}{\{A, \neg A\} \vdash \neg B}$$

Dar, în general, nu există nici o modalitate de a obține pe $\{A, B\} \vdash A$, după cum știm acum. Într-adevăr, ρ are loc în unele dintre cele mai puternice logici paraconsistente, cum este *R*.

Totuși, ρ eșuează cu siguranță în unele logici paraconsistente slabe, cum este logica mea din 1980. (Cu toate că, încă odată, anumite cazuri speciale pot să aibă loc). Acest fapt nu este surprinzător. Căci, deși nu putem folosi existența contradicțiilor adevărate pentru a produce un contraexemplu la ρ, existența acestora subminează întrucâtva *justificarea* lui ρ. Într-adevăr, putem lua partea principală a unei demonstrații prin *reductio*, deducerea unei contradicții din A și anumite axiome, drept un criteriu al adevărului lui $\neg A$. Dar de ce am face-o, dacă o contradicție poate fi adevărată?

Să presupunem atunci (după cum pare a fi verosimil) că ρ nu este în general acceptabilă din punct de vedere paraconsistent. Ar trebui să nu mai folosim această schemă în demonstrații? Răspunsul este „nu" și decurge simplu din discuția noastră despre *reductio* în contextul criticii. Căci contextul demonstrației este ușor de asimilat contextului criticii. X a acceptat că toți membrii lui $\Sigma \cup \Pi$ sunt adevă-

rați. Y îl forțează să admită că $\Sigma \vdash C$ și $\Pi \vdash \neg C$. Este vorba doar despre faptul că X și Y sunt una și aceeași persoană. Acum, în această situație, X are o alegere de făcut. Toți membrii lui $\Sigma \cup \Pi$, cu excepția lui A, sunt intangibili, întrucât sunt axiome. X poate continua să accepte pe A și să accepte contradicția $C \wedge \neg C$. Cu toate acestea, el poate, și cu temeiuri excelente (după cum am discutat), să respingă atât contradicția, cât și pe A. Cu condiția ca supoziția conform căreia domeniul în chestiune nu este unul paradoxal (sau, cel puțin, dacă este, ca enunțul C să nu fie unul dintre paradoxe) să fie rezonabilă, atunci este rezonabil să respingă pe A.

Totuși, aceasta nu ne dă, ca atare, concluzia formală a lui *reductio*. X poate să fi respins pe A, dar, după cum am văzut, aceasta nu este același lucru cu acceptarea lui $\neg A$. Aici intră în scenă PAD. Căci dacă X acceptă $A \vee \neg A$ ca fiind adevărată, atunci când respinge A el trebuie, conform PAD, să accepte $\neg A$. Acum, instanțele legii terțului exclus pot fi suspectate în anumite ocazii, dar, în general, este rezonabil să acceptăm majoritatea instanțelor sale. Prin urmare, în majoritatea cazurilor, pasul va fi unul foarte rezonabil. Astfel, cu condiția să acceptăm $A \vee \neg A$ și să respingem caracterul paradoxal al lui C, ambele fiind foarte rezonabile, putem accepta concluzia unei demonstrații formale care utilizează *reductio ad absurdum*. Esențialmente, acceptabilitatea demonstrației rezidă în respingerea posibilității ca enunțul C să fie paradoxal. Aceasta se poate formula ușor mai general, folosind noțiunile de consistență/ inconsistență locală. Acestea sunt noțiuni paraconsistente simple, dar importante. Dacă Σ este orice mulțime deductiv închisă de enunțuri, Σ este *local consistentă* în raport cu B, ddacă sau $B \notin \Sigma$, sau $\neg B \notin \Sigma$. Σ este *local inconsistentă* în raport cu B ddacă nu este local consistentă în raport cu B. (Definiția poate fi extinsă la mulțimi care nu sunt deductiv închise, prin închiderile lor deductive). Un caz special al inconsistenței locale are loc atunci când Σ este $Ad_{\mathbf{L}}$, mulțimea adevărurilor unui limbaj **L**. În multe cazuri (de exemplu, dacă **L** este semantic închis), $Ad_{\mathbf{L}}$ este (global) inconsistentă. Totuși, $Ad_{\mathbf{L}}$ poate fi local consistentă în anumite puncte. Într-adevăr, este evident că $Ad_{\mathbf{L}}$ este local consistentă în raport cu A, ddacă A nu este paradoxal. Prin urmare, o demonstrație prin *reductio* a cărei concluzie are drept subdemonstrație pe $C \wedge \neg C$ este acceptabilă, cu condiția să putem respinge în mod rezonabil inconsistența locală a $Ad_{\mathbf{L}}$ în raport cu C, unde **L** este limbajul utilizat.

Să ne întoarcem acum la problema dacă $\sqrt{2}$ este rațional, dacă mulțimea numerelor reale este numărabilă etc. Primii pași în analiza acestor probleme constau din (a) a stabili sistemul corect de logică paraconsistentă și (b) a determina dacă formele specifice ale lui *reductio* utilizate în aceste argumente sunt valide. Acestea sunt chestiuni importante. Totuși, sunt prea detaliate pentru a fi discutate aici. În loc de aceasta, să presupunem, cel puțin pentru beneficiul discuției, că aceste demonstrații nu sunt formal valide. Problema acceptabilității acestor rezultate depinde acum de acceptabilitatea unui argument general prin *reductio*, care, după cum am văzut, depinde esențialmente de problema consistenței locale. Nimeni nu a produs vreodată un temei pentru a presupune că teoria standard de ordinul doi a numerelor reale este inconsistentă. Prin urmare, dat fiind oricare

dintre membri săi A, este rezonabil să respingem supoziţia că teoria este local inconsistentă în raport cu A. Astfel, este rezonabil să acceptăm că o demonstraţie prin *reductio* funcţionează în acest context şi deci că $\sqrt{2}$ este iraţional şi mulţimea numerelor reale este nenumărabilă. Întorcându-ne la demonstraţia conform căreia puterea mulţimii x este de cardinalitate mai mare decât x, putem avea foarte bine, în virtutea paradoxurilor teoriei mulţimilor, unele temeiuri pentru a suspecta că în această demonstraţie apare o paradoxalitate. Totuşi, nimeni nu a arătat vreodată că este rezonabil să se presupună că mulţimile obişnuite au proprietăţi inconsistente, astfel că pare rezonabil a accepta că demonstraţia arată că, cel puţin pentru majoritatea mulţimilor x de care matematicienii sunt interesaţi, puterea mulţimii x este de cardinalitate mai mare decât x. Cu toate acestea, cineva poate avea îndoieli foarte serioase despre faptul dacă puterea mulţimii r a lui Russell, a mulţimii Or a tuturor numerelor ordinale şi a mulţimii universale V sunt mai mari decât mulţimile însele.

În acest punct trebuie să replicăm unei obiecţii. Dacă avem un temei pentru a ne îndoi cu privire la demonstraţiile prin *reductio* în aria mulţimilor r, V şi Or, nu punem în primejdie pretenţia că există contradicţii adevărate? Căci multe paradoxuri sunt obţinute folosind argumente prin *reductio* în vecinătatea acestor mulţimi. Răspunsul este „nu". Mai întâi, paradoxul lui Russell:

$$\forall x(x \in r \leftrightarrow x \notin x)$$

$$r \in r \leftrightarrow r \notin r$$

$$r \in r \wedge r \notin r$$

foloseşte *reductio* doar în forma foarte slabă

$$\frac{A \rightarrow \neg A}{\neg A},$$

care este echivalenta legii terţului exclus şi are în loc în majoritatea logicilor paraconsistente, chiar şi în cele mai slabe. Mai mult, paradoxul lui Burali-Forti se demonstrează fără a folosi *reductio*. Căci putem da argumente independente atât pentru $Or \in Or$, cât şi pentru $Or \notin Or$. Dacă Or este mulţimea (lui von Neumann) a ordinalelor, atunci Or este o mulţime tranzitivă bine ordonată de ordinale şi deci este un ordinal, i.e. $Or \in Or$. Mai departe, întrucât ordinalele sunt, prin definiţie, bine ordonate prin relaţia $\in$, $\forall \alpha (\alpha \in Or \rightarrow \alpha \notin \alpha)$. Prin urmare, în particular, $Or \notin Or$.

Similar, să considerăm paradoxul celui mai mic indefinibil ordinal (fără parametri). Întrucât mulţimea ordinalelor este nenumărabilă, acesta există şi este indefinibil. Dar noi tocmai l-am definit. (Reţineţi, de asemenea, că existenţa ordinalelor nenumărabile poate fi dovedită fără o demonstraţie prin *reductio*. Fie $\beta = \{\alpha | \alpha$ este un ordinal numărabil$\}$. β este un ordinal şi deci $\beta \notin \beta$. Astfel, β nu

este un ordinal numărabil). Pentru o examinare amănunțită a paradoxurilor care nu utilizează *reductio*, vezi Priest, 1983a.

Astfel, respingerea parțială a demonstrațiilor prin *reductio* nu subminează paraconsistența. Oricum, pentru a rezuma această secțiune, am văzut că, acolo unde inconsistența locală este respinsă, o demonstrație prin *reductio* este perfect rezonabilă. Paraconsistența poate ruina încrederea oarbă în *reductio* ca metodă de demonstrație. Dar pune în loc opinia întemeiată pe rațiune.

7. *Modus tollendo ponens*

Și acum să rămânem în contextul demonstrației, dar să ne îndreptăm atenția către o regulă de inferență care a provocat recent unele controverse în cercul adepților logicilor relevante. Problema este acceptabilitatea formei de inferență *modus tollendo ponens* (MTP) sau, pentru a-i da un nume mai familiar, silogismul disjunctiv. Aceasta este forma de inferență

$$\{A, \neg A \vee B\} \vdash B.$$

Anderson și Belnap susțineau în 1975, secțiunea 25, că forma de axiomă a MTP este falsă, i.e. că $A \wedge (\neg A \vee B) \rightarrow B$ este falsă. Ideea este că aceasta cuprinde o eroare de relevanță. Totuși, ceea ce susțin ei este, oarecum, mai puțin decât convingător. Mai întâi, antecedentul și consecventul acestui principiu *satisfac* condiția lui Anderson și Belnap pentru relevanță, și anume au o variabilă în comun. După cum se știe, aceasta nu a fost considerată niciodată drept o condiție suficientă, ci mai curând drept una necesară. Oricum, $A \wedge (\neg A \vee B)$ apare pentru toată lumea ca și cum ar fi relevantă pentru B. În plus, este foarte dificil pentru ei să spună de ce ar trebui să ne abținem de la folosirea MTP. În definitiv, din punct de vedere clasic s-ar părea că nu există nici o situație în care premisele să fie adevărate și concluzia falsă. Așadar, dacă știm că premisele sunt adevărate, de ce nu am putea infera concluzia?

Anderson și Belnap au dreptate atunci când susțin că MTP este formal nevalid (cu toate că, desigur, unele instanțe de substituție ale sale pot fi valide). Totuși, explicația acestui fapt este furnizată de paraconsistență. MTP nu este o eroare de relevanță: pur și simplu eșuează în a conserva adevărul. Dacă A și $\neg A$ sunt adevărate, atunci premisele sunt adevărate, oricum ar fi B. Desigur, Anderson și Belnap nu cred în contradicțiile adevărate, astfel încât nu pot adopta această cale, ceea ce face ca respingerea MTP să fie filosofic instabilă. Prin urmare, nu este surprinzător să afli că alt adept al logicilor relevante, Meyer, care, de asemenea, nu ia paraconsistența prea în serios, argumentează că MTP este o formă de inferență perfect acceptabilă (cel puțin în situații „normale"). (v. articolul său, 1978). Totuși, într-un anumit sens, Meyer are

dreptate: MTP este acceptabil în situaţii consistente. Am susţinut eu însumi aceasta (în articolul meu, 1979, secţiunea IV.1). Oricum, chestiunea trebuie să fie examinată cu atenţie, întrucât este mult mai subtilă decât pare.

Se poate crede că, dacă adăugăm o premisă suplimentară conform căreia $A \wedge \neg A$ nu este adevărată, silogismul disjunctiv este valid. Astfel, fie T operatorul de adevăr. Atunci, deşi nu putem argumenta de la $A \wedge (\neg A \vee B)$ la B, putem argumenta valid de la $\neg T(A \wedge \neg A)$ şi $A \wedge (\neg A \vee B)$ la B, i.e.

$$\{A \wedge (\neg A \vee B), \neg T(A \wedge \neg A)\} \vdash B.$$

Totuşi, este incorect. Nevaliditatea MTP este dovedită luând în mod serios posibilitatea contradicţiilor adevărate. În plus, dacă situaţia este inconsistentă, adăugarea unei premise suplimentare pentru a arăta că nu este aşa nu va schimba situaţia – observaţie făcută de Belnap şi Dunn (1983). În particular, adevărul lui $\neg T(A \wedge \neg A)$ nu exclude adevărul lui A şi $\neg A$! Dacă A şi $\neg A$ sunt adevărate, tot aşa este şi $A \wedge \neg A$ şi tot aşa este $\neg T(A \wedge \neg A)$. Dar aceasta poate fi doar o altă contradicţie adevărată şi dacă este, antecedenţii inferenţei pot fi adevăraţi, în timp ce concluzia este oarecare. (Să notăm că dacă acceptăm T-schema şi contrapoziţia, atunci $\neg T(A \wedge \neg A)$ este *întotdeauna* adevărată! Căci $T(A \wedge \neg A) \leftrightarrow A \wedge \neg A$. Deci $\neg(A \wedge \neg A) \leftrightarrow \neg T(A \wedge \neg A)$. Dar partea stângă a acestei formule este o tautologie, clasică *şi* paraconsistentă (v. articolul meu din 1979, III.8).

Ar fi posibil să se impună vreo altă condiţie pentru A, care ar putea fi adăugată silogismului disjunctiv pentru a-l face entimematic valid? Ideea evidentă este că o anumită interpretare a lui „A nu este paradoxal" ar trebui să realizeze această stratagemă. Totuşi, nu o va realiza. Problema este că nu există nici o garanţie *a priori* că enunţul „A nu este paradoxal" nu este el însuşi paradoxal. Astfel, chiar „A nu este paradoxal $\wedge A \wedge \neg A$" poate fi adevărat. Şi dacă este, toate premisele silogismului disjunctiv entimematic sunt adevărate, în timp ce concluzia este una oarecare. Nu este dificil nici să arătăm că atribuirile caracterului paradoxal pot fi ele însele paradoxale. Să considerăm doar

(1) Această propoziţie este falsă şi nu este paradoxală.

Dacă (1) este adevărată, atunci este falsă şi nu este paradoxală. Prin urmare (1) este paradoxală şi nu este paradoxală. Dacă (1) este falsă, atunci este adevărată sau paradoxală. Dacă este adevărată, atunci este paradoxală şi nu este paradoxală, ca mai sus. Dacă este paradoxală, este cu siguranţă adevărată şi deci este paradoxală şi nu este paradoxală. Prin urmare, (1) este paradoxală şi nu este paradoxală.

De fapt, putem demonstra că nu există nici o condiţie impusă lui A, $C(A)$, care, adăugată la premisele silogismului disjunctiv, să ne permită să inferăm valid

concluzia. (Această observaţie este datorată lui Eroll Martin). Să presupunem că pentru o $C(A)$ oarecare,

$$\{C(A), A \wedge (\neg A \vee B)\} \vdash B.$$

Atunci

$$\{C(A) \wedge A \wedge (\neg A \vee B)\} \vdash B.$$

Dar

$$\{C(A) \wedge A \wedge \neg A\} \vdash C(A) \wedge A \wedge (\neg A \vee B),$$

de unde

$$\{C(A) \wedge A \wedge \neg A\} \vdash B.$$

Dar aceasta *este* o eroare de relevanţă. Astfel, silogismul disjunctiv nu poate fi salvat prin această abordare.

Pentru a rezuma cele spuse până acum: nu se poate produce nici un enunţ care să forţeze o formulă să se comporte consistent. Putem să spunem „A se comportă consistent", dar, întrucât este posibil ca „metateoria" noastră să fie inconsistentă, aceasta nu poate *impune* comportamentul consistent. Aceasta este doar una dintre realităţile incontestabile ale vieţii paraconsistente.

Cum trebuie să fie înţeleasă, atunci, pretenţia că MTP este acceptabil în situaţii consistente? S-a sugerat că dacă trecem de la domeniul raţionării efective la cel al metateoriei, vizând situaţia în care se află cel care raţionează, putem obţine o înţelegere corectă. Astfel, fie T o teorie (situaţie, mulţime de propoziţii etc.). Atunci, dat fiind doar faptul că T este consistentă (i.e. $A \in T \rightarrow \neg A \notin T$) şi completă (i.e. $A \vee B \in T \rightarrow A \in T$ sau $B \in T$), din $A \in T$ şi $\neg A \vee B \in T$ putem infera că $B \in T$ (*). Acest argument poate fi găsit în Routley şi Routley, 1972, p. 329.

Cu toate acestea, ca de obicei, retragerea în metateorie nu rezolvă problema, ci doar o deplasează. Căci argumentul pentru (*) decurge esenţialmente după cum urmează:

(1) Fie $\neg A \vee B \in T$

(2) Atunci $\neg A \in T$ sau $B \in T$, întrucât T este completă.

(3) Dar $A \in T$

(4) Deci $\neg A \notin T$, întrucât T este consistentă

(5) Astfel, $B \in T$ prin (2) şi (4).

Problema evidentă cu acest argument este aceea că pasul (5) este aplicaţie a MTP.

S-ar putea sugera că acest fapt face ca poziția lui Routley și Routley să fie deschisă la un argument *ad hominem*. Totuși, aceasta ar fi o greșeală. La urma urmei, ei încearcă să arate că *unele* aplicații ale MTP sunt acceptabile. Oricum, este clar că MTP nu poate fi utilizat pentru a justifica folosirea MTP fără a presupune, într-un anumit sens, ceea ce trebuie demonstrat. (Situația este exact analoagă cu justificarea inductivă a inducției). Mai mult, și cel mai important în acest context, dacă vom continua încercarea de a stabili condițiile sub care MTP poate fi folosit în mod legitim și de ce poate fi folosit astfel, atunci, din cauza folosirii MTP, acest argument nu ne este de mare ajutor. Routley și Routley sunt într-adevăr conștienți de această problemă și recurg la o încercare ingenioasă de a justifica aplicarea MTP. Căci ei vorbesc despre „non-apartenență [a lui $\neg A$], dacă T poate fi folosită pentru a elimina apartenența lui $\neg A$ *dată fiind doar o relație de apartenență consistentă*" (op. cit., p. 329, sublinierea îmi aparține). Totuși, aceasta nu ne va ajuta. Căci este vorba exact despre pretenția că MTP este utilizabil în situații consistente, ale căror sensuri și justificări încercăm să le determinăm. Prin urmare, nu ajungem nicăieri. (Într-adevăr, dacă aici este invocată consistența globală, stăm mult mai rău: relația de apartenență este în mod notoriu inconsistentă).

S-ar putea întâmpla să existe demonstrații ale (*) care să nu folosească MTP. Oricum, nu cunosc o astfel de demonstrație și nu mă aștept să găsesc vreuna. Căci tipurile de considerații care produc un contraexemplu la silogismul disjunctiv entimematic sugerează că putem găsi un contraexemplu la (*). Esențialmente, tot ce ne trebuie este o teorie consistentă T, astfel încât $\neg A \in T$ și $A \in T$, dar astfel încât să nu ne putem mulțumi cu $B \in T$ pentru un T oarecare. Producerea unei teorii consistente inconsistente rămâne o problemă deschisă.

În final, înainte de a părăsi această abordare a MTP, să notăm că fără MTP putem demonstra o rudă a (*), și anume

$$(T \text{ este consistentă} \wedge T \text{ este completă} \wedge (\neg A \vee B \in T) \wedge (A \in T)) \supset B \in T.$$

Las demonstrația ca exercițiu. (Totuși, cei care vor să trișeze pot consulta demonstrația lui Meyer, conform căreia γ are loc pentru R în forma unei implicații materiale; v. 1978, pp. 59–65). Dar aceasta nu ne ajută prea mult. Căci, chiar dat fiind antecedentul, nu putem infera că $B \in T$, dacă nu putem folosi în mod legitim MTP, iar ceea ce încercăm încă să stabilim este tocmai *modus operandi* al MTP.

Până acum am tras un loz necâștigător. Cum trebuie să înțelegem pretenția că MTP este acceptabil în situații consistente? De fapt, răspunsul este foarte simplu și decurge imediat din discuția noastră anterioară despre *reductio ad absurdum*. Să presupunem că avem demonstrații necondiționate pentru A și $\neg A \vee B$. Atunci avem o demonstrație necondiționată pentru $A \wedge (\neg A \vee B)$ și de aici $(A \wedge \neg A) \vee B$. Dar, așa cum am explicat în secțiunea 4, este adesea rezonabil să respingem o contradicție și, deci, prin PAD, cu condiția să respingem pe $A \wedge \neg A$, trebuie să acceptăm pe B. Aceasta este soluția la problema MTP. Este rezonabil să acceptăm

concluzia unei aplicaţii a MTP, cu condiţia să putem respinge în mod rezonabil o anumită contradicţie. Dar respingerea lui $A \wedge \neg A$ este exact respingerea inconsistenţei locale a contextului în problema cu privire la A. Astfel, totul depinde de respingerea unei inconsistenţe locale.

Este absolut esenţial să se distingă aici între acceptarea consistenţei (locale) şi respingerea inconsistenţei (locale). Ar trebui să fie evident de acum că acestea sunt distincte. În plus, acceptarea consistenţei locale nu este suficientă pentru a face loc MTP. După cum am văzut, nu există nici o condiţie asupra lui A, a cărei acceptare va face să funcţioneze MTP. Această sarcină este îndeplinită de respingerea inconsistenţei (locale).

8. Concluzie: inferenţe cvasi-valide

Discuţia despre MTP poate fi aplicată unei clase generale de inferenţe din care MTP este doar un membru. Acestea sunt inferenţe cvasi-valide. O inferenţă este *cvasi-validă*, dacă este validă din punct de vedere clasic, dar nevalidă din punct de vedere paraconsistent (v. articolul meu, 1979, IV.1). Se poate vedea că o concluzie a unei inferenţe cvasi-valide este perfect acceptabilă, cu condiţia să putem respinge în mod rezonabil o anumită inconsistenţă locală. Să considerăm o inferenţă cvasi-validă $A_1 \ldots A_n/B$. Întrucât această inferenţă este validă din punct de vedere clasic, $\neg(A_1 \wedge \ldots \wedge A_n) \vee B$ este o tautologie clasică şi paraconsistentă. (v. articolul meu, 1979, §III.13). Să presupunem că avem o demonstraţie pentru $A_1 \ldots A_n$. Atunci se poate obţine imediat o demonstraţie pentru formula $((A_1 \wedge \ldots \wedge A_n) \wedge \neg(A_1 \wedge \ldots \wedge A_n) \vee B$. Cu condiţia să putem respinge în mod rezonabil inconsistenţa locală în legătură cu $A_1 \wedge \ldots \wedge A_n$, putem accepta în mod rezonabil pe B prin PDA, ceea ce trebuia stabilit.

Petru a rezuma ideea principală a întregului articol, *reductio ad absurdum*, *modus tollendo ponens* şi toate inferenţele cvasi-valide sunt perfect acceptabile, cu condiţia să putem respinge în mod rezonabil inconsistenţa locală. Şi, după cum am văzut, acesta este în mod obişnuit cazul.

Bibliografie

[1] ANDERSON, A. R., BELNAP, N. D., Jr – *Entailment*, Princeton University Press., 1975.

[2] BELNAP, N. D., JR., DUNN, J. M. – *Entailment and the Disjunctive Syllogism*, în G. Flöistad (ed.), *Contemporary Philosophy*, vol. 1, Nijhoff, 1983.

[3] BRADY, R. – „The Non-triviality of Dialectical Set Theory", în acest volum, capitolul XVI, pp. 437–471, 1989.

[4] CANDLISH, S. – „*Euthyphro* 6D–9B and its misinterpretations", *Apeiron* XVII, pp. 28–32, 1983.

[5] MEYER, R. – „Why I am not a Relevantist", *Research Paper* No. 1., Logic Group, Canberra: Australian National University, 1978.

[6] PRIEST, G. – „Logic of paradox", *Journal of Philosophical Logic*, **8**, pp. 219–241, 1979.

[7] **Priest, G.** – „Sense, entailment and *modus ponens*", *Journal of Philosophical Logic* **9**, pp. 415–435, 1980.

[8] **Priest, G.** – „The logical paradoxes and the law of excluded middle", *Philosophical Quarterly*, **33**, pp. 160–165, 1983a

[9] **Priest, G.** – „An antirealist account of mathematical truth", *Sinthése*, **57**, pp. 49–65, 1983b.

[10] **Priest, G.** – *Clasical logic Aufgehoben*, în acest volum, capitolul IV, pp. 131–148, 1989.

[11] **Routley, R., Routley, V.** – „The semantics of first degree entailment", *Noûs*, **6**, pp. 335–358, 1972.



Paraconsistenţa şi limitele gândirii

Ioan BIRIŞ

Încrederea, încă din vechime, în forţa gândirii, s-a asociat cu ideea unui caracter universal al consistenţei. În schimb, confruntararea, la fel de veche şi ea, sub un aspect sau altul, cu anumite limite ale gândirii, atrage după sine ipoteza paraconsistenţei. Faţă de paraconsistenţă (sau inconsistenţă), atrag atenţia Nicholas Rescher şi Robert Brandom într-o lucrare dedicată acestui subiect (Rescher, N., Brandom, R., 1979), încă de la Aristotel, printre logicienii din tradiţia occidentală se manifestă o adevărată fobie. În general, se consideră că paraconsistenţa se instalează în acele „lumi", „universuri de discurs" sau „teorii", în care anumite teze se obţin împreună cu negaţiile lor. Iar acest lucru se întâmplă când se trece de limitele gândirii „logice".

1. Provocarea limitelor gândirii

Când vorbim despre limitele gândirii avem în vedere gândirea obiectivă (în sensul lui Frege), respectiv acele procese conceptuale – de descriere, de cunoaştere, de repetare a unor operaţii sau de concepere etc. – care, aduse dincolo de graniţele impuse de principiile logicii clasice, par să nu mai funcţioneze. Aceste limite sunt numite *dialetice* (Priest, Graham, 1995, p. 3) şi sunt considerate sub specia contradicţiilor adevărate.

Problema paraconsistenţei este supusă analizei într-un mod tot mai susţinut în ultimele decenii în contextul în care, oarecum paradoxal, problematica principiilor logice este cvasiabsentă din tratatele de logică simbolică (Botezatu, P., 1979, p. 591). Ori, „cu rare excepţii", subliniază logicianul român „au trecut neobservate două laturi critice ale formulării clasice: *incompletitudinea* tabelului tradiţional şi *insuficienţa generalizării* principiilor" (Botezatu, P., 1983, p.153).

Exemplificarea poate începe cu principiul identității. Un fin cunoscător al logicii și filosofiei științei, cum este cazul lui Emile Meyerson, aprecia că „principiul identității este cea mai vastă ipoteză din câte putem formula, pentru că el se aplică la totalitatea lumii sensibile“, dar nu trebuie să uităm că ceea ce este particular nu este niciodată „complet explicabil“ (Meyerson, E., 1912, p. 449), ceea ce face ca un deductivism, dus la limită, să eșueze oricând.

Cele mai multe confuzii apar însă în legătură cu lipsa de univocitate a ceea ce semnifică identitatea prin „este“. Acest verb este luat în multiple accepțiuni – posesie a unei însușiri, apartenență la o clasă, incluziune într-o clasă, operație de identificare, afirmarea unei existențe etc. – , dar poate exprima și ceva mai profund, anume „*persistența substanței, a esenței lucrului*, dincolo de vicisitudinile accidentelor“ (Botezatu, P., 1994, vol. I, p. 35).

Dar tocmai acest sens (tare) al identității, de „persistență a esenței“, care este nu numai logic, ci mai ales ontologic, sens impus de către Aristotel, face ca în viziunea Stagiritului speciile să fie gândite ca „eterne“, aflate în afara timpului și transformărilor (Robin, L., 1923, p. 354), și astfel noțiunile privite din perspectiva principiului identității vor avea un caracter rigid, static (Valeriu, Al., p. 172), noțiuni ce nu pot reprezenta realitatea pe care o desemnează în integralitatea ei.[1]

Aceste aspecte devin și mai clare când se aduce în discuție principiul necontradicției. Deși unii autori consideră că principiul logic al necontradicției ar putea fi redus la cel al identității, în fapt cerințele necontradicției potențează rigiditatea amintită, iar trecerea în situații de paraconsistență se produce îndeosebi prin încălcarea principiului necontradicției. Pe lângă ambiguitățile pe care le poate induce aplicarea acestui principiu în alte planuri decât cel strict logic, s-a observat de multă vreme că necontradicția nu poate pretinde un statut de validitate generală[2].

Pentru problematica paraconsistenței conexată cu limitele gândirii este, de asemenea, important să urmărim operatorii logici și unele scheme de inferență care provoacă gândirea la limită. Dacă identității îi corespunde afirmația, contradicția poate fi captată prin intermediul negației. Dar atât negația, cât și alți operatori de bază, precum conjuncția și disjuncția au fost adoptați adesea de către diferitele sisteme de logici paraconsistente într-un mod „necritic“, după cum arată Wolfgang Lenzen într-un studiu recent (Lenzen, W., 1998).

---

[1] Este interesant de remarcat faptul că această trăsătură de rigiditate se menține și la logicieni care au depășit granițele logicii clasice și au inițiat noi orientări, așa cum este și cazul lui Lesniewski, creatorul mereologiei. Pentru Lesniewski, subliniază Gr. Priest și R. Routley, verbul „este“, simbolizat prin „ε“, va fi utilizat sistematic într-un sens nediferențiat (Gr. Priest, R. Routley, J. Norman, eds., 1989, p.11).

[2] Asemenea concluzii au dinamizat cercetările logice, iar în ceea ce privește „logica principiilor“ (chiar dacă nu s-a bucurat de același interes ca alte domenii), încercările de nuanțare au mers, de exemplu, în studiile românești cel puțin, de la un interes pronunțat epistemologic, cum este cazul lui Noica (Noica, C., 1972), care propune ca între principiul identității și cel al necontradicției (ca extreme) să fie introdus principiul conexiunii necesare, către un interes constructiv de amploare pentru reconfigurarea sistemului principiilor logice, unde să se regăsească și principii prelogice (precum cele ale structurii clasiale a realității, structurii sistemice, atribuțiunii, conexiunii universale etc.) (Botezatu, P., 1983).

Dacă avem în vedere negația, pot apărea o serie de confuzii când nu se face distincția dintre negațiile propriu-zise și negațiile-afirmații. În mod similar cu produsul a două numere, întotdeauna din produsul a două numere pozitive, $(+x)(+y)$, ca și din produsul a două numere negative $(-x)$ $(-y)$ rezultă un număr pozitiv, iar din produsul $(+x)(-y)$ și $(-x)(+y)$ rezultă un număr negativ, așa cum afirmarea unei expresii afirmative și negarea unei expresii negative produc o afirmație, în timp ce afirmarea unei negații, ca și negarea unei afirmații reprezintă o negație. În mod particular, negația clasică a unei expresii afirmative constituie în sine o negație, în timp ce negația clasică a unei negații arbitrare produce o afirmație. Dacă notăm cu „~" o negație arbitrară și cu „¬" o negație clasică, și prin $\sim p$ vom înțelege că p este „imposibil", sau că p este „fals", sau că p „nu este adevărat", sau că p este „imposibil adevărat" etc., atunci expresia clasică negată $\neg \sim p$ va spune: fie că p nu este fals, fie că p este adevărat, fie că p nu este imposibil, fie că p nu este improbabil adevărat etc., toate aceste expresii reprezentând în mod evident diferite tipuri de afirmații (Lenzen, W., 1998, p. 219).

Ceea ce reprezintă elementul comun în toate formele de negație este o anume opoziție față de afirmație. Dar uneori această opoziție exprimă efectiv negația (clasică), ca negație a unei expresii afirmative, alteori opoziția poate transforma explicit negația într-o afirmație. Aplicând operatorul negației (¬) unei negații arbitrare (~), atunci negarea acestei negații (¬ ~) va exprima un anumit tip de afirmație.

Forțarea limitelor clasice ale negației impune să distingem între negația în sens tare și negația în sens slab. Avem o negație în sens tare dacă și numai dacă $\sim p$ produce logic $\neg p$, respectiv dacă conjuncția $(p \wedge \sim p)$ produce logic contradicția $(p \wedge \neg p)$, semnificând faptul că p și $\sim p$ nu pot fi niciodată adevărate împreună. În schimb, avem o negație slabă, compatibilă cu paraconsistența, atunci când disjuncția $(p \vee \sim p)$ urmează logic tautologia $(p \vee \neg p)$, ceea ce înseamnă că $(p \vee \sim p)$ este logic adevărată, altfel spus că cel puțin una din propozițiile p și $\sim p$ trebuie să fie întotdeauna adevărată. Susținătorii logicii paraconsistente subliniază atunci că acest tip de logică permite cel puțin o pereche de propoziții p, $\sim p$ care să fie adevărată fără ca prin aceasta să se ajungă la o logică trivială.

Demersul în domeniul paraconsistenței evidențiază apoi că pot fi forțate cu folos și limitele clasice ale conjuncției. În logica tradițională, ținând seamă și de ideea adevărului corespondență (*adaeqatio ad rem*), principiul conjuncției poate fi exprimat în felul următor: $P, Q \vdash P \wedge Q$ (P, Q = variabile metapropoziționale). Ontologic vorbind, într-o lume standard (sau consistentă), dacă stările P și Q sunt afirmate fiecare, atunci și conjuncția lor este afirmată, însă o situație de forma $P \wedge \sim P$ nu poate fi admisă (ca fiind o stare de contradicție). Cu alte cuvinte, contradicția apare în urma unui proces distributiv pe care îl induce conjuncția astfel înțeleasă. Dar în

lumile non-standard, după cum subliniază Rescher, stările P şi $\sim P$ pot fi independente una de alta şi împreună posibile (dar nu în conjuncţie de tip distributiv).

Nuanţarea care trebuie introdusă este aceea că şi operaţia conjuncţiei se împarte într-o conjuncţie distributivă şi una colectivă. Dacă cele două tipuri coincid în lumile standard, în schimb în lumile non-standard trebuie diferenţiate. În lumile non-standard putem avea situaţia lui P împreună cu situaţia lui $\sim P$ într-un înţeles colectiv, dar nu într-o conjuncţie distributivă. Având convingerea că inconsistenţa vizează semantica (nu logica), Rescher arată că din următoarele trei sensuri ale principiului adjunctiv:

1) deductiv, $P, Q \vdash P \wedge Q$;

2) semantic, $t(P), t(Q) \Rightarrow t(P \wedge Q)$ (adevărul lui P, adevărul lui Q implică adevărul lui P şi Q);

3) metateoretic, $\vdash P, \vdash Q \Rightarrow \vdash P \wedge Q$, numai sensul 2) trebuie eliminat pentru analiza lumilor non-standard, sensurile 1) şi 3) putând fi reţinute intacte (Rescher, M., Brandom, R., 1979, p. 18).

Aşadar, prin intermediul logicilor şi al semanticilor paraconsistente revine din nou în centrul atenţiei distincţia colectiv-distributiv (diviziv). Împărţirea conjuncţiei în cele două tipuri este solidară clasificării noţiunilor în „colective" şi „distributive". Dar în cele din urmă aceeaşi noţiune poate fi privită dintr-un unghi „colectiv" sau dintr-un unghi „distributiv", aşa după cum aceeaşi conjuncţie poate fi analizată „colectiv" sau „distributiv".

Pentru a relua un exemplu utilizat în mereologie (Biriş, I., 1999, p. 262–264), noţiunea de „planetă", în sens distributiv, exprimă extensiunea, respectiv o conjuncţie distributivă (Mercur $\wedge$ Venus $\wedge$ Pământ $\wedge$ Marte $\wedge$ Jupiter $\wedge$ Saturn $\wedge$ Uranus $\wedge$ $\wedge$ Neptun $\wedge$ Pluto), adică o conjuncţie ce distribuie componenţii după o singură dimensiune, după o singură caracteristică : aceea de a fi planete. Aceeaşi noţiune de „planetă", luată acum în sens colectiv, exprimă o conjuncţie colectivă în care universul de discurs devine pluridimensional, se deschide, aici putând intra şi calotele polare de pe Marte, şi inelele lui Saturn etc. În timp ce conjuncţia distributivă joacă rolul unui *indicator* rigid (unidimensional) pentru elementele noţiunii, conjuncţia colectivă exprimă mai degrabă un *generator* pentru toate posibilităţile latente ale acelei noţiuni.

Iată de ce putem afirma că tipul de conjuncţie colectivă (care face loc paraconsistenţei) este unul mai cuprinzător, făcând din tipul de conjuncţie distributivă un caz limită al său, aşa cum se întâmplă şi în relaţia dintre noţiunile colective (care sunt „de un tip mai înalt") şi cele distributive, ultimele fiind „un caz limită al noţiunilor colective (noţiuni colective de tipul zero, să zicem). Important este că notele din conţinutul noţiunii colective se aplică doar claselor din sfera

noţiunii respective, nu şi a obiectelor din care aceste clase se compun" (Lucica, I., 1999, p. 369)[3].

Dacă ţinem seamă de distincţia colectiv-distributiv vom înţelege mai uşor de ce paraconsistenţa reclamă mai degrabă un demers de tip holist, în interiorul căruia accentul se pune pe noţiunile şi pe conjuncţiile colective, nu pe cele distributive. Înclinarea decisivă către o dimensiune a distributivităţii şi tranzitivităţii în explicaţie o datorăm lui Aristotel şi silogisticii sale. Într-o schemă de inferenţă de tipul *S* este *A*; *A* este *B*; deci *S* este *B*, concluzia este necesară, căci notele lui *B* sunt distribuite, sunt translatate pe latura cuprinderii sferelor de sfere în mod obligatoriu de la *B* la *A* şi de la *A* la *S*. Dar înaintea sa, Platon propusese o schemă de inferenţă care lăsa loc şi probabilităţii: *S* este *A*; *A* se împarte în *B* şi *non-B*; deci *S* este *B* sau *non-B*. Chiar dacă această concluzie nu mai are forţa celei aristotelice, explicaţia nu este neapărat una parţială (Dima, T., 1980, p. 109).

Schema lui Platon se dovedeşte însă fertilă pentru perspectiva holistă şi pentru conjuncţiile colective, întrucât situarea lui *S* în *B* sau în *non-B* presupune luarea în calcul a unor note specifice, nedistributive, precum şi a unei dimensiuni constructive, de definire şi introducere a noului, nu doar de simplă translatare de la mai cuprinzător la mai puţin cuprinzător.[4] De fapt, strict vorbind, pe linia unei

---

[3] În aceeaşi manieră, de exemplu, Gr. C. Moisil arată că o primă caracteristică a noţiunilor şi judecăţilor de tip stochastic rezidă în faptul că orice cantitate considerată stochastic este apreciată în raport cu colecţia (cu clasa) însăşi, fără a influenţa indivizii. De aceea, un raţionament de forma: a) majoritatea oamenilor sănătoşi sunt virtuoşi; b) Caius este sănătos; c) deci Caius este virtuos, va fi fals. Un silogism stochastic este corect numai dacă judecăţile sale sunt de tip colectiv:

majoritatea lui *M* este *P*
majoritatea lui *S* este *M*
majoritatea lui *S* este *P*

(Gr. C. MOISIL, *Essais sur les logiques non chrysippiennes*, Editions de l'Academie, Bucarest, 1972, pag. 169).

[4] Insuficienţa schemei aristotelice bazată pe principiul distributivităţii se poate exemplifica cel puţin prin două domenii ale cercetării ştiinţifice contemporane: cel al mecanicii cuantice şi cel al socio-umanului. Pentru mecanica cuantică, de pildă, Birkhoff şi von Neumann au fost primii care au arătat că se poate întâmpla (*contrar logicii clasice*) ca $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma) \neq (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$, adică să fie valabilă proprietatea nondistributivităţii sistemelor cuantice (Tarozzi, G., 1981, p.127). Pentru Tarozzi, logica, la fel ca geometria, este o ştiinţă empirică, şi aşa cum geometria euclidiană s-a dovedit a fi un caz particular al geometriilor noneuclidiene, tot aşa şi logica aristotelică poate fi considerată ca un caz particular al unei logici mai generale, respectiv al logicii cuantice nondistributive (Tarozzi, G., 1981, p.130).

Atât principiul complementarităţii formulat de Bohr, cât şi experimentul crucial al celor două fante din mecanica cuantică par să acrediteze ideea că două teze α şi β (sau o propoziţie şi complementara sa) pot funcţiona împreună, pot coexista, dar nu şi conjuncţia lor. Într-o logică paraconsistentă putem admite (ca în conjuncţiile colective) că împreună $a = b$, dar şi $a \neq b$ pot fi teoreme, însă nu putem admite conjuncţia lor (în sens distributiv). Mecanica cuantică ne impune astfel o teoremă de calcul paraconsistent, $\forall x P(x) \wedge \exists x \neg P(x)$, care se poate interpreta şi în felul următor: pentru orice proprietate *A* a unui obiect „*a*", obiectul „*b*" deţine această proprietate, dar există şi o proprietate specifică lui „*a*", care nu este şi proprietate a lui „*b*". În acest fel putem accepta împreună $a = b$, $a \neq b$, fără riscul unei contradicţii. Într-o atare perspectivă, din $a = b$, $a \neq b$, nu e posibilă derivarea contradicţiei $a = b \wedge a \neq b$ (Krause, D., 2000, p.161). Situaţii similare găsim şi în ştiinţele

conjuncții distributive merge doar silogistica clasială (aristotelică), nu și silogismul disjunctiv. Acest lucru se poate observa foarte bine din situația silogismelor categorico-disjunctive. Dacă înțelegem prin $A \to B$ echivalentul său $\neg A \vee B$, atunci schema de inferență de tip *modus ponens* sau *tollens*

$$\frac{\neg A \vee B \qquad \neg A}{B}$$

nu este general validă. Deoarece concluzia B nu este obligatorie, concluzia putând să fie și A. Atunci când disjuncția nu este exclusivă și când inferența se realizează din premise multiple și obținute distinct, se impune mai degrabă o perspectivă colectivă decât una distributivă (Rescher, M., Brandom, R., 1979, p. 20).

Pentru că, revenind la exemplul de mai sus, $\neg A \vee B$ se poate obține, să spunem, într-un univers de discurs (u_1), $\neg A$ într-un univers (u_2), iar concluzia se dorește valabilă pentru universul de discurs în ansamblul său (u). De aceea, schema lui *modus ponens* nu conduce întotdeauna de la premise adevărate la concluzii adevărate (Goddard, L., Routley, R., 1973, vol.1, p. 274). Într-o situație similară ne găsim și cu schema lui *modus tollens* atunci când disjuncția nu este exclusivă (Enescu, Gh., Tratat de logică, p. 143).

Putem reține pentru această primă parte a studiului următoarele concluzii:

a) la paraconsistență se ajunge în momentul în care se trece de limitele fixate de logica clasică atât pe latura principiilor logice, cât și pe aceea a operatorilor și a schemelor de inferență silogistică;

b) distincția colectiv – distributiv este esențială pentru înțelegerea relației consistent – paraconsistent.

2. O revenire a dialecticii ?

Cu puține excepții, cea de a doua concluzie amintită mai sus nu s-a aflat în atenția cercetătorilor cu privire la fenomenul paraconsistenței. În opinia noastră, înțelegerea cât mai nuanțată a distincției dintre conjuncțiile colective și cele distributive reprezintă „nucleul dur" al analizei trecerii de la consistență la paraconsistență. Datorăm lui Aristotel impunerea sensului tare al consistenței prin

sociale. Atunci când Robert Nozick vorbește despre dreptatea distributivă avem de-a face cu o analogie a conservării adevărului prin inferență validă, prin tranzitivitate. Suntem aici în cazul unei conjuncții distributive, integrarea făcându-se prin conformitate. Dar există și o integrare prin cooperare, care este mai degrabă corespondentul conjuncției colective. Integrarea prin cooperare nu mai beneficiază de proprietatea tranzitivității, dar face loc construcției și inovării, introducerii noului (v. și Biriș, I., 2000, pp. 100–102).

centrarea logicii pe silogistica clasială. În acest fel au fost lăsate la o parte o serie din preocupările și intuițiile lui Platon în legătură cu definițiile, cu problemele care țin de operațiile de clasificare și diviziune etc.

Silogistica aristotelică se asociază cu forța derivațională a conjuncțiilor distributive. Unele din schemele de inferență pe care le găsim la Platon implică tipul de conjuncții colective, așa după cum am arătat. Aceste conjuncții colective sunt solidare cu operațiile constructive necesare în definiții, clasificări și diviziuni. Dar ele introduc și un sens special al dialecticii, utilizat de către Platon în lucrările târzii. După unele oscilații din lucrările de la început, în perioada mijlocie, după cum subliniază Kneale, Platon optează pentru înțelesul dialecticii ca *reductio ad impossibile*. Dar în lucrările de mai târziu (Fedru, Fileb ș.a.) el va folosi termenul de dialectică pentru metoda *diviziunii și reunirii* (Kneale, W., Kneale, M., 1974, vol.1, p.18). Dacă procesul reunirii rămâne destul de obscur, acela al diviziunii este tratat clar ca o metodă de a căuta definiții prin dihotomia noțiunilor, plecând de la cele mai generale.

În *Fileb*, de exemplu, se pune întrebarea cum poate fi analizată plăcerea din perspectiva filosofului. Plăcerea trebuie supusă intelectului, ceea ce înseamnă a o raționaliza, respectiv a o diviza în genurile și speciile sale. Multiplicitatea trebuie redusă la un număr determinat, căci numai după această operație se poate obține unitatea. Iar această procedură exprimă tocmai modul dialectic de abordare a lucrurilor, subliniază Socrate în dialogul *Fileb* (Platon, 1993, vol.VII, p. 28). Iar în *Fedru* această poziție este exprimată și mai ferm. A proceda prin reuniri (reîntregiri) și prin diviziuni înseamnă a vedea lucrurile în unitatea și în pluralitatea lor naturală. Cei care sunt în stare de așa ceva, atrage atenția Socrate, sunt „pe urma unor pași de zeu“, și eu îi botez, continuă Socrate, drept „dialecticieni“ (Platon, 1983, vol. IV, p. 472).

Diviziunea, înțeleasă ca dialectică la Platon, se bazează în esență pe operația de determinare, iar aceasta presupune construcția și introducerea noului. Notele noi introduse nu se supun întotdeauna unei conjuncții distributive, ci reclamă o conjuncție colectivă, unde p și $\sim p$ pot fi împreună posibile. Din perspectiva limitelor gândirii (impuse de logica clasică), acest înțeles al dialecticii datorat lui Platon reprezintă, în același timp, deschiderea unei căi esențiale către domeniul paraconsistenței.

Dar mai poate fi invocată dialectica astăzi, îndeosebi după critica ce s-a dorit demolatoare a lui Popper ? Înainte de a ne opri asupra criticii lui Popper, este necesar să amintim principalele accepții ale dialecticii. Într-un studiu dens asupra temei, J. Rivelaygue (1978) atrage atenția că dintre sensurile antice ale dialecticii s-a impus cel stabilit de Aristotel, ca logică a probabilului și metodă de interogare, plecând de la ipoteze contrare. Acest sens a rămas valabil până la gânditorul german Kant, care va impune încă trei sensuri :

a) dialectica în înțeles de logică a aparenței;

b) în înțeles de logică generală, ca organon;

c) în înțeles de critică a aparenței.

În studiul de față ne interesează îndeosebi al doilea sens kantian. El apare atunci când logica generală nu este folosită în limitele ei firești, adică în calitate de *canon* de judecare, ci este utilizată ca *organon*, adică pentru o funcție productivă, caz în care ea se numește dialectică (Kant, I., 1969, p. 98). În termenii noștri, considerăm că folosirea logicii în calitate de *canon*, chiar dacă I. Kant nu o spune explicit, trebuie înțeleasă ca utilizare a silogisticii clasiale, respectiv a unei conjuncții distributive, iar folosirea în calitate de Organon este corespondentul unei conjuncții de tip colectiv. Această interpretare este întărită de observațiile pe care le face Kant în legătură cu categoriile. Atrăgând atenția că în toate judecățile disjunctive sfera apare ca un întreg divizat în părți, trebuie reținut – ne spune Kant – că părțile nu pot fi subordonate (subordonarea e posibilă numai într-o conjuncție distributivă – I.B.), ci ele trebuie gândite „ca fiind *coordonate*" (Kant, 1969, p. 114), ceea ce înseamnă că ele nu se determină ca într-o serie, ci ca „într-un agregat" (Kant, 1969, p. 114). În acest din urmă caz este vorba de „un alt mod de legătură" decât cel de la principiu la consecință, e vorba de o legătură de coordonare (în termenii lui Kant) sau de o conjuncție colectivă (în termenii noștri). Membrii unei diviziuni sunt părți independente, dar totuși unite. Inclusiv antinomiile (cele care nu se întemeiază pe presupoziții greșite) pot fi înțelese în acest fel. În ultimele două antinomii (a libertății și a necesității), atrage atenția Viorel Colțescu (1999, p. 106), dacă ținem seama de diviziunea *noumenal – fenomenal*, atât tezele cât și antitezele pot fi adevărate, cu condiția să fie raportate la domeniul propriu.

Termenul de dialectică își va schimba însă total semnificația în perioada dintre „Critica rațiunii pure" a lui Kant și „Logica de la Jena" a lui Hegel. După cum se poate observa din semnificațiile atribuite de Kant termenului de dialectică, la acesta accentul se pune încă pe aspectul metodologic, dialectica fiind considerată un demers al gândirii, o metodă de raționament. La Hegel dialectica devine procesul însuși al realității, trecându-se astfel în ontologie.

Critica lui Popper la adresa dialecticii vizează numai sensul hegelian al acesteia. Principalele puncte ale criticii popperiene (Popper, K. R., 2002) pot fi rezumate astfel:

a) dialectica modernă (în sens hegelian) este o teorie a triadei teză, antiteză și sinteză, teorie care, deși poate descrie corect unele momente din istoria gândirii, devine absurdă dacă e aplicată naturii;

b) dialectica pretinde să acceptăm contradicțiile (încălcând astfel legea logică a necontradicției), ceea ce ar conduce la un dezastru pentru activitatea științifică, la o „totală împotmolire a științei" și la un declin al criticii și raționalității;

c) limbajul dialecticii este lax și metaforic, în locul termenului de „contradicție" fiind mai potriviți termeni precum cei de „conflict", „tendințe opuse", „interese divergente" etc.;

d) dialectica hegeliană se bazează pe filosofia identității rațiunii și a realității, o filosofie care este „complet absurdă".

Dorindu-se o critică generală și zdrobitoare, critica lui Popper este, din păcate, una nenuanțată. Pentru că, așa cum la Kant întâlnim mai multe sensuri atribuite dialecticii, și la Hegel dialectica are cel puțin următoarele conotații:

1) o dialectică globală, care se realizează în urma unui proces complex;

2) o dialectică logică, adică o dialectică a categoriilor;

3) o dialectică istorică (Priest, Gr., Routley, R., Norman, J., 1989, pp.86–87).

Or, dintre aceste sensuri, ascuțișul criticii lui Popper vizează doar pe primul și pe al treilea, neglijând aproape în totalitate cel de al doilea înțeles, adică cel mai important atunci când dorim să înțelegem problematica paraconsistenței și a limitelor gândirii.

Cel de al doilea înțeles al dialecticii la Hegel se cantonează, după cum ușor se poate observa, în domeniul metodologiei și analizei logice. Asumpția de la care pleacă Hegel este aceea că „tot ce există stă în raport, și acest raport este ce e adevărat în fiecare existență" (Hegel, G.W.F., 1962, p. 220). Pentru Hegel nu universalele-însușiri sunt importante, ci universalele-relații. Or acestea din urmă induc mijlocirile, medierile în ceea ce pentru logica clasică apare ca nemijlocit. Pe această filieră a universalelor-relații, ajunge Hegel la faimoasa sa teză a identității dintre identitate și diferență, ca o cale de „rezolvare a contradicțiilor".

Rezolvarea contradicțiilor poate fi transparentă – arată Gr. Priest și R. Routley (1989, pp. 85–86) – dacă facem o analogie cu teoria paraconsistenței. Dacă luăm un enunț paradoxal de forma $\{x: x \notin x\} \in \{x: x \notin x\}$ și pe care îl notăm cu R, atunci din R putem deduce negația lui R ($\sim R$).

Iar din $\sim R$ îl putem deduce pe R. Așa se face că, deși în mod obișnuit noi considerăm că o propoziție are un sens cu totul diferit de negația sa, în acest caz particular al lui R și $\sim R$, întrucât se presupun cu necesitate în mod reciproc, vom putea spune că e vorba de aceeași propoziție. Adică negația lui R ($\sim R$) este exact R. Astfel o contradicție este posibilă și înțeleasă (rezolvată). În termeni hegelieni, deducția poate fi văzută ca o mișcare prin negație și prin negarea negației:

$$\begin{array}{c} R \\ \vdots \\ \sim R \\ \vdots \\ R \end{array}$$

R final ne readuce în punctul de pornire, dar la un nivel mai înalt. Astfel el exprimă o identitate a lui R inițial și al lui $\sim R$.

Hegel depășește, prin cel de-al doilea sens al dialecticii sale, limitele logicii clasice.[5] Ceea ce nu poate accepta logica formală tradițională din demersul hegelian

[5] În prezentarea poziției hegeliene vom urma, rezumativ, ideile dezvoltate de noi în: Ioan Biriș, „Totalitatea ca adevăr al identității și diferenței în filosofia lui Hegel", *Revista de filosofie*, nr. 3, 1981; Ioan Biriș, *Totalitate, sistem, holon*, Editura Mirton, Timișoara, 1992.

este subtilul procedeu al spargerii identicului (= inert într-o logică a subsumării), respectiv găsirea diferenței în identitate și a identității în diferență. Terenul era pregătit deja de către Kant prin construirea conceptelor individual – tipice după modelul aritmetic al sintezei identicului cu el însuși, care permite lărgirea simultană a conținutului și a sferei unui concept (Höffding, H., 1924, pp.70–75). Acest proces este descris de Hegel în termenii următori în mișcarea identității: „orice nouă treaptă a *ieșirii – din – sine*, adică a *determinării mai departe*, este și o intrare – în – sine sau o adâncire, iar *extinderea* mai mare este în același timp și o *mai mare* intensitate" (Hegel, G.W.F., 1966, pp. 842).

În cadrul acestei mișcări, situația se prezintă astfel: identitatea este condiție suficientă pentru diferență, iar diferența condiție necesară pentru identitate și reciproc. Mișcarea și rezultatul sunt unul și același, tranzitivitatea se găsește aici în sensul ei tare, condiția de posibilitate și rațiunea suficientă sunt identice, dar numai pe latură extensivă. Prin această soluție Hegel depășea o dificultate deschisă de filosofia lui Spinoza, unde substanța conferă – logic – posibilitatea existenței modurilor, fără a le asigura însă și condiția suficientă (Coolsaet, W., 1978). Această depășire din soluția hegeliană trece prin achiziția lui Leibniz, în conformitate cu care principiul rațiunii suficiente subordonează – ontologic – principiile logicii clasice (Bădărău, D., 1972).

Dacă privim însă lucrurile pe latură intensivă, atunci mișcarea identității nu poate fi sterilă, căci odată extinsă, ea se și adâncește, se îmbogățește, dobândește o calitate nouă. În acest registru vom întâlni așadar intranzitivitatea calitativă. Pentru Hegel, identitatea și diferența – aflate originar într-o situație de unitate (identitate) – sunt încă neadevărate, n-au valoare pentru că se află încă în nedeterminare. Ieșirea din nedeterminare, îmbogățirea face ca identitatea originară a identității și a diferenței să-și găsească adevărul în noua unitate (*R* final din schema prezentată mai înainte), unitate care păstrează formal pe cea nedeterminată, dar numai întrucât a depășit-o.

Așadar, dialectica hegeliană în înțelesul său logic, de dialectică a categoriilor, este și ea un *organon*, o logică productivă și o logică a „non-izolabilului" (Balibar, E., 1977, p.19). Logica tradițională este deja depășită în momentul în care Kant distinge între conceptul comun și *Idee*. Dacă pentru conceptul comun corespunde funcția propozițională (ce va fi dezvoltată pe urmă în logica matematică), *Ideii* îi este proprie funcția antinomică (dezvoltată în logica lui Hegel) (Surdu, A., 1977, p.31). Kant recunoscuse la vremea sa că *Ideea* este mai degrabă de natură platoniciană (nu aristotelică), adică ea nu este o imagine a lucrurilor, ci un prototip, față de care lucrurile trebuie să se conformeze. Dar în realitate aceleiași idei îi corespund predicate contrare și se obțin propoziții contradictorii: teza și antiteza. Lucrurile stau așa, observă Hegel încă din momentul în care analizează sistemele filosofice ale lui Fichte și Schelling, deoarece *Ideea* este aceea din care pornește diviziunea ori construcția. Ideea se divizează, se autodiferențiază în părțile ei contradictorii, și astfel părțile (teza și antiteza la Kant) pot fi adevărate (netrivial) în conjuncția lor colectivă.

În acest fel înțelese lucrurile, putem subscrie la ipoteza lui Graham Priest, în conformitate cu care, începând cu concepțiile lui Kant și Hegel, asistăm pentru

prima dată la o recunoaștere generală a naturii contradictorii a limitelor gândirii, împreună cu o teoretizare a modului cum apar și de ce apar acestea (Priest, G., 1995, p. 81). Studiile contemporane asupra paraconsistenței nu pot decât să resusciteze astfel acel tip de dialectică pe care l-am conturat în paginile anterioare, dialectică ce-i unește în istoria gândirii pe Platon, Kant și Hegel.

Rezumativ, în finalul acestui studiu, putem sublinia ideile – forță care ne-au călăuzit:

1) ideea limitelor gândirii (Priest) este provocatoare și proteică pentru cercetările contemporane în domeniul paraconsistenței;

2) în opinia noastră, distincția dintre conjuncția distributivă și conjuncția colectivă reprezintă „cheia" disjungerii între consistență și paraconsistență;

3) concepția lui Platon despre dialectică în sens de metodă a diviziunii și reunirii aduce în centrul atenției tipul de conjuncție colectivă;

4) concepția lui Platon se prelungește în opera lui Kant și a lui Hegel în înțelegerea dialecticii în plan logic și metodologic, ca organon al diviziunii și autodiferențierii, al conjuncțiilor colective;

5) în plan logic, conjuncția colectivă ne poate ajuta la interpretarea unor fenomene ale științei contemporane (din mecanica cuantică sau din științele sociale etc.), care altfel, din perspectiva logicii clasice, par contradictorii.

Bibliografie

[1] **Balibar, E.** – *A nouveau sur la contradiction*, în *Sur la dialectique*, Editions Sociales, Paris, 1977.
[2] **Bădărău, D.** – *Studiu introductiv*, în Leibniz, *Opere filosofice*, I, , 1972.
[3] **Biriș, I.** – „Totalitatea ca adevăr al identității și diferenței în filosofia lui Hegel", în *Revista de filosofie*, 3, București, 1981.
[4] **Biriș, I.** – *Totalitate, sistem, holon*, Editura Mirton, Timișoara, 1992.
[5] **Biriș, I.** –*Aspecte logice ale totalităților*, în: Iancu Lucica, Constantin Grecu (coord.), *Logică și ontologie*, Editura Trei, București, 1999.
[6] **Biriș, I.** – *Sociologia civilizațiilor*, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 2000.
[7] **Botezatu, P.** – „Logica principiilor – încercare de revalorizare a principiilor logice în contextul logicii moderne", în *Revista de filosofie*, nr. 5, septembrie – octombrie, tom. XXVI, 1979.
[8] **Botezatu, P.** – *Constituirea logicității*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1983.
[9] **Botezatu, P.** – *Introducere în logică*, vol. I, Editura Graphix, Iași, 1994.
[10] **Coolsaet, W.** – „De la priorité du fondamentalen Occident", în *Les etudes philosophiques*, 4, 1978.
[11] **Colțescu, V.** – *Immanuel Kant. O introducere în filosofia critică*, Editura de Vest, Timișoara, 1999.
[12] **Dima, T.** – *Explicație și înțelegere*, vol. I, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1980.
[13] **Enescu, Gh.** – *Tratat de logică*, Editura Lider, București.
[14] **Goddard, L., Routley, R.** – *The logic of Significance and Context*, vol.1, Scottish Academic Press Edinburgh and London, 1973.

[15] **Hegel, G.W.F.** – *Enciclopedia ştiinţelor filosofice*, partea I, *Logica*, Editura Academiei, Bucureşti, 1962.
[16] **Hegel, G.W.F.** – *Ştiinţa logicii*, Editura Academiei, Bucureşti, 1966.
[17] **Höffding, H.** – *La relativité philosophique*, Alcan, Paris, 1924.
[18] **Kant, I.** – *Critica raţiunii pure*, Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1969.
[19] **Kneale, W., Kneale, M.** – *Dezvoltarea logicii*, vol.I, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1974.
[20] **Krause, D.** – „Remarks on Quantum Ontology", în *Synthese*, Kluwer Academic Publishers, vol. 125, 2000.
[21] **Lenzen, W.** – *Necessary Conditions for negation – operators (with particular applications to paraconsistent negation)*, în *Handbook of Defeasible Reasoning and Uncertainty Management Systems*, vol. 2 (eds. Besnard, Ph, Rennes, I., Hunter, A.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, 1998.
[22] **Lucica, I.** – *Conceptul de existenţă*, în: Iancu Lucica, Constantin Grecu (coord.), *Logică şi ontologie*, Editura Trei, Bucureşti, 1999.
[23] **Meyerson, E.** – *Identité et réalité*, deuxième èdition, Alcan, Paris, 1912.
[24] **Moisil, Gr. C.** – *Essais sur les logiques non chrysippiennes*, Editions de l'Academie, Bucarest, 1972.
[25] **Noica, C.** – *Principiile logicii şi legile lui Newton*, în: *Probleme de logică*, vol. IV, Editura Academiei, Bucureşti, 1972.
[26] **Platon** – *Opere*, vol. IV, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1983.
[27] **Platon** – *Opere*, vol. VII, Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1993.
[28] **Popper, K. R.** – *Conjecturi şi infirmări*, Editura Trei, Bucureşti, 2002.
[29] **Priest, G.** – *Beyond the limits of thought*, Cambridge University Press, 1995.
[30] **Priest, G., Routley, R., Norman, J.** (eds.) – *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag, München / Hamden / Wien, 1989.
[31] **Rescher, N., Brandom, R.** – *The Logic of inconsistency* (A Study in Non – Standard Possible – World Semantics and Ontology), Rowman and Littlefield, Totowa, New Jersey, 1979.
[32] **Rivelaygue, J.** – „La dialectique de Kant à Hegel", *Les etudes philosophiques*, 3, 1978.
[33] **Robin, L.** – „La Pensée Grecque et les origines de l'esprit scientifique", *La Renaissance du livre*, Paris, 1923.
[34] **Surdu, A.** – *Noţiunea clasică şi conceptul hegelian*, în *Probleme de logică*, vol. VII, Editura Academiei, Bucureşti, 1977.
[35] **Tarozzi, G.** – „Rêalisme d'Einstein et mécanique quantique: un cas de contradiction entre une théorie phisique et une hypothèse philosophique clairement definie", *Revue de synthèse*, nr.101–102, janvier-juin, 1981.
[36] **Valeriu, Al.** – *Logica*, ediţia a XXIV-a, Editura Garamond, Bucureşti.

IV

FERTILITATEA UNEI CONTRADICȚII

APLICAȚII ALE LOGICII PARACONSISTENTE

Situația actuală a științei ne invită clar să coabităm cu contradicții de un anumit tip, mai ales cu contradicțiile semiotice, deși e imposibil în momentul de față să considerăm vreuna din ele ca fiind o contradicție esențială.

Newton da COSTA

Aplicaţii ale logicii paraconsistente[1]

Graham PRIEST

Richard ROUTLEY

1. Introducere: varietatea şi tipurile de aplicaţii

Cea mai importantă utilizare a logicilor paraconsistente este aplicarea acestora la posibile teorii inconsistente. Dar termenul *teorii* trebuie luat aici cât se poate de larg, ca desemnând orice sistem de precepte, enunţuri, axiome etc., care poate fi considerat ca fiind închis inferenţial. Teoriile pot fi istorice, actuale, incipiente sau pur şi simplu amuzante. Desigur, formalizarea unor astfel de teorii cere adesea un aparat logic mult mai cuprinzător decât simpla logică deductivă de ordinul I, discutată în introducerea la partea a doua a acestei cărţi[2]. Acesta poate include probabilitatea, logica inductivă, logica diferitelor modalităţi şi alte noţiuni intensionale, precum opinia ş.a.m.d. Astfel de aspecte, sau cel puţin unele dintre ele, au fost considerate de logicieni. Totuşi, în general, teoriile logice formulate au fost puse în acord cu logica clasică sau cel mult cu cea intuiţionistă. Această procedură este cu atât mai inadecvată cu cât, de cele mai multe ori, materialul la care este aplicat aparatul logic este inconsistent, după cum vom vedea. Corespunzător, noţiunile paraconsistenţei trebuie să fie aplicate chiar la teoriile modalităţii, probabilităţii etc., pentru a crea un instrument logic adecvat. În acest studiu vom considera mai întâi unele teorii inconsistente interesante, unele dintre ele în detaliu, după care vom trece la examinarea remodelării diferitelor teorii logice. Trebuie subliniat că investigaţiile multor aplicaţii menţionate sunt la început, precum şi că adesea nu putem face mai mult decât să oferim sugestii pentru direcţiile cercetărilor viitoare.

---

[1] *Applications of Paraconsistent Logic*, în G. Priest, R. Routley, J. Norman (eds.), *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent*, München, Philosophia Verlag GmbH, 1989. **Traducere de Dumitru Gheorghiu.** (*N.T.*)

[2] v. studiul lui G. Priest şi R. Routley, *Sisteme de logică paraconsistentă*, tradus în volumul de faţă. (*N.T.*)

2. Teorii inconsistente istorice sau actuale

Există o mare varietate de teorii inconsistente, dar netriviale, unele dintre acestea importante. Şi unele dintre ele sunt adevărate. Unele dintre aceste teorii importante şi adevărate, cum este teoria naivă a mulțimilor, au fost deja menționate în secțiunile introductive anterioare. Desigur, adepții paraconsistenței nu se angajează la concepția conform căreia toate teoriile contradictorii sunt adevărate – sau chiar, dacă poziția lor este suficient de slabă, la concepția conform căreia *nici una* nu este adevărată. Astfel, în multe cazuri, reconstrucția formală a reprezentării paraconsistente a unei teorii inconsistente poate fi în principal sau numai o chestiune de interes istoric. Formalizarea teoriei atomului a lui Bohr, a *Eticii* lui Spinoza şi a teoriei lui Aristotel a mişcării, cu inconsistențe şi toate celelalte, ar fi întreprinderi de acest tip. Aceste teorii nu mai sunt actuale sau active. Oricum, o consecință filosofică importantă a paraconsistenței este aceea că ea permite repunerea în funcțiune a anumitor teorii istorice, a căror moarte a fost pronunțată prematur. Teoria obiectelor a lui Meinong (pe care o vom discuta în introducerea la următoarea parte a cărții[3]) este exact o teorie de acest tip. (A suferit un eşec datorită trăsăturilor importate din paradigma logică predominantă). Pentru unele teorii, cum este prima teorie a infinitezimalelor, poate să nu fie clar în care dintre aceste clase, teorii vii sau teorii moarte, se încadrează. Din fericire, aceasta este o chestiune pe care nu avem nevoie să încercăm să o rezolvăm. Vom începe prin a contura o imagine generală a gamei teoriilor inconsistente, după care vom considera în detaliu câteva dintre cele mai interesante teorii.

Teorii inconsistente pot fi găsite în aproape orice disciplină, dar în mod special în cele descrise în continuare.

2.1. Filosofie şi teologie

Printre teoriile filosofice de acest tip putem menționa teoriile lui Heraclit, Hume, Hegel, Frege, Meinong şi Wittgenstein, precum şi unele teorii dialectice ale schimbării. Nu vom examina aceste teorii aici, deoarece multe dintre ele sunt discutate în altă parte, în capitolele introductive[4]. Unele dintre aceste teorii au părți care sunt de un viu interes pentru dezvoltarea şi elaborarea de noi teorii.

În cadrul acestei categorii generale de teorii filosofice am putea, de asemenea, să includem anumite teologii. De fapt, cele mai multe teologii sofisticate sunt inconsistente. Unele, cum este Creştinismul, se refugiază în inconsistență cu privire la teme precum Trinitatea, substanțialitatea lui Dumnezeu şi umanitatea lui

[3] v. studiul lui G. Priest şi R. Routley, *Semnificația filosofică şi inevitabilitatea paraconsistenței*, din în volumul de față. (*N.T.*)

[4] v. în special capitolul XVIII de mai jos (G. Priest şi R. Routley, *Semnificația filosofică şi inevitabilitatea paraconsistenței*, din volumul de față).

Hristos. Alte religii, cum sunt variantele de Budism, în special Zen, par a cunta cu contradicții de tipul „mintea nu este minte". De fapt, orice religie care afirmă existența unui Dumnezeu atotputernic va ajunge la paradoxurile standard ale omnipotenței (e.g., El poate inventa o problemă pe care nu o poate rezolva, poate produce un obiect inamovibil etc.); într-un fel similar, supoziția unui Dumnezeu omniscient este deschisă la paradoxurile omniscienței[5].

În virtutea acestui tip de problemă, unele teologii, atât dintre cele medievale, cât şi dintre cele moderne, au luat taurul de coarne şi au permis ca Dumnezeu să fie un obiect inconsistent, deşi această soluție poate crea mai multe probleme teologice decât rezolvă (e.g., cum poate un astfel de obiect să existe sau să fie demn de venerație; cum poate interacționa Dumnezeu cu lumea). Fără îndoială, cea mai sofisticată filosofic dintre aceste teologii inconsistente este cea a lui Hegel, în care Dumnezeu este identificat cu Absolutul, cu Spiritul care se pune pe Sine. Într-adevăr, inconsistența este parte a esenței înseşi a Absolutului lui Hegel[6]. Faptul că sunt inconsistente şi cer aplicații ale logicii paraconsistente nu este specific numai teoriilor filosofice sau ştiințifice: teoria mai generală a teoriilor este, de asemenea, de acest tip[7].

2.2. Ştiințele naturii şi ştiințele sociale

După cum am început deja să vedem, şi ştiințele au produs partea lor de teorii inconsistente. De exemplu: teoria atomului a lui Bohr, unele versiuni ale interpretării Everett-Wheeler a mecanicii cuantice şi alte părți ale mecanicii cuantice care implică anomalii cauzale sau funcția δ a lui Dirac[8]. Unele dintre aceste teorii sunt încă de un viu interes. Întorcându-ne puțin mai înapoi în istorie, este destul de discutabilă ideea că teoria combinată a astronomiei şi dinamicii a lui Copernic era inconsistentă, aşa cum erau versiunile teoriei flogistonului, unele teorii ale luminii, foarte probabil teoria lui Aristotel a mişcării şi, cu siguranță, teorii anterioare ale mişcării care admiteau argumentele lui Zenon.

Ştiințele sociale, de asemenea, au partea lor de contribuție la teoriile inconsistente. Metapsihologia lui Freud este inconsistentă. Mai general, orice sociologie sau economie bazată pe teoria lui Marx a alienării este inconsistentă[9]. Asemănător, este inconsistentă orice teorie care încorporează condiții precum cele descoperite de Arrow pentru o teorie generală socială sau a mediului înconjurător[10].

---

[5] v., e.g., Routley, 1981.

[6] v. secțiunea 5 din capitolul II al acestei cărți. Pentru o discuție suplimentară despre teologia contradictorie vezi secțiunea 3 din capitolul I al acestei cărți şi, de asemenea, Peña, 1981.

[7] Semantica pentru logica relevantă a lui Routley şi Meyer, 1973, furnizează un cadru cât se poate de general pentru o abordare de tip static a teoriei teoriilor. Abordarea statică este dusă mult mai departe în lucrările nepublicate ale lui Meyer despre teoria teoriilor.

[8] v. secțiunea 3 de mai jos.

[9] v. capitolul II, secțiunea 6.

[10] Pentru explicații şi demonstrații complete, v. Routley, 1980.

2.3. Logica şi matematica

Următoarea clasă de teorii, deosebit de bogată în contradicţii, este cea aparţinând logicii şi matematicii. În acest domeniu ar trebui să menţionăm din nou semantica, teoria proprietăţilor (şi a propoziţiilor), teoria mulţimilor şi prima teorie a infinitezimalelor. Este aproape sigur că multe alte ramuri ale matematicii – probabil majoritatea – erau inconsistente în primele lor versiuni. Nu demult, cercetarea din istoria dezvoltării matematicii (ca în Lakatos, 1976) a confirmat această temă. Cu toate acestea, rescrierea şi transformarea corespunzătoare a matematicii clasice, care a dominat secolul al XX-lea, de la *Pricipia Mathematica* la Bourbaki, a făcut ca situaţia istorică reală să fie mai greu de cunoscut. Dar oricine crede c• matematica a fost f•cut• întotdeauna à la Bourbaki se face vinovat de un grav anacronism istoric.

3. O privire mai detaliată asupra unora dintre aceste teorii

Evident (atât din lipsă de spaţiu, cât şi de timp de cercetare), nu putem să examinăm în detaliu fiecare dintre teoriile menţionate mai sus. Totuşi, pentru a da doar o idee despre investigarea teoriilor inconsistente, vom examina câteva dintre acestea mai detaliat. În mod special, vom examina semantica, teoria mulţimilor, calculul infinitezimal şi unele elemente ale teoriei cuantice. Am urmărit ca discuţia noastră să fie pe atât de neutră pe cât o putem face în raport cu logica paraconsistentă subiacentă pe care o folosim. Dar, de dragul preciziei, vom asuma faptul că ne bazăm teoria pe o extensie cuantificaţională adecvată a unei logici relevante, cum este aceea discutată în capitolul V (secţiunea 3.3)[11]. Aceasta este cu siguranţă cea mai flexibilă logică paraconsistentă, ca şi cea mai adecvată din punct de vedere filosofic (după cum am argumentat în capitolul V). Vom menţiona explicit dacă un alt tip de logică paraconsistentă nu este adecvat.

3.1. Semantica naivă

Semantica este teoria realizabilităţii, adevărului, denotării şi a altor relaţii dintre limbaj şi lume. Nici o teorie clasică nu-şi poate exprima adecvat propria sa semantică decât sub ameninţarea inconsistenţei. Totuşi, evident, o teorie inconsistentă îşi poate exprima propria sa semantică. Şi aceasta este exact ceea ce face

---

[11] v. studiul lui G. Priest şi R. Routley, *Sisteme de logică paraconsistentă*, din volumul de faţă. (*N.T.*)

semantica naivă. Semantica naivă este teoria adevărului, realizabilității, denotării, definiției etc., care este capabilă să-și dea propria sa semantică.

Datorită paradoxurilor semantice, această teorie trebuie să fie fundamentată paraconsistent și nu poate fi fundamentată pe nici o logică paraconsistentă care conține principiul absorbției, $A \rightarrow (A \rightarrow B)/A \rightarrow B$, deoarece acest principiu ar trivializa teoria (v. din nou capitolul V, secțiunea 3.3). Rămân totuși o serie întreagă de modalități pentru a formaliza teoria pe mai multe căi: cu un predicat de realizabilitate sau cu mai multe; cu secvențe infinite, finite sau fără secvențe; ca o teorie multisortată sau unisortată. Am ales o cale care pare a fi deosebit de simplă.

Pentru orice $n \geq 0$, teoria are un predicat de $n + 1$ locuri, Sat_n[12], astfel că $\mathrm{Sat}_n yx_1 \ldots x_n$ este luat ca „$x_1 \ldots x_n$ realizează y". În acest context, y este luat ca fiind o formulă cu n variabile libere. Putem presupune că dacă y are un număr greșit de variabile sau nu este nici măcar o formulă, $\mathrm{Sat}_n yx_1 \ldots x_n$ este fals. Singurul simbol non-logic este un operator $\ulcorner\ \urcorner$, care satisface următoarea clauză de formulare:

dacă φ este o formulă sau un termen oarecare, $\ulcorner\varphi\urcorner$ este un termen închis.

$\ulcorner\varphi\urcorner$ este considerat ca fiind numele lui φ.

Teoria are familia de scheme de axiome:

$$\mathrm{Sat}_n \ulcorner\varphi\urcorner x_1 \ldots x_n \leftrightarrow \varphi(v_{i1}/x_1 \ldots v_{in}/x_n) \qquad \text{(SS)}$$

în care: $v_{i1} \ldots v_{in}$ sunt variabilele libere ale lui φ în ordinea crescătoare a unei enumerări standard;
v/x – substituția lui „v" cu „x".

Schema realizabilității reprezintă principiul naiv corect și analitic al realizabilității, care generalizează aserțiuni de tipul

John și Mary realizează „x iubește pe y", ddacă John o iubește pe Mary.

Cu costul anumitor complicații, am putea simplifica (într-un sens) axiomatizarea după cum urmează: dacă restrângem (SS) la cazurile în care φ este o formulă atomară, dar adăugăm clauze recursive precum

$$\mathrm{Sat}_n \ulcorner\psi \vee \varphi\urcorner x_1 \ldots x_n \leftrightarrow \mathrm{Sat}_n \ulcorner \psi \urcorner x_1 \ldots x_n \vee \mathrm{Sat}_n \ulcorner\varphi\urcorner x_1 \ldots x_n,$$

schema mai generală poate fi apoi demonstrată. Lăsăm aceasta ca un exercițiu non-trivial.

Teoria dă condiții de realizabilitate pentru toate formulele limbajului, inclusiv pentru acelea care conțin relația de realizabilitate. Ca atare, teoria exprimă propria sa semantică. Desigur, teoria este inconsistentă. Căci dacă luăm $n = 2$ și luăm φ ca $\sim\mathrm{Sat}_2 xx$, obținem

$$\mathrm{Sat}_2 \ulcorner\sim\mathrm{Sat}_2 xx\urcorner y \leftrightarrow \sim\mathrm{Sat}_2 yy.$$

---

[12] Prescurtarea uzuală pentru „realizează", derivată de la echivalentul tehnic din limba engleză *satisfy*. (*N.T.*)

Acum, înlocuim pe y cu $\ulcorner{\sim}\mathrm{Sat}_2\, xx\urcorner$ pentru a obține ceea ce este de fapt paradoxul heterologicului.

Alte noțiuni semantice sunt ușor de adăugat. În particular, schema realizabilității pentru $n = 0$ este

$$\mathrm{Sat}_0 \ulcorner\varphi\urcorner \leftrightarrow \varphi.$$

De aici rezultă că „Sat_0" este predicatul de adevăr pentru limbajul considerat. Cât despre denotare, Δ, dacă t este un termen închis oarecare al limbajului, luăm pur și simplu $\Delta \ulcorner t\urcorner\, x$ ca $\mathrm{Sat}_1 \ulcorner y = t\urcorner\, x$. Schema realizabilității pentru $n = 1$ ne dă atunci

$$\Delta \ulcorner t\urcorner\, x \leftrightarrow x = t.$$

Paradoxurile adevărului și denotării depind în mod caracteristic de un mecanism care nu este disponibil în această teorie foarte limitată pe care am schițat-o. Cu toate acestea, dacă s-ar adăuga axiomele aritmeticii, dată fiind teoria aritmeticii închisă semantic, atunci paradoxul mincinosului, paradoxul lui Berry ș.a.m.d. ar apărea în felul obișnuit. Trivialitatea teoriei specificate nu a fost încă investigată (decât indirect, prin reprezentările sale în teoria mulțimilor). (*Despre paradoxul lui Berry*, v. Priest, 1981). Spre deosebire de teoria naivă a mulțimilor, semantica naivă nu s-a dezvoltat prea mult; investigarea teoremelor sale nu a fost dusă prea departe. Multe așteaptă să fie făcute. Oricum, teoria permite o axiomatizare clară a noțiunilor semantice intuitive, care sunt încastrate în limbajul natural.

3.2. Teoriile naive ale proprietăților, mulțimilor și categoriilor

Semantica naivă codifică puncte de vedere intuitive (și corecte) privind adevărul, realizabilitatea etc. Teoriile naive ale proprietăților și mulțimilor fac același lucru pentru noțiunile corespunzătoare. Nici una dintre aceste teorii nu poate fi formalizată non-trivial fără o logică paraconsistentă; nici una nu poate fi formalizată folosind o logică paraconsistentă care admite absorbția fără să apară trivializarea.

Să considerăm mai întâi teoria proprietăților. Aceasta folosește un operator care leagă variabile și formează termeni, λ, astfel că $\lambda\, x\, \varphi$ este considerată ca fiind proprietatea exprimată de enunțul deschis φ ca o condiție asupra lui x. Singurul predicat suplimentar cerut este η, „are proprietatea".

Schema de axiomă pentru proprietăți este evidentul principiu al abstracției

$$y\, \eta\, \lambda\, x\, \varphi \leftrightarrow \varphi\, (x/y) \qquad \text{(AP)}$$

O uşoară generalizare a teoriei este furnizată de admiterea proprietăților de n locuri. Pentru fiecare $n \geq 0$ avem acum un operator λ_n care leagă n variabile libere şi un predicat η_n de $n + 1$ locuri (pentru care vom scrie doar ultima sa variabilă din dreapta) care satisface

$$y_1 \ldots y_n \eta_n \lambda_n x_1 \ldots x_n \varphi \leftrightarrow \varphi(x_1/y_1 \ldots x_n/y_n)$$

Atunci când $n = 0$, această teorie este exact teoria propozițiilor, cu $\lambda_0\varphi$ exprimând propoziția că φ, iar η_0 fiind, ca urmare, predicatul de adevăr pentru propoziții. Totuşi, pentru simplitate, ne vom restrânge discuțiile ulterioare la cazul larg reprezentativ al proprietăților de un singur loc.

Din nou, teoria este vădit inconsistentă, întrucât avem

$$y \,\eta\, \lambda\, x({\sim}x \,\eta\, x) \leftrightarrow {\sim}y \,\eta\, y$$

Înlocuirea lui y cu $\lambda\, x({\sim}x \,\eta\, x)$ dă contradicția aşteptată, paradoxul impredicabilului. Non-trivialitatea acestei teorii decurge din cea a teoriei naive a mulțimilor, pe care o vom discuta pe scurt.

Cu condiția ca limbajul pe care îl folosim să conțină operatori modali, putem exprima condiția obişnuită de identitate pentru proprietăți, şi anume aceea că două proprietăți sunt identice, ddacă ele sunt cu necesitate co-instanțiate, i.e.

$$y = x \leftrightarrow \mathrm{L}\forall z(z \,\eta\, y \leftrightarrow z \,\eta\, x)$$

În acest punct ar trebui probabil să fim puşi în gardă cu privire la faptul că formularea precisă a axiomelor pentru = este ea însăşi o temă sensibilă. Simplul principiu al substitutivității

$$x = y \rightarrow (\varphi(z/x) \leftrightarrow \varphi(z/y))$$

conduce la curiozități precum $x = y \rightarrow (\varphi \rightarrow \varphi)$ şi la irelevanță. În plus, există bune temeiuri pentru a presupune că principiul este nevalid, dacă limbajul în discuție conține operatori intensionali de ordin mai înalt privind opinia etc.[13]

Formularea teoriei naive a mulțimilor este acum o chestiune simplă. Căci singura diferență reală dintre mulțimi şi proprietăți, aşa cum sunt concepute în mod obişnuit, rezidă în condițiile lor de identitate. Astfel, dacă scriem „$\in$" („este un membru al mulțimii") în loc de „η" şi „$\{z|\varphi\}$" („mulțimea de obiecte z care φ") în loc de „$\lambda\, z\, \varphi$", schema abstracției pentru proprietăți, AP, devine schema abstracției pentru mulțimi, AM:

$$y \in \{x|\varphi\} \leftrightarrow \varphi(x/y) \qquad \text{(AM)}$$

[13] Oricum, nu vom discuta aceste aspecte aici. Detalii pot fi găsite în Routley, 1977, §7 şi în *EMJB*, Routley, 1980a.

Condiţia de identitate pentru mulţimi este echivalentă cu cea extensională obişnuită:

$$x = y \leftrightarrow \forall z(z \in x \leftrightarrow z \in y).$$

Teoria naivă a mulţimilor este o teorie inconsistentă ale cărei teoreme au fost investigate, cel puţin într-o anumită măsură. În particular, întreg aparatul teoriei de bază a mulţimilor, operaţiile booleene, perechile ordonate, funcţiile, puterile mulţimilor etc., pot fi dezvoltate aproape normal, deşi sunt necesare unele schimbări. De exemplu, dacă definim mulţimea vidă Λ în felul obişnuit, ca $\{x \mid x \neq x\}$, atunci nu mai putem demonstra că $\Lambda \subseteq x$, deoarece aceasta exploatează paradoxul implicaţiei materiale, $A \to (\sim A \to B)$. Dacă, însă, definim Λ ca $\{x \mid \forall y\, x \in y\}$, vor apărea $\Lambda \subseteq x$ şi celelalte proprietăţi obişnuite ale lui Λ. Existenţa mulţimilor infinite este, de asemenea, demonstrabilă pe o cale simplă. De exemplu, fie V mulţimea univers, definită ca $\{x|\forall y\ y \in x\}$[14]. Atunci, V este pusă în corespondenţă biunivocă cu o submulţime strictă a sa prin aplicaţia $x \mapsto \{x\}$. Deci V este infinită. Astfel, teoria naivă a mulţimilor pare să furnizeze materialul necesar pentru teoria mulţimilor cerută în orice matematică normală[15]. Măsura în care teoria clasică a mulţimilor însăşi, incluzând teoria ordinalelor şi cardinalelor transfinite, poate fi dezvoltată sau reprezentată este încă o problemă deschisă, aşa cum este problema structurilor interesante pe care le au şi le produc mulţimile inconsistente, precum $\{x \mid x \notin x\}$[16].

Să ne întoarcem acum la schema abstracţiei, AM, însăşi. Dacă formulăm schema abstracţiei fără operatorul abstracţiei pentru mulţimi, obţinem obişnuitul

$$\exists z\, \forall y(y \in z \leftrightarrow \varphi),$$

în care φ este oarecare, cu excepţia faptului că z poate să nu apară în φ.

Restricţia este cerută în teoriile consistente ale mulţimilor, deoarece, dacă este încălcată, apar curând inconsistenţele. Cu toate acestea, nu există nici un temei pentru a păstra restricţia în teoria naivă a mulţimilor, iar condiţia poate fi eliminată. Dacă facem aceasta, putem demonstra existenţa unor mulţimi mai interesante. De exemplu, să considerăm mulţimea definită astfel:

$$x \in f \leftrightarrow \exists\, uv\, (u \in y \wedge v \in u \wedge x = (uv)) \wedge \forall\, uv_1v_2\, ((uv_1) \in f \wedge (uv_2) \in f \to v_1 = v_2$$

Nu este greu de verificat că f este o funcţie şi că, pentru orice $u \in y$, $f(u) \in u$. Astfel, f este o funcţie de alegere pe y şi am demonstrat axioma alegerii[17]. De fapt, putem lua pe y ca fiind V. Prin urmare, avem axioma globală a alegerii. Evident, aceasta ridică problema importantă dacă ipoteza continuului sau ipoteza continuului generalizat pot fi stabilite de teoria naivă a mulţimilor. Răspunsul la această problemă

---

[14] În studiu, probabil datorită unei greşeli de tehnoredactare, mulţimea univers este definită ca $\{x \mid \exists y\ x \in y\}$. (*N.T.*)

[15] Detalii suplimentare pot fi găsite în Routley, 1977, §8.

[16] Pentru investigaţii incipiente ale ultimelor aspecte într-un cadru paraconsistent oarecum mai puternic, a se vedea Arruda, Batens, 1982.

[17] Routley, 1977, §8.

este deocamdată necunoscut. Totuşi, *este* cunoscut faptul că teoria naivă a mulțimilor este non-trivială chiar şi fără restricția impusă lui *z* în formularea sa[18]. Vom discuta semnificația acestui fapt în introducerea la partea următoare a cărții[19].

Înainte de a părăsi tema teoriei mulțimilor, vom menționa situația teoriei categoriilor. Dacă luăm teoria mulțimilor ZF[20] şi definim noțiunea de categorie în mod standard, o categorie trebuie să fie o mulțime. Astfel, suntem împiedicați de a considera categorii precum categoria tuturor mulțimilor. Alternativ, dacă permitem categoriilor să fie clase propriu-zise, nu putem considera categoria tuturor claselor propriu-zise sau chiar a tuturor grupurilor, deoarece unele dintre acestea sunt clase propriu-zise. Acestea sunt dificultăți binecunoscute. Soluțiile lor standard, precum ierarhia Gröthendeick, nu sunt foarte reuşite[21]. Cu toate acestea, dacă teoria categoriilor este dezvoltată în teoria naivă a mulțimilor, putem defini astfel de categorii precum categoria tuturor grupurilor şi putem fi siguri că *toate* grupurile se află în această categorie. Putem defini categoria tuturor mulțimilor şi, întrucât aceasta este o mulțime, se va conține pe sine. Similar, putem considera categoria tuturor categoriilor. Aceasta nu numai că îl eliberează de constrângeri pe teoreticianul categoriilor, ale cărui mâini sunt legate de ZF, dar introduce şi posibilități noi şi captivante cu privire la teoria inconsistentă naivă a categoriilor. Dar rămâne de văzut în ce măsură aceste categorii, care nu sunt bine fundamentate, prezintă proprietăți interesante din punctul de vedere al teoriei categoriilor.

În această ultimă parte ne-au preocupat inconsistențe care implică obiecte foarte mari, cum sunt anumite mulțimi şi categorii infinite. Vom trece în continuare la inconsistențe care implică ceea ce este foarte mic: infinitezimale şi obiecte microfizice[22].

3.3. Calculul infinitezimal

A treia teorie pe care o vom menționa este teoria infinitezimalelor. S-a sugerat adesea că refacerea de către Robinson a calculului infinitezimal în termenii analizei non-standard arată că teoria nu este realmente inconsistentă. Dar, oricât de elegantă şi de utilă ar fi teoria analizei non-standard a „infinitezimalelor", a susține că aceasta este teoria inițială este un anacronism izbitor[23]. Căci infinitezimalele trebuiau să fie obiecte autentic inconsistente: în calculul unei derivate în diferite puncte trebuia să se presupună că un infinitezimal era deopotrivă zero şi non-zero. Astfel, teoria este deosebit de potrivită pentru o formalizare paraconsistentă. Felul

[18] Brady, 1989.

[19] v. capitolul XVIII, secțiunea 3.3.3 (studiul lui G. Priest şi R. Routley, *Semnificația filosofică şi inevitabilitatea paraconsistenței*, din volumul de față).

[20] Teoria axiomatică Zermelo-Fraenkel a mulțimilor. (*N.T.*)

[21] Fraenkel, Bar-Hillel, Levy, 1973, p. 143 şi următoarele.

[22] Simetria tratamentului ar sugera probabil o secțiune despre teoria relativității, care ar indica părți ale teoriei pregătite sau potrivite pentru reformulare şi investigare paraconsistentă. Cu siguranță, teoria relativității a generat partea sa de paradoxuri.

[23] „În acel timp (cam 1740) ... matematicienii încă simțeau că interpretarea calculului trebuie să fie făcută în termenii a ceea ce este intuitiv rezonabil, mai curând decât în termenii a ceea ce este logic consistent" (Boyer, 1949, p. 232).

exact în care trebuie făcută aceasta este, totuşi, un subiect care cere foarte multă cercetare. Pentru moment, vom considera doar următoarea sugestie pentru o teorie absolut naivă a infinitezimalelor şi unele trăsături ale sale.

În primul rând, teoria este bazată pe teoria realelor de ordinul doi, care, putem presupune, este formulată pentru a permite specificarea funcţiilor prin λ-abstractizare. Împărţirea trebuie să fie luată ca un simbol primitiv care satisface condiţia

(1) $$x \neq 0 \rightarrow x \cdot y/x = y\,.$$

Teoria are un simbol de funcţie suplimentară, „d", „o parte infinitezimală *a*", care satisface cele două axiome adiţionale

(2) $$\mathrm{d}x = 0$$

(3) $$\mathrm{d}x \neq 0\,.$$

Derivata D*f* a unei funcţii *f* poate fi definită în modul obişnuit:

$$\mathrm{D}f = \lambda x\left(\frac{f(x+\mathrm{d}x) - f(x)}{\mathrm{d}x}\right)$$

Astfel, derivata lui *f* în punctul *x* este coeficientul de schimbare a *fx* produsă de o schimbare infinitezimală în *x*. Calculul unei derivate poate fi acum desfăşurat în modul absolut evident. De exemplu, fie *f* funcţia λyy^2. Atunci

$$\mathrm{D}f = \lambda x\left(\frac{\lambda yy^2(x+\mathrm{d}x) - \lambda yy^2(x)}{\mathrm{d}x}\right) = \lambda x\left(\frac{(x+\mathrm{d}x)^2 - x^2}{\mathrm{d}x}\right) =$$

$$= \lambda x\left(\frac{2x\mathrm{d}x + \mathrm{d}x^2}{\mathrm{d}x}\right) = \lambda x\left(\frac{\mathrm{d}x(2x+\mathrm{d}x)}{\mathrm{d}x}\right)$$

Dar, prin (3), (1) şi proprietăţile lui λ,

$$\mathrm{D}f = \lambda x(2x + \mathrm{d}x)$$

şi prin (2) şi proprietăţile lui λ,

$$\mathrm{D}f = \lambda x \cdot 2x$$

Pentru a demonstra diferite alte proprietăţi ale derivatelor, sunt cerute axiome adiţionale, precum d*fx* = *f*(*x* + d*x*). Oricum, cele de mai sus sunt suficiente pentru a înfăţişa ceva din forma generală a teoriei. Probabil că cel mai agreabil aspect al teoriei este modul în care aceasta permite lui d să fie ceea ce s-a considerat iniţial că este, şi anume un operator care formează un infinitezimal – unde un infinitezimal este acum conceput ca un obiect inconsistent infinit de mic.

Regretabil, un aspect neplăcut al teoriei este acela că este trivială sau cel puţin atât de aproape de trivialitate încât diferenţa să nu fie realmente importantă

(după cum a observat Dunn). Căci se poate demonstra că 0 = 1 şi astfel, practic, orice ecuaţie. Întrucât 0 = 0 + 0, prin (2), $dx = dx + dx$. De aici, folosind (3) şi (1), $dx/dx = dx/dx + dx/dx$. Prin urmare, 1 = 1 + 1, de unde 0 = 1 şi dezastru. O teorie paraconsistentă autentică, mai puţin naivă, care ar fi o extensie conservatoare a aritmeticii, ar trebui să procedeze mult mai prudent. Există mai multe posibilităţi de explorat. O propunere este ca operaţiile aritmetice asupra infinitezimalelor să fie limitate. O alta, sugerată de practica teoriei mai vechi, este ca axioma (2) să fie calificată contextual, astfel încât, e.g., să se aplice *numai în anumite* d-contexte. Aici, ideea este că, în timp ce dx nu este strict 0, este atât de aproape de 0 încât d-termeni plasaţi convenabil în altă parte să-l poată absorbi.

3.4. Teoria mecanicii cuantice

Există multe părţi ale teoriei cuantice care sugerează o formalizare paraconsistentă, deoarece, la prima vedere, acestea produc contradicţii. Arii de o sensibilitate specială privind contradicţiile sunt acelea referitoare la colapsul pachetelor de unde în raport cu măsurarea şi, în particular, la problema determinării exacte a operatorilor cum sunt cei ai poziţiei şi momentului. Vom arunca o scurtă privire asupra unora dintre aceste arii, începând cu formalizarea funcţiei delta a lui Dirac.

În mod obişnuit, teoria cuantică este formulată în termenii spaţiilor Hilbert. Astfel, descrierea stării unui sistem este un element al spaţiului Hilbert, H, care este mulţimea totalităţii funcţiilor de la mulţimea numerelor reale R la planul complex C, cu operaţiile adecvate definite. Nu există nici o problemă de netrecut în axiomatizarea unei astfel de teorii şi o vom lăsa ca exerciţiu pentru cititorul diligent[24]. Chestiunea importantă în momentul de faţă este că această teorie implică

$$\forall \psi \in H, \forall x \in \mathrm{R}, \exists y \in \mathrm{C}, \psi(x) = y.$$

Acum, pentru a rezolva multe probleme, este necesar să se recurgă la δ-funcţiile lui Dirac şi să se presupună că acestea sunt elemente ale spaţiului Hilbert. δ-funcţiile sunt caracterizate de axiomele

(i) $$\delta_x \in H \wedge \delta_x = \delta_x^*$$

(ii) $$\forall y \neq x \ \delta_x(y) = 0$$

(iii) $$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta_x(y)dy = 1.$$

[24] Teoria cuantică elementară a fost axiomatizată în acest fel de J. von Neumann, 1953. Aşa cum se obişnuia în legătură cu axiomatizările matematice, baza logică exactă nu este specificată.

Dacă adăugăm aceste axiome la axiomele pentru spațiul Hilbert, putem obține imediat o inconsistență. Căci, întrucât $\delta_x \in \mathbf{H}$, $\forall y \in$ R, $\exists z \in$ C, $\delta_x(y) = z$. Astfel, $\exists z \in$ C $\delta_x(x) = z$. Dar, întrucât $\delta_x = \delta_x^*$, z este real. De aici $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta_x(y)dy = 0$. Contradicție.

Astfel, teoria ca atare cere o formalizare paraconsistentă. Împrejurarea că teoria se află într-un impas serios din punct de vedere clasic a fost sesizată de von Neumann.

> Metoda lui Dirac ... nu satisface în nici un fel cerințele rigorii matematice - nici chiar dacă acestea sunt diminuate într-un mod natural și adecvat în măsura îngăduită în mod obișnuit în altă parte în fizica teoretică. De exemplu, metoda este în acord cu ficțiunea conform căreia fiecare operator auto-articulat poate fi pus în formă diagonală. În cazul acelor operatori care nu sunt efectiv în această situație, această metodă cere introducerea funcțiilor „improprii", cu proprietăți auto-contradictorii.[25]

Desigur, o reformulare paraconsistentă este doar una dintre căile de depășire a problemei și, bineînțeles, nu pretindem că este cea mai bună. Teoria δ-funcției lui Dirac poate să fie formalizată, de pildă, folosind teoria distribuțiilor, deși adecvarea acestei formalizări este o altă problemă. Tot ce pretindem este că aceasta este o formalizare care nu este nerezonabilă și, în plus, o formalizare cu consecințe a căror investigare ar putea fi rodnică.

Mai presante decât problema δ-funcției sau decât cea a reducției generale a pachetelor de unde sunt anomaliile cauzale ale mecanicii cuantice, ceea ce constituie substratul acestor probleme. Cel mai simplu exemplu este oferit, probabil, de faimosul experiment al celor două fante. Să presupunem că trimitem o rază de lumină printr-un ecran cu două fante, *A* și *B*. Trecând prin fante, lumina atinge un alt ecran. Dorim să înțelegem aceasta în termeni specifici. Dacă este deschisă o fantă, atunci pe ecran se observă o anumită figură caracteristică a luminii. Dacă este deschisă cealaltă fantă, se observă o figură similară. S-ar părea că dacă ambele fante sunt deschise, figura obținută *ar trebui* să fie simpla suprapunere a celor două figuri, dar nu este așa. Să considerăm mai întâi demonstrația conform căreia ar trebui să fie așa, înainte de a-i evalua punctele slabe. Intensitatea luminii într-un anumit punct x de pe ecran este determinată de probabilitatea ca un foton să atingă acel punct. Să scriem r, pentru „un foton atinge x", a, pentru „un foton trece prin A" și b, pentru „un foton trece prin B". Suntem interesați de $\Pr(r/a \vee b)$. Aceasta se poate calcula după cum urmează:

$$\Pr(r/a \vee b) = \Pr(r \wedge (a \vee b))/\Pr(a \vee b) =$$
$$(*) = \Pr((r \wedge a) \vee (r \wedge b))/\Pr(a \vee b) =$$
$$(**) = \Pr(r \wedge a)/\Pr(a \vee b) + \Pr(r \wedge b)/\Pr(a \vee b)$$
$$\text{întrucât } \sim((r \wedge b) \wedge (r \wedge a))$$

[25] von Neumann, 1953. Ideea lui von Neumann a fost schițată de Feyerabend, 1978, p. 157 și apoi a fost pusă la punct în Mortensen, 1892, de unde am preluat-o.

Dar

$$(***)\ \sim(a \wedge b).$$

De aici

$$\Pr(a \vee b) = \Pr a + \Pr b$$

și, prin simetrie,

$$\Pr a = \Pr b$$

Astfel,

$$\Pr(r/a \vee b) = \Pr(r \wedge a)/2 \Pr a + \Pr(r \wedge b)/2 \Pr b = 1/2(\Pr(r/a) + \Pr(r/b))$$

Logica cuantică ortodoxă încearcă să blocheze demonstrația liniei (*) prin respingerea distributivității. În timp ce această strategie îndeplinește ceea este cerut în exemplul cu cele două fante, există temeiuri bune de îndoială că strategia reușește în contextul mai larg al mecanicii cuantice în care ar fi eventual plasată. Căci, în primul rând, demonstrația pernicioasă a suprapunerii poate fi adaptată să lucreze cu ceea ce pare să permită logica cuantică ortodoxă; în al doilea rând, atunci când este combinată cu aritmetica, ceea ce este esențial pentru orice întreprindere mai largă, logica cuantică ortodoxă permite demonstrarea distributivității[26]. Strategiile paraconsistente sunt diferite. Opțiunile paraconsistente dominante constau din respingerea pașilor (**) sau/și (***). Conform opțiunii mai tari, dialetheice[27], chiar dacă este adevărat $\sim(a \wedge b)$, $a \wedge b$ nu este prin aceasta exclus. Prin urmare, ambii pași menționați ai demonstrației eșuează[28]. În termeni calitativi, aceasta înseamnă că particula care evident nu poate trece prin ambele fante, face efectiv aceasta. Oricât de provocator ar putea să pară, odată ce ideea că unele inconsistențe sunt adevărate este luată în serios, cine ar putea să susțină că unele inconsistențe nu sunt realizate la nivel microfizic? (De pildă, că microparticulele nu sunt și unde). Ar fi foarte ciudat, dar noi știm deja că la acest nivel se întâmplă lucruri ciudate. De fapt, dat fiind că ceilalți pași ai argumentului sunt acceptabili, evidența experimentală arată că uneori o particulă trebuie (ca o undă) să treacă prin ambele fante[29], chiar dacă așa ceva este imposibil!

---

[26] Pentru cel de-al doilea aspect, a se vedea Dunn, 1980. Pentru primul, a se vedea Gibbins, 1981.

[27] În viziunea autorilor, o *dialetheie* este o contradicție (mai larg, o inconsistență) adevărată, *dialetheismul* (sau *dialethismul*) fiind concepția conform căreia există contradicții (inconsistențe) adevărate. (*N.T.*)

[28] La rigoare, aceasta cere o teorie paraconsistentă a probabilităților, un subiect abordat în secțiunea 4.5. Pentru elaborarea unei abordări paraconsistente non-dialetheice a teoriei cuantice, a se vedea Routley, 1977, în care este avansată o poziție relevantă.

[29] Putem indica – într-un fel – cum se poate întâmpla aceasta, prin secvența de instantanee prezentată în figura 1 (v. p.434).

Nimic nu oprește vizualizarea imposibilului sau a reprezentării diagramatice a imposibilului (a se vedea *EMJB*, Routley, 1980a, și, de asemenea, *Canadian Education Program*, 1982).

Odată ce ne-am deprins cu posibilitatea ca particulele să facă imposibilul, ne vin în minte multe alte fenomene din fizica cuantică, de exemplu penetrarea barierei de potenţial de către o particulă cu energie insuficientă (din punct de vedere clasic). Oricum, nu este nevoie să urmărim acest subiect mai departe.

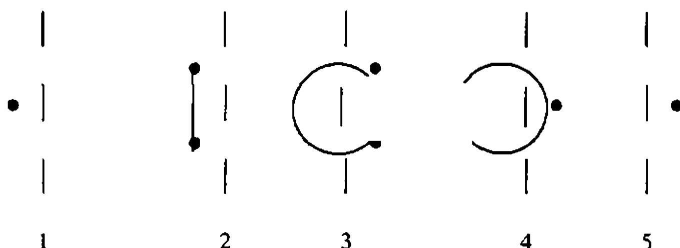


Fig. 1.

La prima vedere, abordarea măsurării în teoria cuantică este, de asemenea, inconsistentă. Căci „rezultatul unei măsurări este o suprapunere de vectori, fiecare reprezentând cantitatea observată ca având una dintre valorile sale posibile"; totuşi, „în practică noi observăm doar o valoare", nu mai multe[30]. Situaţia grea a pisicii lui Schrödinger furnizează un exemplu celebru al problemei: funcţia de undă a sistemului are „o formă în care pisica vie şi pisica moartă sunt amestecate în proporţii egale" (De Witt, p.31), dar este observată o singură pisică, una vie sau, altfel, una moartă[31]. Există o serie de încercări binecunoscute – nici una deosebit de convingătoare – de a rezolva problema, de a o face consistentă într-un mod coerent, în special colapsul pachetului de unde în interpretarea de la Copenhaga, teoriile cu parametrii ascunşi, proiectul interferenţei conştiente al lui Wigner (v. De Witt, p. 32). O încercare diferită – foarte mult în linia tradiţiei pluralismului Jainist şi a logicii discursive – este interpretarea EWG (Everett-Wheeler/Graham), conform căreia toate valorile posibile sunt realizate în lumi diferite, una dintre acestea fiind o lume distinctă, la care noi, observatorii, suntem limitaţi. Cadrul semantic al logicii discursive este gata făcut pentru această interpretare. Dar în pofida legăturilor sale paraconsistente, teoria EWG nu este deloc una paraconsistentă, deoarece arborele lumilor alternative se încadrează într-un spaţiu Hilbert în evoluţie (cel al suprapunerii înseriate), care se conformează logicii clasice[32].

---

[30] De Witt, 1970, p.30.

[31] Este vorba despre un experiment mental, cunoscut ca „paradoxul pisicii", propus de Schrödinger pentru a evidenţia, între altele, problema măsurării în fizica cuantică. Pentru detalii, a se vedea, de pildă, Peter Mittelstaedt, *Probleme filosofice ale fizicii moderne*, Bucureşti, Editura Ştiinţifică, 1971, pp. 155–156. (*N.T*)

[32] Rescher şi Brandom spun că „sistematizarea fizicii cuantice prin abordarea Everett-Wheeler *atrage după sine* (deşi nu cere în mod irevocabil) un aparat logic tolerant la inconsistenţă", 1980, p. 60 (sublinierea noastră). Dar ei nu spun şi cum. Mai mult, pe baza a ceea ce ei spun, teoriile lumilor posibile ale lui Democrit şi David Lewis ar atrage după sine tot aşa „un aparat tolerant la inconsistenţă" – ceea ce, categoric, aceste teorii nu fac. (Abordarea „lumilor independente" a lui De Witt, p.34, ar cere un aparat mai larg: semantica pentru logica relevantă ar fi suficientă).

4. Paraconsistența și noțiuni logice mai largi

Să considerăm acum aplicarea paraconsistenței la teoriile logicii însele. În esență, ceea ce face o logică paraconsistentă este să furnizeze canoane ale bunei raționări care pot fi folosite în toate situațiile – inclusiv în multele situații defectuoase din punct de vedere clasic[33]. Totuși, logica paraconsistentă nu constituie decât o bază limitată pentru aceasta. Căci, în cel mai bun caz, această logică va da o descriere a raționării deductive privitoare la o clasă foarte restrânsă de noțiuni logice. Dincolo de aceasta există alte tipuri de raționare, precum metodele inductive și – nu fără legătură – există multe alte noțiuni pe care le folosim în raționarea noastră, precum probabilitatea, diferite modalități ș.a.m.d.; fiecare dintre aceste noțiuni și tipuri de raționare trebuie să se adapteze adecvat la paraconsistent. Vom întreprinde o premieră prin a arăta în subcapitolele următoare felul în care trebuie să fie realizate unele dintre adaptările acestor noțiuni. Pentru început, însă, să considerăm ceva mai general problema construirii logicilor adecvate.

4.1. Raționalul, inferența, erorile și inconsistentul

După cum ar trebui să fie clar până în momentul de față, raționalul și inferența nu se prăbușesc în situații inconsistente (orice ar putea spune partizanii consistenței în logică și inteligența artificială). Dacă se găsește o inconsistență în raționarea cuiva, nu se invocă *ex falso quodlibet* pentru a se conchide că *trebuie* să se accepte orice și nici nu se ajunge la o oprire definitivă. Desigur, se obișnuiește ca, odată ce se găsește o contradicție, să se ia un răgaz pentru modificarea ideilor până ce acestea sunt consistente. Dar oricât ar fi de obișnuită această procedură, ea nu este deloc obligatorie din punct de vedere rațional. Lucrul rațional de făcut poate fi la fel de bine a accepta contradicția sau cel puțin a vedea ce apare din aceasta. Vom discuta această procedură în introducerea la partea următoare[34]. Chestiunea importantă pentru moment este doar aceea că o teorie a raționalului trebuie să fie paraconsistentă. Încercarea din literatura mai recentă de a furniza o descriere a raționalului uman bazată pe logica clasică și teoria clasică a probabilităților, de la care practica inferențială umană deviază frecvent și cu obstinație, este greșită. Teoria clasică nu este un ideal, ci dimpotrivă, este ea însăși defectuoasă.

Raționarea (indiferent că este artificială sau naturală, umană sau altfel) este de mai multe tipuri: deductivă, inductivă, analogică, dialectică[35]. O logică pentru fiecare dintre tipurile de raționare ar trebui să ne spună ce principii ale inferenței să

[33] Această temă este dezvoltată pe larg în prima parte din Routley, 1977.

[34] v. studiul lui G. Priest și R. Routley, *Semnificația filosofică și inevitabilitatea paraconsistenței*, din volumul de față. (*N.T.*)

[35] Desigur, nu pretindem că aceste tipuri sunt exclusive sau exhaustive.

acceptăm. În plus, fiecare tip de raționare va avea erorile corespunzătoare, inferențe în legătură cu care sarcina logicii este să le respingă. Sistemele formale, precum cele ale logicii propoziționale paraconsistente, codifică doar o mică parte a practicii raționării, şi anume unele principii acceptate ale raționării deductive.

Sistemele de acest fel pot fi totuşi extinse, în maniera lui Łukasiewicz, pentru a cuprinde şi reguli respinse ale raționării deductive, prin intermediul unor reguli de respingere. În acest fel, aceste sisteme pot reflecta şi pot ajuta la codificarea claselor de erori. Dar chiar şi această întreprindere nu a fost încă desfăşurată pentru logicile intensionale, cu toate că ar avea trăsături interesante. De exemplu, principii centrale ale logicii clasice ar fi respinse ca eronate în logica paraconsistentă. În particular, astfel de erori evidente de relevanță cum sunt paradoxurile lui Lewis ar fi respinse, i.e. $\dashv p \wedge \sim p \rightarrow q$, $\dashv q \rightarrow p \vee \sim p$. Dată fiind legătura aşteptată dintre asertări şi respingeri, e.g.

(*) $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\vdash A \rightarrow \vdash B)$

(**) $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\dashv B \rightarrow \dashv A)$,

ar urma o serie de alte respingeri, probabil cea mai controversată, $\dashv p \wedge (\sim p \vee q) \rightarrow q$. Căci, întrucât $\vdash p \wedge \sim p \rightarrow p \wedge (\sim p \vee q)$, $\vdash (p \wedge (\sim p \vee q) \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge \sim p \rightarrow q)$, de unde, folosind (**), sunt respinse instanțe ale silogismului disjunctiv. (Pe o cale similară, dată fiind schema abstracției pentru mulțimi, se poate arăta că instanțele schemei $A \wedge (A \rightarrow B) \rightarrow B$ sunt respinse în logicile relevante de adâncime).

Pentru a furniza o normă adecvată pentru raționare, orizontul logicii relevante/ paraconsistente trebuie să fie extins dincolo de starea actuală la care a ajuns. Chiar şi atunci când s-a realizat aceasta, rămâne problema relației dintre normă şi practică. Analitic, norma este un ghid pentru o practică *corectă*, iar această practică trebuie să aibă anumite relații convenabile cu practica (cu toate că învățământul şi spălarea creierelor pot afecta serios această relație[36]). În orice caz, această problemă este pusă întrucâtva prematur în momentul de față, deoarece au fost efectuate prea puține teste nedistorsionate ale felului în care oamenii (şi alte creaturi) raționează efectiv, în special în situații inconsistente. Cu toate acestea, pentru scopurile de față este suficient faptul că unele cazuri clare de irelevanță, precum paradoxurile lui Lewis prezentate mai sus, sunt larg recunoscute ca eronate de către gândirea preanalitică, precum şi că raționarea continuă într-o modalitate non-clasică în situații incomplete, inconsistente şi paradoxale. Căci aceasta arată că teoria normativă a raționării trebuie să fie una relevantă/ paraconsistentă.

---

[36] Aici, ca şi în alte locuri, ideea autorilor este că, întrucât logica clasică a constituit de atâta timp singura logică predată în şcoli şi în universități, capacitatea noastră de a sesiza că această logică nu este adecvată practicii raționării a fost grav afectată, comparabil cu o operație de „spălare a creierelor". (*N.T.*)

4.2. Extinderea logicii paraconsistente prin operatori intensionali: operatori modali şi temporali

Având concluzia de mai sus bine fixată în minte, să ne întoarcem la problema adaptării la paraconsistent a noţiunilor larg utilizate în raţionare, începând cu ceea ce este relativ mai simplu, noţiunile modale şi temporale.

Operatorii modali şi temporali pot fi adăugaţi unei logici paraconsistente pe căi standard din punct de vedere sintactic şi semantic. Să considerăm, de pildă, modalitatea logică dintr-un punct de vedere semantic. Fie *K* o clasă de evaluări adecvată pentru o logică paraconsistentă. (Aceasta poate fi clasa evaluărilor da Costa pentru C_1, o mulţime de lumi Routley-Meyer, o mulţime de filtre reale pe o latice de Morgan etc.; a se vedea introducerea la partea a doua). Fie *R* o relaţie diadică, considerată drept posibilitate relativă pe domeniul *K*. Atunci, în mod obişnuit, putem defini:

(1) Lφ are loc în $w \in K$, ddacă pentru orice $v \in K$, astfel încât wRv, φ are loc în v.

(2) Mφ are loc în $w \in K$, ddacă pentru unele $v \in K$, astfel încât wRv, φ are loc în v.

Ceea ce susţin *principiile modale* pentru logica astfel definită depinde, desigur, nu numai de relaţia *R*, ci şi de logica paraconsistentă subiacentă. În orice caz, pentru multe logici paraconsistente este destul de uşor de produs versiuni paraconsistente ale unor sisteme precum T, S4, S5 etc. Demonstraţiile de completitudine urmează în mod obişnuit dintr-o fuziune a demonstraţiilor de completitudine pentru logicile modale standard şi a celor pentru logicile paraconsistente existente[37].

Astfel de fundamente paraconsistente permit elaborarea unor logici modale cu totul noi. Până acum s-au făcut foarte puţine în acest domeniu, dar am putea menţiona, ca un exemplu, sistemele obţinute prin adăugarea tezei lui Nietzsche: Mφ – orice este posibil[38].

Orice logică modală normală care conţine teza lui Nietzsche este inconsistentă, dar dacă logica sa subiacentă este paraconsistentă, nu există nici un temei pentru care ar trebui să fie trivială. De fapt, tot ce avem nevoie pentru a

---

[37] Pentru detalii în legătură cu cazul celor mai dificile dintre acestea, logicile relevante, vezi *RLR*, R. Routley ş.a., 1982, capit. 8 şi 9, în care logicile relevante intensionale multiple sunt tratate mult mai complet.

[38] Logicile relevante de acest tip sunt examinate în *RLR*, capit. 8, iar aspectele filosofice implicate sunt discutate în Routley, 1983. Tema nihilistă a lui Nietzsche are un analog deontic notoriu, Axioma lui Dostoievski: Totul este permis (examinată, de asemenea, în sursele menţionate mai sus).

realiza teza lui Nietzsche într-o structură-model modală este ca structura să conţină evaluarea/lumea trivială (în care orice este adevărat). Desigur, deşi această condiţie este suficientă, ea nu este şi necesară.

Adăugarea de operatori temporali unei logici paraconsistente este, de asemenea, destul de simplă. Condiţiile de adevăr pentru *G* („va fi întotdeauna cazul că") şi *F* („va fi cazul că") sunt date de (1) şi (2), cu „*G*" în loc de „*L*" şi „*F*" în loc de „*M*". Condiţiile de adevăr pentru *H* („a fost întotdeauna cazul că") şi *P* („a fost cazul că") sunt date în acelaşi fel, cu excepţia faptului că *R* este înlocuită de conversa sa, $\check{R}$. *R* este considerată acum ca o relaţie de ordine temporală[39].

Logica temporală paraconsistentă este importantă în legătură cu teoria dialectică a schimbării. Se spune uneori că postularea timpului ca fiind real este necesară pentru a remedia contradicţiile produse de schimbare. Ceea ce se înţelege prin aceasta este că dacă un lucru se schimbă, acel lucru este *P* şi deopotrivă nu este *P*. Contradicţia aparentă se rezolvă atunci când admitem că lucrul este *P* într-un anumit moment şi nu este *P* în alt moment. (Astfel, idealişti precum Bradley, care neagă realitatea timpului, sunt forţaţi, prin urmare, să admită că schimbarea antrenează contradicţia. Datorită acestui fapt, ei exilează timpul în domeniul aparenţelor, care, spre deosebire de realitate, poate fi inconsistent). Chiar *dacă* postularea timpului este necesară, ea nu este şi suficientă. Căci pot fi momente în care are loc o contradicţie. Aceasta este exact ceea ce cred cei care acceptă o abordare dialectică a schimbării. Ceva ce se mişcă de aici în altă parte este, într-unul şi acelaşi moment, aici şi deopotrivă nu este aici[40]. Şi mai general, dacă ceva se schimbă de la *P* la non-*P*, într-un anumit moment, acel ceva este *P* şi deopotrivă nu este *P*. Să numim această concepţie *principiul lui Zenon*, întrucât Zenon a fost cel care l-a argumentat pentru prima dată. Atunci, într-o logică temporală paraconsistentă, această concepţie are drept consecinţe principii cum este

$$(A \wedge F{\sim}A) \rightarrow F((A \wedge {\sim}A) \wedge F{\sim}A \wedge PA) \qquad (Z)$$

precum şi dualul său trecut/viitor. Completitudinea lui (Z) în raport cu principiul lui Zenon este, evident, o problemă care depinde de multe detalii privitoare la logica subiacentă, aşa încât nu o vom discuta în capitolul de faţă. Oricum, este clar că pentru a da mult sens principiului lui Zenon, este necesară o logică paraconsistentă. Clasic putem demonstra $\sim F(A \wedge \sim A)$ şi de aici $\sim(A \wedge F{\sim}A)$, i.e. nu există schimbare. Astfel, (Z) plus logica clasică produce poziţia lui Parmenide, conform căreia nu există schimbare. Prin urmare, logica temporală paraconsistentă este o teorie logică importantă pentru investigarea abordării dialectice a schimbării. Dar rămân a fi investigate principiul (Z) şi consecinţele sale logice.

[39] Detalii suplimentare pot fi găsite în *RLR*, cap. 8 şi în Priest, 1982.
[40] Astfel, e.g., Hegel, 1812, vol. II, cartea a 2-a, cap. 2, §3.

4.3. Dileme morale: logica deontică

O altă extindere semnificativă filosofic a logicii paraconsistente este cea asupra logicii deontice. Operatorii deontici „*O*" („este obligatoriu că") și „*P*" („este permisibil/ permis că") pot fi adăugați în aproape același fel ca și operatorii modali din secțiunea anterioară. Putem acum să considerăm relația *R* ca pe o relație de „accesibilitate morală" (i.e. *xRy* înseamnă că *y* este obținut din *x* prin îndeplinirea unor acte permisibile din punct de vedere moral) sau, alternativ, ca permițând accesul la lumi ideale (i.e. *y* este ideală, considerată din *x*). Condițiile de adevăr pentru „*O*" și „*P*" sunt obținute simplu, prin înlocuirea lui „*L*" cu „*O*" și a lui „*M*" cu „*P*" în (1) și (2) din secțiunea anterioară. Ca de obicei, permițând ca *R* să aibă diferite proprietăți, se obține o gamă de logici deontice. Detaliile privind sisteme axiomatice justificate[41] și complete depind, desigur, tot de logica paraconsistentă subiacentă, ca și gama de sisteme deontice considerate.

Logicile deontice paraconsistente sunt cu deosebire importante, căci ele rectifică gravele distorsiuni ale conceptelor de obligație care se obțin în logicile deontice fundamentate clasic. De exemplu, este binecunoscut faptul că putem contracta obligații inconsistente. Exemplele de dileme morale abundă în literatură. Nu toate sunt cazuri de obligații inconsistente. Unele dileme morale sunt doar situații în care este dificil să se decidă ce trebuie făcut. Altele sunt cazuri în care nu este nici o inconsistență, întrucât este clar că o obligație *prima facie* este derogată de o obligație mai importantă. De exemplu, obligația produsă de promisiunea mea de a ajunge acasă la o anumită oră dispare, dacă întârzii pentru a salva viața cuiva. Totuși, există cazuri în care ajungem la obligații autentic inconsistente[42]. Îi promit lui *x* că vom lua masa împreună la următoarea sa sosire în oraș. Îi promit lui *y* că vom lua masa împreună, iar *x* mă anunță că el va fi în oraș în acel timp (și numai în acel timp). Să scriem *X* pentru „iau masa cu *x*" și *Y* pentru „iau masa cu *y*". Astfel, avem deopotrivă OX și OY. Dar admițând că nu pot lua masa cu unul dintre ei dacă iau masa cu celălalt (poate pentru că ei se vor afla în diferite părți ale orașului), avem $X \to {\sim}Y$. Întrucât OX, obținem $O{\sim}Y$. (Dacă această inferență este pusă la îndoială, considerați doar cazul în care îi promit lui *x* că voi face ceva și, uituc, îi promit lui *y* că nu voi face acel ceva). Prin urmare, avem $OY \wedge O{\sim}Y$, ceea ce este echivalent cu $O(Y \wedge {\sim}Y)$[43].

Această ultimă formulă descrie o stare de lucruri realizabilă. Cu toate acestea, formula nu poate fi adevărată în nici o lume a logicii deontice standard. Oricum, răul abia urmează. Căci clasic, $\vdash Y \wedge {\sim}Y \to A$. De aici, distribuindu-l pe O, $\vdash O(Y \wedge {\sim}Y) \to OA$. Astfel, conform teoriei deontice clasice, dacă eu contractez obligații deontice clasice, trebuie să fac orice. Este ridicol. În situația descrisă,

---

[41] Am folosit aici „justificat" ca echivalent al termenului din limba engleză *sound*; un sistem logic axiomatic este justificat (*sound*) dacă satisface *metateorema justificării axiomatizării*: orice teoremă în sens sintactic este teoremă în sens semantic. (*N.T.*)

[42] Multe exemple de astfel de dileme morale sunt date în Routley și Plumwood, 1989.

[43] În logicile paraconsistente non-adjunctive, acest principiu este respins (în mod eronat, în concepția noastră). În astfel de teorii apar dileme morale de forma $OA \wedge O{\sim}A$, dar nu de forma $O(A \wedge {\sim}A)$.

evident, nu este permisibil, şi cu atât mai puțin obligatoriu, să mă duc şi să-mi împuşc unul dintre prieteni sau pe vreun martor inocent. Oricum, urmează ceva şi mai rău. Admițând (ca pentru logicile deontice obişnuite) că orice lume are cel puțin o extensie accesibilă, avem $\vdash \sim(OY \wedge O\sim Y)$ şi astfel $\vdash (OY \wedge O\sim Y) \rightarrow B$.

Cu alte cuvinte, făcând promisiuni inconsistente, fac în aşa fel încât Parisul să fie capitala Chinei. De fapt, fac ca lumea să fie trivială!

Nici una dintre aceste consecințe ridicole nu decurge dintr-o logică deontică paraconsistentă de tip relevant: există lumi în care $O(A \wedge \sim A)$ este adevărată şi (prin urmare) $(OA \wedge O\sim A) \rightarrow OB$ (şi *a fortiori* $(OA \wedge O\sim A) \rightarrow B$)) eşuează.

O consecință importantă a acestei abordări este aceea că principiul kantian „Trebuie implică Poate“, i.e. „tot ceea ce este obligatoriu este posibil“ (sau, în sens invers, „dacă ceva este imposibil, nu este obligatoriu“) trebuie să fie respins. În semantica dată este desigur adevărat că $OA \rightarrow MA$ (cel puțin atunci când relația deontică R este o subrelație a relației alethice R şi $\forall x \exists y\ xRy$ pentru relația deontică R). Dar, după cât se pare, dacă $O(A \wedge \sim A)$ este adevărată în w, toate lumile accesibile din w vor fi lumi „imposibile“. Dar maxima morală kantiană înseamnă, după cât se pare, că tot ceea ce este obligatoriu este adevărat într-o lume posibilă. Aşa că fie C mulțimea lumilor sau evaluărilor consistente (din punct de vedere clasic). Dacă noi distingem un operator M' astfel:

$M'A$ are loc în w ddacă pentru unii x din C astfel încât $w\ R\ x$, A are loc în x,

atunci maxima kantiană scontată este exprimată de $OA \rightarrow M'A$. Dar, evident, aceasta eşuează în general.

Am luat exemplele noastre de obligații inconsistente din domeniul moralei. Dar sfera obligației este, evident, mult mai largă şi ar fi uşor să prezentăm obligații inconsistente considerând situații politice, sisteme juridice, contracte, constituții, jocuri ş.a.[44] Astfel, aplicarea logicii paraconsistente are o sferă mai largă.

Aproape toate punctele pe care le-am atins cu privire la obligațiile inconsistente pot fi repetate cu privire la ordine inconsistente (care pot fi produse intenționat sau accidental). De aici rezultă că discuția noastră se aplică *mutatis mutandis* la logicile imperativelor. Logicile satisfăcătoare ale imperativelor vor fi paraconsistente.

4.4. Sisteme de opinii: logica doxastică

Gândirea este mai cuprinzătoare decât raționarea. În timp ce raționarea este inclusă în gândire, gândirea include pe deasupra supoziția şi (în utilizarea obişnuită a termenului) opinia. Raționarea se desfăşoară în conformitate cu principii; gândirea poate să implice adoptarea principiilor, reflectarea asupra acestora şi multe altele. Numai *reflectarea*, înainte ca supoziția şi opiniile să fie prezente,

---

[44] Aşa cum discutăm în cazul sistemelor juridice în introducerile la părțile a doua şi a patra ale cărții.

poate include mai mult decât raționarea: reflectarea poate include aspecte precum diviziunea sau clasificarea şi compararea lucrurilor divizate sau clasificate. Operațiile incluse în reflectare, dincolo de cele ale raționării, au fost puțin investigate în logica modernă, deşi, într-o perioadă în care psihologia era într-un stadiu mult mai primitiv, au fost incluse în logica tradițională, iar uneori s-a spus despre ele că au un loc important în logica lui Hegel şi astfel în logica dialectică. În privința *opiniei* şi într-o mai mică măsură a *supoziției*, situația este ceva mai bună: au fost oferite elemente de logică doxastică, deşi în majoritate pe o bază clasică inadecvată, printr-o analogie directă cu logicile modale mai slabe.

Prin contrast cu rațiunea, o trăsătură esențială a opiniei, ca şi a multor operatori psihologici, este aceea că opinia nu este închisă deductiv. O ființă poate foarte bine să creadă A, dar să nu creadă B, deşi B este deductibil din A. Astfel, următoarele teze ale unor logici doxastice trebuie să fie respinse:

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (x\mathrm{Cr}A \rightarrow x\mathrm{Cr}B)$$

$$((A \rightarrow B) \wedge x\mathrm{Cr}A) \rightarrow x\mathrm{Cr}B.$$

Alte principii care trebuie să fie respinse sunt diferite postulate ale consistenței, în particular

$$\sim x\mathrm{Cr}(A \wedge \sim A)$$

$$x\mathrm{Cr}\sim A \rightarrow \sim x\mathrm{Cr}A.$$

Este clar că un agent poate foarte bine să creadă o contradicție fie intenționat, fie neintenționat. Mai mult (după cum vom argumenta în introducerea la următoarea parte a cărții[45]), agentul poate să creadă *în mod rațional* o contradicție. Respingerea postulatelor de consistență ar produce probleme serioase, dacă am încerca să fundamentăm o logică doxastică pe o teorie clasică a lumilor posibile. Totuşi, teoria mult mai generală a lumilor formulată în logicile paraconsistente permite respingerea acestor principii fără nici un fel de problemă.

Prin contrast cu logicile modale standard, logica doxastică este foarte slabă. (Într-adevăr, aceasta este doar cu puțin mai mult decât o consecință firească a opiniei, care nu este închisă față de implicație). Din acest motiv, logica doxastică este caracterizată tot atât de mult de principiile pe care le respinge, ca şi de principiile pe care le acceptă. Dar cineva ar putea foarte bine să se întrebe de ce ar trebui, în fond, să accepte vreun principiu care implică opinia. De fapt, ar trebui. Un exemplu este principiul conjuncției

$$x\mathrm{Cr}(A \wedge B) \leftrightarrow x\mathrm{Cr}A \wedge x\mathrm{Cr}B.$$

[45] v. studiul lui G. Priest şi R. Routley, *Semnificația filosofică şi inevitabilitatea paraconsistenței*, din volumul de față. (*N.T.*)

În timp ce simplificarea, $x\mathrm{Cr}(A \wedge B) \to x\mathrm{Cr}A \wedge x\mathrm{Cr}B$, nu este foarte controversată, reciproca sa, $x\mathrm{Cr}A \wedge x\mathrm{Cr}B \to x\mathrm{Cr}(A \wedge B)$, este discutabilă. Dar se poate argumenta convingător că aceasta caracterizează corect opinia[46]. Această reciprocă este importantă. Căci între cei care admit în mod just că opiniile noastre pot foarte bine să fie inconsistente este obişnuit să se propună o logică paraconsistentă non-adjunctivă[47], pe temeiul că, deşi cineva poate să creadă A şi să creadă $\sim A$, acel cineva nu va crede $A \wedge \sim A$. Evident, dacă principiul conjuncției pentru opinii este corect, această apărare a sistemelor non-adjunctive – una dintre cele principale – eşuează.

Logica opiniei *raționale*, deşi este cu siguranță închisă față de operații logice mai elementare (precum adjuncția, fără îndoială), nu este grevată de postulate de consistență, aşa cum este logica opiniei. De aceea, nici logica opiniei raționale nu se fundamentează satisfăcător pe logica clasică şi, prin urmare, întrucât atribuirile de probabilități sunt atât de strâns legate de evaluările opiniei raționale, nici teoria probabilităților – care conduce la o altă aplicație majoră şi actuală (deşi cu rădăcini mai vechi).

4.5. Probabilitatea şi raționarea inductivă

Abordările standard ale teoriei probabilităților sunt net fundamentate pe logica clasică. Totuşi, acestea pot fi fundamentate alternativ şi lesne pe o logică paraconsistentă şi, după cum vom vedea, această fundamentare prezintă un număr de avantaje. Există multe abordări diferite ale teoriei clasice a probabilităților. Una dintre cele mai uşor de adaptat la paraconsistență este abordarea lui Carnap. Fie C o clasă de lumi/evaluări paraconsistente adecvate pentru o logică paraconsistentă. Fie m o funcție de măsură normală definită pe C. Atunci, în particular, $m(C) = 1$. Probabilitatea unei formule A, $\mathrm{Pr}(A)$, poate să fie definită acum ca m ($\{x \in C | A$ are loc în $x\}$). Este uşor să se verifice:

(i) $0 \leq \mathrm{Pr}(A) \leq 1$

(ii) dacă A implică logic B în logica respectivă (i.e. dacă în orice evaluare în care are loc A, are loc B), $\mathrm{Pr}(A) \leq \mathrm{Pr}(B)$

(iii) $\mathrm{Pr}(A \vee B) = \mathrm{Pr}(A) + \mathrm{Pr}(B) - \mathrm{Pr}(A \wedge B)$ (presupunând că disjuncția şi conjuncția se comportă în felul obişnuit)

(iv) Dacă A este un adevăr logic (i.e. are loc în orice evaluare), $\mathrm{Pr}(A) = 1$.

În general, toate principiile teoriei probabilităților care nu privesc negația vor fi imediat valabile în teoria paraconsistentă a probabilităților. Într-un mod tipic, teoria

---

[46] Argumente în acest scop sunt prezentate în R. şi V. Routley, 1975. Logica opiniei expusă acolo este îmbunătățită şi dezvoltată în *EMJB*, 8.11.

[47] v., e.g.: Lewis, 1982; Rescher şi Brandom, 1980; Schotch şi Jennings, 1989; Ellis, 1979.

paraconsistentă a probabilităților diferă de teoria clasică în vecinătatea negației. În particular, nu va fi, în general, adevărat că $\Pr(A) + \Pr(\sim A) = 1$. Dacă $(A \vee \sim A)$ este un adevăr logic, va fi cu siguranță adevărat că

$$1 = \Pr(A) + \Pr(\sim A) - \Pr(A \wedge \sim A),$$

prin (*iii*) și (*iv*), dar, desigur, $\Pr(A \wedge \sim A) \neq 0$ în general.

Un avantaj special al acestei abordări este următorul. Definiția standard a probabilității condiționate, $\Pr(A/B)$, este $\Pr(A \wedge B)/\Pr(B)$, ceea ce, desigur, are sens doar dacă $\Pr(B) \neq 0$. Din ceea ce am spus deja, rezultă că $\Pr(A/B \wedge \sim B)$ poate fi bine definită. Astfel, putem avea evaluări importante ale probabilității enunțurilor privitoare la date inconsistente. Din punct de vedere preanalitic, aceasta este cea ce facem tot timpul. De exemplu, apreciem ceea ce se întâmplă în diferite țări (cu grade de probabilitate), date fiind articolele de presă inconsistente pe care le citim. Totuși, conform teoriei clasice, acest lucru este imposibil. Mai general, o trăsătură a multor logici paraconsistente (încă o dată, a logicilor relevante și a celor pozitive–plus, dar *nu* și a celor non-adjunctive) este aceea că orice formulă are loc într-o evaluare sau, mai corect, într-o clasă non-trivială de evaluări. De aici rezultă că dacă procedăm cu măsură, putem fi siguri că $\Pr(A) \neq 0$ pentru orice A. Aceasta înseamnă că probabilitatea condiționată este întotdeauna definită – o trăsătură foarte atrăgătoare. S-ar putea spune că dacă, din punct de vedere paraconsistent, $\Pr(A) \neq 0$, aceasta ar arăta că un adept al paraconsistenței este îndeajuns de nesăbuit încât să susțină orice. Totuși, aceasta se poate formula ușor diferit în felul următor: nu există ceva ce un adept al paraconsistenței să respingă *a priori* în mod dogmatic și astupat la minte.

Comportamentul neclasic al negației se referă la faptul că unele părți ale probabilității clasice trebuie să fie ușor refăcute. De exemplu, să considerăm teorema lui Bayes. Putem arăta în modul obișnuit că $\Pr(h/e) = \Pr(e/h) \cdot \Pr(h)/\Pr(e)$. Să presupunem acum că avem două ipoteze, h și h_1 (aplicarea la un număr finit oarecare este o formalitate), și că h și h_1 sunt exhaustive și exclusive, în sensul că $h_1 \vee h$ și $\sim(h_1 \wedge h)$ sunt adevăruri logice. Atunci

$$\begin{aligned}\Pr(e) &= \Pr(e \wedge (h \vee h_1)) = \Pr((e \wedge h) \vee (e \wedge h_1)) = \\ &= \Pr(e \wedge h) + \Pr(e \wedge h_1) - \Pr(e \wedge h \wedge e \wedge h_1) = \\ &= \Pr(h)\Pr(e/h) + \Pr(h_1)\Pr(e/h_1) - \Pr(h \wedge h_1)\Pr(e/h \wedge h_1)\end{aligned}$$

astfel,

$$\Pr(h/e) = \frac{\Pr(e/h) \cdot \Pr(h)}{\Pr(h)\Pr(e/h) + \Pr(h_1)\Pr(e/h_1) - \Pr(h_1 \wedge h)\Pr(e/h_1 \wedge h)}$$

Acesta este cazul paraconsistent al celor două ipoteze ale teoremei lui Bayes. În cazul clasic, ultimul termen de la numitor poate fi eliminat, întrucât $\Pr(h_1 \wedge h) = 0$. Oricum, $\Pr\sim(h_1 \wedge h) = 1$ nu mai este o garanție pentru aceasta[48].

[48] Dezvoltarea restului teoriei paraconsistente a probabilităților depășește scopul propus pentru această introducere. Pentru o discuție completă a teoriei și a altor aspecte ale teoriei relevante a probabilităților, v. Routley, 1977.

Probabilitatea joacă un rol în multe alte teorii logice, iar o teorie paraconsistentă a probabilităţilor are adesea un avantaj net asupra teoriei clasice. De exemplu, în teoria confirmării, teoria paraconsistentă admite probabilitatea/confirmarea înaltă a ipotezelor contradictorii. Căci $Pr(e/h)$ şi $Pr(\sim e/h)$ pot fi ambele > 1/2. (Într-adevăr, $Pr(p/p \wedge \sim p) = Pr(\sim p/p \wedge \sim p) = 1$). Acest fapt are legături evidente cu paradoxul verbastru[49], în care ipoteze contrare sunt deopotrivă confirmate de experienţă.

Ca un alt exemplu, să considerăm teoria acceptării raţionale. Se susţine adesea, şi în mod plauzibil, că o aserţiune trebuie să fie acceptată raţional numai dacă are o probabilitate îndeajuns de înaltă. Într-o simbolizare evidentă:

(1) $Pr(A) \geq 1 - \varepsilon$, ddacă $Rat(A)$ $(\varepsilon << 1/2)$

Întrucât, după cum am văzut, putem avea $Pr(A \wedge \sim A) \geq 1 - \varepsilon$, $Rat(A \wedge \sim A)$, i.e. unele contradicţii sunt raţional acceptabile.

O problemă standard în legătură cu (1) este ilustrată de paradoxul loteriei. Să considerăm o loterie corectă cu n bilete. Să scriem A_n pentru „Biletul n este câştigător". Atunci, evident, dacă luăm pe n suficient de mare, avem $Pr(\sim A_i) \geq 1 - \varepsilon$, $1 \geq i \geq n$, în timp ce $Pr(A_1 \vee \ldots \vee A_n, \sim A_1, \ldots, \sim A_n) = 1$. Astfel, mulţimea opiniilor acceptate raţional include mulţimea $\{A_1 \vee \ldots \vee A_n, \sim A_1, \ldots, \sim A_n\}$, care este evident inconsistentă. Acest fapt nu-l incomodează pe un adept al paraconsistenţei. Remarci similare se aplică şi cu privire la paradoxul prefeţei[50].

În legătură cu acceptabilitatea raţională, se sugerează adesea că mulţimea lucrurilor acceptate raţional ar trebui să fie închisă deductiv. Evident, aceasta este o problemă serioasă pentru orice logician clasic care acceptă concluzia unui paradox, întrucât acest pas trivializează opinia raţională. În mod clar, aceasta nu este o problemă similară pentru un adept al paraconsistenţei. Chiar şi aşa, noi credem că sugestia este incorectă. Într-adevăr, este uşor de demonstrat că această sugestie este incompatibilă cu (1). Căci este suficient să se prezinte situaţii în care consecinţa logică *se diminuează* din punct de vedere probabilist. (Să considerăm numai $\{A, \sim A\} \vdash A \wedge \sim A$). Rezultă că, dacă acceptăm deopotrivă (1) şi închiderea deductivă a celor acceptate, putem să demonstrăm că există un A, astfel încât

$$Pr(A) \geq 1 - \varepsilon \text{ şi } Pr(A) < 1 - \varepsilon.$$

Aceasta este o contradicţie în legătură cu care nu există un temei suficient pentru a o accepta.

---

[49] Paradoxul verbastru (*the grue paradox*) este un paradox din teoria inducţiei, în a cărui formulare apare predicatul „verbastru", derivat de la „albastru" (*blue*) şi „verde" (*green*). (*N.T.*)

[50] În legătură cu acest „paradox", v. Makinson (1964–1965). „Paradoxul loteriei" este considerat în detaliu în R. şi V. Routley, 1975.

4.6. Conținutul informațional și prelucrarea datelor

Tot așa cum teoria standard a probabilităților este fundamentată pe logica clasică, dar poate fi refăcută din punct de vedere paraconsistent pentru a obține o teorie mai satisfăcătoare, și alte teorii fundamentate clasic pot fi refăcute în acest fel; de exemplu, același lucru este adevărat despre abordările clasice ale conținutului informațional. Din nou, sunt multe abordări posibile ale conținutului, dar o abordare care este cel mai ușor de generalizat la logica paraconsistentă este datorată lui Carnap și Bar-Hillel.

Fie C o clasă de lumi (evaluări) adecvate pentru o logică paraconsistentă. Atunci conținutul informațional al lui A, Con(A), este exact $C-\{x \in C: A$ are loc în $x\}$. Presupunând că disjuncția și conjuncția se comportă normal, decurg rezultatele obișnuite în legătură cu conținuturile disjuncțiilor și conjuncțiilor, e.g.:

(i) A implică logic B în logica respectivă, ddacă $\mathrm{Con}(B) \subseteq \mathrm{Con}(A)$

(ii) $$\mathrm{Con}(A \vee B) = \mathrm{Con}(A) \cap \mathrm{Con}(B)$$

(iii) $$\mathrm{Con}(A \wedge B) = \mathrm{Con}(A) \cup \mathrm{Con}(B).$$

Totuși, așa cum este de așteptat, diferă rezultatele privind formulele în care apare negația. În particular, putem avea $\mathrm{Con}(A \wedge \sim A) \neq \Lambda$. Prin urmare, o contradicție poate avea un conținut determinat, non-trivial, iar diferite contradicții pot avea conținuturi diferite. Astfel, declarațiile conform cărora contradicțiile nu au conținut sau au conținut trivial pot fi susținute doar insistând asupra faptului că evaluările sau lumile peste care este definit conținutul sunt consistente. Orice justificare a acestui fapt este obligată să ocolească problema inițială.

Dacă se cere o măsură numerică a conținutului, c, putem lua o funcție de măsură adecvată, m, definită pe C și putem lua

$$c(A) = m\,\mathrm{Con}(A).$$

De aici decurg rezultatele standard privind conținutul numeric al disjuncțiilor și conjuncțiilor. Poate fi definit conținutul relativ etc.[51]

Problema informației sugerează în mod natural o altă aplicație a logicii paraconsistente: prelucrarea datelor. Dorim să stocăm date într-un computer și să fim capabili să le recuperăm. Oricum, dorim în mod obișnuit să facem mai mult decât atât: dorim ca un computer să poată face inferențe din datele sale și să ne furnizeze concluziile. Aceasta nu este numai o chestiune de eficiență (este mai rapid de programat „John este șaten și nimeni altcineva nu mai este șaten“ decât „John este șaten; Fred nu este șaten; Steve nu este șaten; ...“), dar noi dorim să putem determina consecințele datelor noastre atunci când sunt prea multe pentru a le manipula din punct de vedere uman. Acum, este binecunoscut că datele strânse

[51] Detalii pot fi găsite în Routley, 1977.

din surse diferite sunt predispuse la a fi inconsistente. Posibil, cineva ar putea dori să verifice datele înainte de a le introduce în computer, dar chiar dacă este găsită o inconsistență (și, desigur, nu există o procedură generală de decizie pentru inconsistență), ne confruntăm cu problema felului în care putem înlătura inconsistența fără a pierde prea multe date. Din mai multe motive, este mai bine să lăsăm ca mașina să păstreze toate datele. Dar acum este evident că acel computer trebuie să fie programat cu o logică paraconsistentă. O logică ce ar face ca un computer să răspundă „Da" la orice întrebare, inclusiv „Există Dumnezeu?", atunci când îi sunt introduse discursurile oricărui politician, ar fi inutilă. Problema felului în care ar putea fi elaborată o astfel de implementare utilă a unei logici paraconsistente în domeniul computațional este una importantă – o problemă care va depinde iarăși, desigur, de logica în discuție. Este foarte atrăgător să gândim că acea logică ar trebui să fie una relevantă[52].

4.7. Vaguitatea

În final, merită să remarcăm rolul logicii paraconsistente ca logică subiacentă pentru un limbaj cu predicate vagi. Se sugerează adesea că ceea ce caracterizează un predicat vag este aceea că într-un anumit domeniu de aplicație, obiectele nu satisfac nici predicatul, nici negația acestuia[53]. Totuși, ceea ce ne spune intuiția este că predicatul și negația acestuia sunt tot atât de adevărate despre obiectele de graniță pe cât sunt de false. De aici, o tratare alternativă a subiectului, consonantă cu această intuiție, este aceea că obiectele satisfac deopotrivă predicatul și negația acestuia și deci că situația este paraconsistentă[54]. În plus, există temeiuri pentru care această abordare poate fi preferabilă, cel puțin în cazurile particulare și probabil în general. Mai întâi, să considerăm o tranziție de culoare de la roșu la albastru prin magenta. Pare a fi mult mai plauzibil să presupunem că în zona de graniță dintre roșu și albastru culoarea este deopotrivă roșu și albastru, decât să presupunem că nu este nici roșu, nici albastru. Un argument conform căruia abordarea paraconsistentă este preferabilă, în general, este acela că abordările cu goluri de valorizare produc în mod caracteristic un eșec al legii terțului exclus în zona de graniță. Totuși, așa cum au arătat Dummett și alții[55], acest argument nu este chiar atât de plauzibil. Într-un caz de graniță dintre portocaliu și roșu, am fi înclinați să spunem că respectiva culoare este sau portocaliu, sau roșu și de aici decurge că este portocaliu sau nu este portocaliu.

În realitate, nici o abordare trivalentă standard a vaguității (sau, prin analogie, una cu un număr finit de valori) nu este satisfăcătoare, fie aceasta

---

[52] În ceea ce privește răspunsul la întrebarea de ce ar trebui să fie proiectată o astfel de elaborare, precum și pentru sugestii interesante în ceea ce privește felul în care ar trebui să fie ea proiectată (v. Belnap, 1977).

[53] v., e.g., Haack, 1974, p. 114.

[54] Această abordare a vaguității este întreprinsă în Pinter, 1980.

[55] Haack, op. cit., p. 114.

inconsistentă sau incompletă. Aceasta deoarece aria dintre precis și vag este ea însăși vagă[56] Acest fapt a sugerat folosirea unui *continuum* (sau cel puțin a unei serii dense) de valori semantice. Ca și în cazul trivalenței, aceasta poate duce sau la incompletitudine, sau la inconsistență, în funcție de condițiile de adevăr ale negației și de mulțimea valorilor desemnate[57]. Ca și în cazul trivalenței, există temeiuri pentru a presupune că varianta inconsistentă este preferabilă.

5. Concluzie

Am conturat acum o imagine generală a unora dintre aplicațiile logicii paraconsistente. Perspectiva s-a concentrat asupra ariei de cuprindere, mai curând decât asupra profunzimii. (Chiar și așa, cu greu se poate pretinde că perspectiva este cuprinzătoare). Ceea ce va fi clar este că ceva mai mult decât un început – dacă și atât – a fost făcut în majoritatea temelor pe care le-am adus în discuție. Pentru un subiect al cărui studiu teoretic serios are o vechime cu puțin mai mare de 20 de ani și care a demarat foarte lent, acest fapt abia dacă este surprinzător. Oricum, va fi de asemenea clar că investigarea acestor teritorii promite a fi o sarcină fascinantă pentru teoreticienii adepți ai paraconsistenței. Singurul aspect care ne-ar surprinde realmente în legătură cu viitoarele căutări în aceste direcții ar fi eșecul acestora de a produce surprize.

Bibliografie

[1] **Arruda, A. I., Batens, D.** – „Russell's set versus the universal set in paraconsistent set theories". *Logique et Analyse*, **25**, pp. 121–131, 1982.
[2] **Belnap, N. D., Jr.** – „A useful four–valued logic", în *Modern Uses of Multiple–valued Logic*, eds. J. M. Dunn și G. Epstein, Dordrecht: Reidel, 1977.
[3] **Boyer, C. B.** – *The History of the Calcululus and its Conceptual Development*, Dover, 1949.
[4] **Brady, R.** – *The Non-triviality of Dialectical Set Theory*, în acest volum [*PL. E.I.*], pp. 437–471, 1989.
[5] **Canadian Education Program** – „The Seeing Brain – travelling visual display", 1982.
[6] **De Witt, B.** – „Quantum mechanics and reality". *Phisics Today*, **23** (nr. 19). pp. 30–35, 1970.
[7] **Dunn, J. M.** – *Quantum mathematics*, în *PSA* 1980, vol. 2, eds. P. D. Asquith și R. N. Giere, Philosophy of Science Association, East Lansing, Michigan, 1980.
[8] **Ellis, B.** – *Rational Belief Systems*, Oxford, 1979.

[56] Această afirmație ar trebui să fie înțeleasă, probabil, în sensul că extensiunea unui predicat vag se compune dintr-un *nucleu* care conține cazurile precise și o *margine* care conține cazurile de graniță (v. Enescu, Gh., *Fundamentele logice ale gândirii*, București, Editura Științifică și Enciclopedică, 1980), iar distincția dintre cazurile care aparțin nucleului și cele care aparțin marginii nu poate fi trasată precis. (*N.T.*)

[57] O versiune a variantei inconsistente se afl• în Peña, 1989.

[9] FEYERABEND, P. – „In defence of Aristotle: comments on the condition of content increase", în *Progress and Rationality in Science*, eds., Radnitzky, G. și Anderson, G., Dordrecht: Reidel, 1978.
[10] FRAENKEL, A., BAR-HILLEL, Y., LEVY, A. – *Foundations of Set Theory*, Amsterdam: North Holland, 1973.
[11] GIBBINS, P. – „Putnam on the two – slit experiment", *Erkenntnis*, **16**, pp. 235–241, 1981.
[12] HAACK, S. – *Deviant Logic*, Cambridge University Press, 1974.
[13] HEGEL, G. W. F. – *Science of Logic*, trad. de A. V. Miller, London: Allen & Unwin, 1969, (1812).
[14] LAKATOS, I. – *Proofs and Refutations*, Cambridge University Press, 1976.
[15] LEWIS, D. – „Logic for equivocators", *Noûs*, **16**, pp. 431–441, 1982.
[16] MAKINSON, D. – „The paradox of the preface", *Analysis*, **25**, pp. 205–207, 1964–1965.
[17] MEYER, R. C. – *Coherence revisited*, manuscris.
[18] MORTENSEN, C. – *Does the Dirac delta function make quantum mechanics inconsistent?*, nepublicat, 1982.
[19] NEUMANN, J., VON – *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton, 1953.
[20] PEÑA, L. – *La Coincidencia de los Opuestos en Dios*, Quito: Ediciones de la Universidad Católica, 1980.
[21] PEÑA, L. – *Verum et Ens convertuntur*, în acest volum [*PL. E.I*], pp. 563–612, 1989.
[22] PINTER, C. – *Logic of inherent ambiguity*, în Arruda ș.a., *Proceedings of the Third Brazilian Conference on Mathematical Logic*, São Paulo: Sociedade Brasileira de Logica, pp. 253–262, 1980.
[23] PRIEST, G. – „To be and not to be: dialectical tense logic", *Studia Logica*, **41**, pp. 249–268, 1982.
[24] PRIEST, G. – „Logical paradoxes and the law of excluded middle", *Philosophical Quarterly* 33, pp. 160–165, 1983.
[25] RESCHER, N., BRANDOM, R. – *The Logic of Inconsistency*, Oxford,: Blackwell, 1980.
[26] ROUTLEY, R. – „Ultralogic as Universal?", *Relevance Logic Newsletter*, **2**, pp. 50–90 și pp. 138–175. Retipărit ca o anexă în Routley [1980a] , 1977.
[27] ROUTLEY, R. – „On the imposibility of an orthodox social theory and of an orthodox solution to environmental problems", *Logique et Analyse*, **89**, pp. 145–166, 1980.
[28] ROUTLEY, R. – *Exploring Meinong's Jungle and Beyond*, Canberra: Australian National University, de asemenea, denumită *EMJB*, 1980a.
[29] ROUTLEY, R. – *Necessary limits to knowledge: unknowable truth*, în *Essays in Scientific Philosophy*, E. Morscher, O. Neumaier și G. Zecha, eds., Bad Reichenhall: Comes Verlag, pp. 93–115, 1981.
[30] ROUTLEY, R. – „Nihilism and nihilist logics", *Discussion Papers in Environmental Philosophy*, Australian National University, pp. 1–53, 1983.
[31] ROUTLEY, R., MEYER, R. K. – *The semantics of entailment*, I, în *Truth, Syntax and Modality*, ed. H. Leblanc, Amsterdam: North Holland, pp. 199–243, 1973.
[32] MEYER, R. K., PLUMWOOD, V., BRADY, R. – *Relevant Logics and Their Rivals, Part I. The basic philosophical and semantical theory*, Atascadero, C.A., *Ridgeview*, de asemenea, denumită *RLR*, 1982.
[33] MEYER, R. K., PLUMWOOD, V. – *Moral dillemas and the logic of deontic notions*, în acest volum [*PL. E.I.*], pp. 653–689, 1989.
[34] MEYER, R. K., ROUTLEY, V. – „The role of inconsistent and incomplete theories in the logic of belief", *Communication and Cognition*, **8**, pp. 185–235, 1975.
[35] SCOTCH, P., JENNINGS, R. – *On Detonatintg*, în acest volum [*PL. E.I.*], pp. 306–327, 1989.



Complementaritate și paraconsistență[1]

Newton C.A. da COSTA
Décio KRAUSE

Aceasta pune în evidență aparența irațională a complementarității, care nu se raționalizează decât prin scheme logice noi.
P. FÉVRIER, 1951

1. Introducere

Conceptul de „complementaritate" a fost introdus în mecanica cuantică de către Niels Bohr în faimoasa sa „Prelegere Como", în 1927 [2]. Consecințele ideilor sale au fost cruciale pentru dezvoltarea interpretării de la Copenhaga a mecanicii cuantice și constituie, așa cum este îndeobște recunoscut în literatură, una dintre cele mai fundamentale contribuții la dezvoltarea teoriei cuantice ([1], [19], [20]).

În pofida importanței lor, ideile lui Bohr despre complementaritate sunt controversabile. De fapt, se pare că nu există un acord general asupra semnificației precise a *principiului complementarității* al lui Bohr (a se vedea, de pildă, [1], p.148); propriile cuvinte ale lui Bohr, prin care afirmă: „Socotesc că ar fi rezonabil să se spună că nici un om care este numit filosof nu înțelege de fapt ce se are în vedere prin descrieri complementare" (citat din [14], p. 32), ar putea sugera dificultățile implicate în orice încercare de a căuta un „temei" pentru Principiul său. Oricum, această remarcă ne stimulează să ne uităm și la temeiurile logico-matematice, în primul rând în legătură cu programul paraconsistent, care a fost dezvoltat în anii din urmă [12].

[1] Newton C. A. da Costa, D. Krause, „Complementarity and Paraconsistency", în *Filosof* nr. 56, ano VII, 2002. **Traducere de Dumitru Mircea.** (*N.T.*)

Aşadar, deşi s-a afirmat, totodată, că Bohr se pare că a înţeles principiul complementarităţii numai dintr-un punct de vedere epistemologic (cf. [20], pp. 70 şi 89]), credem că este pertinent să căutăm structura logică a unei teorii care conţine un astfel de principiu drept fundament al său. Apoi, luând în consideraţie că ideea intuitivă de complementaritate se aseamănă cu aceea de contradicţie (a se vedea mai jos), trebuie explicitată structura logică subiacentă a unei astfel de teorii.

Ca o remarcă istorică, să ne reamintim că unii autori precum C. von Weizsäcker, M. Strauss şi P. Février au încercat deja să elucideze principiul lui Bohr dintr-un punct de vedere logic (cf. [17], [20], p. 376 ff]); M. Jammer menţionează răspunsul negativ al lui Bohr faţă de încercarea lui von Weizsäcker de a interpreta principiul lui Bohr şi observă că acesta trebuie luat ca un avertisment pentru analizarea subiectului (v. [20], p. 90). El mai menţionează că intenţia lui Strauss era aceea de a dezvolta o logică în care două propoziţii, să zicem α şi β (care trebuie să stea pentru propoziţii complementare) pot fi acceptate ca fiind adevărate, dar nu şi conjuncţia lor $\alpha \wedge \beta$ (v. [20], p. 335); R. Carnap sugerează că logica lui Strauss era „neînţeleaptă" (v. [10], p. 289).

Introducerea unor sisteme logice non-clasice dezvoltate mai recent poate să îmbogăţească discuţia şi aceasta este ceea ce facem acum. Dar să ne reamintim, mai întâi, că ceea ce pot trece drept „descrieri complementare" se leagă mai degrabă de „descrierile exclusive" decât de imposibilitatea „măsurării simultane", aşa cum se sugerează în mod implicit în unele cărţi standard atunci când este „definită" complementaritatea (a se vedea, de pildă, [22]). Vom proceda în felul următor. Fără a discuta lucrările lui von Weizsäcker sau pe acelea ale lui Strauss (doar ideile lui Février vor fi menţionate succint mai jos pentru a da motivaţie studiului), noi introducem conceptul de teorie care admite o *interpretare de tip complementaritate* (pentru a utiliza cuvintele lui M. Jammer – vezi mai jos). Apoi sugerăm că, într-o interpretare plauzibilă a ceea ce urmează să fie înţeles prin complementaritate, logica subiacentă a unei astfel de teorii este o logică *paraclasică* [13]. În cele ce urmează, vom schiţa principalele trăsături ale acestei logici, corespunzătoare ţelurilor noastre.

En passant, să menţionăm că a oferi o exegeză ideilor lui Bohr e un lucru; dar un alt lucru este să acorzi atenţie structurii logice subiacente a unei teorii care cuprinde complementaritatea într-un anumit sens. În acest studiu, deşi socotim prima temă ca fiind foarte importantă, suntem preocupaţi în mod fundamental de cea de-a doua, chiar dacă nu furnizăm toate detaliile tehnice, care vor fi amânate pentru lucrări tehnice viitoare. Aşadar, acest studiu poate fi văzut ca un ajutor pentru speculaţiile asupra acestei de-a doua chestiuni. Cu privire la primul punct, a se vedea [1] pentru o încercare amănunţită de a „descifra" principiul lui Bohr „prin scoaterea la lumină şi descrierea reţelei subiacente dialogurilor implicite din prelegerea Como".

În fine, să spunem că studiul nostru ar mai putea fi socotit drept o încercare de a investiga o linie de cercetare care a fost concepută, dar nu şi dezvoltată, de către P. Février; pe scurt, ea a atribuit o a treia valoare (*imposibilul*) conjuncţiei propoziţiilor complementare (*propoziţiilor incompozabile*), astfel încât logica sa se

aseamănă logicii trivalente a lui Łukasiewicz.[2] În pofida tuturor acestor lucruri, Février a recunoscut că s-ar putea, de asemenea, considera că o conjuncţie de propoziţii complementare nu poate fi operată: „conjuncţia «şi» nu li se poate aplica" (v. [17], p. 33], dar nu a luat în considerare o astfel de posibilitate datorită unor „raţiuni de tehnică matematică" [idem]. În acest studiu, noi articulăm o cale posibilă de a depăşi aceste „dificultăţi", motivată de către programul paraconsistent, care la vremea aceea nu fusese încă dezvoltat. Abordarea noastră merge în direcţia neevitării ideii că o conjuncţie de propoziţii complementare poate fi operată, dar, în mare vorbind, că o astfel de conjuncţie nu poate fi derivată ca o teoremă a teoriei.

După părerea noastră, concepţia lui Bohr ne oferă temeiuri pentru a defini o clasă foarte generală de teorii, ce încorporează axiome care pot implica propoziţii precum γ şi $\neg\gamma$ (negaţia lui γ), dar în aşa fel încât teoria nu este banală, în sensul că acest fapt nu implică faptul că toate formulele limbajului său sunt teoreme, după cum vom vedea mai jos. Cu alte cuvinte, teoriile pe care le vom caracteriza mai jos sunt de aşa natură încât din γ şi $\neg\gamma$ nu se poate deduce $\gamma \wedge \neg\gamma$, adică o contradicţie.

2. O modalitate de a înţelege complementaritatea

Pentru a explica sensul în care vom considera termenul „complementaritate" în acest studiu, să vedem cum a fost analizat acest concept de către unii autori.

Bine înţeles, câteva citate izolate nu pot să furnizeze datele pentru înţelegerea conceptelor, mai ales în cazul de faţă, dar probabil că am putea susţine ideea noastră arătând că relaţia de complementaritate stă mai mult pentru „incompatibilitate" într-un anumit sens („sensul" fiind explicat în secţiunile următoare) decât pentru imposibilitatea „măsurării în mod simultan", o expresie care ar putea să se asemene utilizării unui gen de logică temporală.

Oricum, trebuie să subliniem că şi Bohr vorbeşte despre concepte complementare care nu pot fi utilizate *în acelaşi timp* (aşa cum putem vedea în mai multe studii în [9]), dar aceste situaţii, potrivit lui Bohr, cer analize izolate şi poate că nu este posibil să se ofere o descriere generală care să ne permită să abordăm toate cazurile acestea: după Bohr, „Trebuie să fim foarte atenţi, aşadar, în analiza noastră la conceptele care, de fapt, suportă limitaţii" ([9], p. 369).

Pauli, de pildă, a susţinut că „[Dacă] utilizarea unui concept clasic îl exclude pe un *altul*, numim ambele concepte (...) *complementare* (unul pentru celălalt), urmându-l pe Bohr" ([23], p. 7, citat în [14], p. 33). James Cushing a subliniat şi el că „[I]ndiferent pe ce rută istorică, Bohr a ajuns, într-adevăr, la o doctrină a unor imagini reciproc exclusive, incompatibile, dar cu necesitate clasice,

[2] Cartea lui Jammer oferă o privire generală asupra acestor logici (v. [20], p. 341ff).

în care oricare aplicare dată care insistă asupra unei clase de concepte *trebuie* să o excludă pe cealaltă“ [ibid., pp. 34–35].

Această idee că propoziții complementare „se exclud“ reciproc (incompatibilitate) este întărită de Bohr însuşi în câteva pasaje:

> Există diferite aspecte ale descrierii unui sistem fizic, aparent incompatibile, dar ambele necesare pentru o descriere completă a sistemului. În particular, dualitatea undă-particulă (citat din [16], p. 370).
>
> Fenomenul prin care, în domeniul atomic, obiectele prezintă proprietățile atât ale particulei, cât şi ale undelor, care în fizica clasică, macroscopică sunt categorii reciproc exclusive (ibid., pp. 371–372).
>
> Chiar natura teoriei cuantice ne forțează să socotim coordonarea spațiu-timpului şi principiul cauzalității, a căror uniune caracterizează teoriile clasice, drept trăsături complementare, dar exclusive ale descrierii, simbolizând idealizarea observației şi respectiv a definiției (v. [2], p. 566).

Mai multe alte pasaje din Bohr ar putea fi citate după cartea lui E. Scheibe [24], de pildă, următorul:

> Genurile aparent incompatibile de informație despre comportamentul obiectului supus examinării, pe care le obținem prin aranjamente experimentale diferite, este clar că nu pot fi conectate unele cu altele în modul obişnuit, dar, fiind deopotrivă esențiale pentru o explicație exhausitivă a întregii experiențe, pot fi socotite „complementare“ unul celuilalt (v. [6], p. 291) (citat după [24], p. 31).

Scheibe spune, de asemenea, că:

> ... ceea ce se spune aici că este „complementar“, se spune, de asemenea, că este „aparent incompatibil“, referința abia dacă poate fi la acele concepte, cantități sau aspecte clasice a căror *combinație* a fost asertată mai înainte ca fiind caracteristică pentru teoriile clasice. Căci „aparent incompatibil“ desigur că înseamnă incompatibil doar pe baza considerațiilor clasice [ibid., p. 31]

Următorul citat este şi el relevant pentru ideea pe care încercăm să o subliniem aici: caracteristica „excluderii“ a complementarității. Bohr spune:

> Informații privitoare la comportamentul unui obiect atomic, obținute în condiții experimentale definite pot, totuşi, să fie caracterizate în mod adecvat, potrivit unei terminologii adesea utilizate în fizica atomică, drept *complementare* pentru oricare informații despre acelaşi obiect, obținute printr-un alt aranjament experimental, care exclude îndeplinirea primelor condiții. Deşi astfel de genuri de informații *nu pot fi combinate într-o singură imagine* cu ajutorul conceptelor obişnuite, ele reprezintă, într-adevăr, aspecte deopotrivă de esențiale pentru orice cunoaştere a obiectului în chestiune, care poate fi obținută în acest domeniu. (v [7], p. 26) (citat după [24], p. 31 – a doua oară, italicele sunt ale noastre).

Cu alte cuvinte, pare să fie perfect rezonabil să privim aspectele complementare ca fiind *incompatibile*, în sensul potrivit căruia *combinarea* lor într-o singură descriere poate conduce la dificultăți. În acest sens, lumea cuantică este destul de deosebită de lumea „clasică".

Trebuie să remarcăm că în „lumea clasică", ce la prima vedere poate fi descrisă utilizând logica și matematica standard, dacă α și β sunt ambele teze sau teoreme ale unei teorii (fundamentată pe logica clasică), atunci $\alpha \wedge \beta$ este, de asemenea, o teză a acelei teorii. Aceasta este ceea ce înțelegem din punct de vedere intuitiv atunci când spunem că pe temeiurile logicii clasice, o propoziție adevărată nu poate să „excludă" o altă propoziție adevărată.

În logica clasică, dacă dintr-un grup Δ_1 de axiome ale unei teorii T deducem γ, și dacă dintr-un alt grup Δ_2 deducem $\neg\gamma$, atunci $\gamma \wedge \neg\gamma$ este, de asemenea, deductibilă în T.

În mod normal, grupul nostru Δ de axiome ale lui T este *finit*, astfel încât putem vorbi despre conjuncția propozițiilor sale în loc să vorbim despre Δ însuși. Atunci, dacă α și β sunt conjuncțiile asociate cu Δ_1 și, respectiv, cu Δ_2, ca mai sus, căutăm o teorie T astfel încât în T să putem avea $\alpha \vdash \gamma$ și $\beta \vdash \neg\gamma$, dar în care $\gamma \wedge \neg\gamma$ nu este o teoremă a lui T.

Așadar, țelul nostru este acela de a descrie o cale de a evita din punct de vedere formal ca $\Delta_1 \cup \Delta_2$ (sau $\alpha \wedge \beta$) să implice o contradicție, deoarece nu avem intenția să eliminăm „situații complementare". Totuși, subliniem că ideile lui Bohr nu sunt complet clare, după cum arată următorul citat:

> Termenul *complementaritate*, care a intrat deja în uz, poate fi mai potrivit, de asemenea, pentru a ne reaminti faptul că ceea care ne permite în ultimă instanță să socotim teoria cuantică drept o generalizare firească a teoriilor fizice clasice este combinația caracteristicilor, care sunt unite în modul clasic al descrierii, dar care apar separate în teoria cuantică (v. [4], p. 19).

În orice caz, prezentarea complementarității ce va urma în continuare poate să redea imaginea mai generală a acestui concept.

3. Teorii de tip *C*

Pentru a vă oferi o idee mai adecvată a modului în care considerăm noi propozițiile complementare să îl cităm pe Max Jammer:

> Deși nu este simplu, așa cum vedem, să definim noțiunea lui Bohr de *complementaritate*, noțiunea de *interpretare de genul complementarității* pare să producă mai puține dificultăți definiționale. Următoarea definiție a acestei noțiuni ni se sugerează de la sine. O teorie dată T admite o interpretare de genul complementarității dacă sunt satisfăcute următoarele condiții:

(1) *T* conţine (cel puţin) două descrieri D_1 şi D_2 ale subiectului său;

(2) D_1 şi D_2 se referă la acelaşi univers de discurs *U* (în cazul lui Bohr, microfizica);

(3) nici D_1 şi nici D_2, dacă sunt luate izolat, nu explică în mod exhaustiv toate fenomenele lui *U*;

(4) D_1 şi D_2 sunt reciproc exclusive, în sensul că dacă le combinăm într-o singură descriere am ajunge la contradicţii logice.

Este uşor să găsim evidenţe textuale că aceste condiţii caracterizează o interpretare de genul complementarităţii, aşa cum este înţeleasă aceasta de către şcoala de la Copenhaga. Potrivit lui Léon Rosenfeld, (...) unul dintre principalii purtători de cuvânt ai acestei şcoli, complementaritatea este răspunsul la următoarea întrebare: Ce urmează să facem atunci când suntem confruntaţi cu o astfel de situaţie, în care trebuie să utilizăm două concepte care sunt reciproc exclusive şi cu toate acestea ambele sunt necesare pentru o descriere completă a fenomenelor? „Complementaritatea denotă relaţia logică, de un gen foarte nou, între concepte care sunt reciproc exclusive şi care, prin urmare, nu pot fi considerate în acelaşi timp – aceasta ar conduce la greşeli logice – dar care, cu toate acestea, trebuie ambele utilizate pentru a da o descriere completă a situaţiei." Sau pentru a-l cita pe Bohr însuşi cu privire la condiţia (4): „În fizica cuantică, datele empirice despre obiecte atomice furnizate de aranjamente experimentale diferite (...) apar ca fiind contradictorii atunci când se încearcă combinarea lor într-o singură imagine." (...) De fapt, prelegerea de la Como a lui Bohr, cu accentul ei pe excluziunea reciprocă, dar şi necesitatea simultană a descrierii cauzale (D_1) şi a descrierii spaţiu-timp (D_2), adică, prima declaraţie oficială a lui Bohr asupra interpretării de genul complementarităţii, ne dă un exemplu care se conformează întru totul cu definiţia precedentă. Descoperirea complementarităţii de către Bohr, se spune adesea, constituie cea mai mare contribuţie a sa la filosofia modernă a ştiinţei (v. [20], pp. 104–105).

Citatul din Jammer va fi interpretat în felul următor. Mai întâi, vom socoti ca fiind de la sine înţeles că atât D_1, cât şi D_2 sunt propoziţii formulate în limbajul unei teorii *T* şi că ele se referă la acelaşi univers de discurs, în aşa fel încât D_1 şi D_2 pot fi formulate în limbajul său. Astfel, itemii (1) şi (2) vor fi consideraţi numai în mod implicit. Itemul (3) va fi înţeles ca implicând *atât* D_1, *cât şi* D_2 care sunt, din punctul de vedere al lui *T*, *necesare* pentru înţelegerea deplină a aspectelor relevante ale obiectelor domeniului; aşadar, vom lua pe D_1 şi pe D_2 ca fiind propoziţii „adevărate" (într-un „model" adecvat al lui *T*). Itemul (4) merită atenţia noastră în continuare. Jammer spune că „reciproc exclusiv" înseamnă că „dacă combinăm pe D_1 şi pe D_2 într-o singură descriere am ajunge la contradicţii logice", iar aceasta este întărită de către cuvintele lui Rosenfeld, care ne spune că astfel de concepte „nu pot fi considerate în acelaşi timp", deoarece aceasta ar antrena o „eroare logică". Atunci, vom spune în mod informal că „reciproc exclusive" sau complementare sunt propoziţiile sau judecăţile incompatibile, a căror conjuncţie conduce la o contradicţie (într-o teorie *T* bazată pe logica clasică.)

Astfel, urmându-i pe Jammer şi pe Rosenfeld (potrivit citatului de mai sus), vom spune că o teorie *T* admite o interpretare de genul complementarităţii,

sau că T este o teorie de tip C, dacă T conţine formule adevărate non-echivalente α şi β (care pot sta pentru descrierile D_1 şi respectiv D_2 ale lui Jammer) despre universul ei de discurs, în aşa fel încât ele sunt „reciproc exclusive", în sensul că, potrivit logicii clasice, conjuncţia lor produce o contradicţie în T.

Problema pe care o are caracterizarea de mai sus a propoziţiilor complementare este aceea că dacă logica subiacentă a lui T este logica clasică sau, să zicem, logica intuiţionistă, atunci T este contradictorie sau inconsistentă. Se pare că exact aceasta este ceea ce spune Rosenfeld în citatul de mai sus. Evident, dacă avem intenţia de a menţine ideea propoziţiilor complementare în sensul descris mai sus, trebuie să schimbăm logica subiacentă a lui T, şi în mod deosebit modul în care „deducem" lucruri. Aşadar, vom modifica conceptul clasic de deducţie, obţinând un nou gen de logică, denumit logică *paraclasică* [13].

4. Logica subiacentă teoriilor de tip *C*

Aşa cum am remarcat, dacă o teorie T care admite complementaritatea este bazată pe logica clasică sau chiar pe cele mai obişnuite sisteme de logică, atunci existenţa teoremelor reciproc exclusive, aşa cum a fost descrisă în secţiunea precedentă implică faptul că T este banală, adică, toate formulele limbajului lui T sunt teoreme ale lui T. Dar există posibilitatea de a utiliza un tip convenabil de sistem logic pentru a întemeia o astfel de teorie T; în felul acesta, vom putea trata situaţii în care γ şi $\neg\gamma$ sunt ambele teoreme ale lui T, dar $\gamma \wedge \neg\gamma$ nu este. Aşadar, dacă este introdusă într-un mod convenabil, o astfel de logică ne va permite să avem de-a face, în T, cu „propoziţii complementare" dezirabile, fără a ajunge la contradicţie sau la ceva banal sau, cu cuvintele lui Rosenfeld, citate anterior, fără pericolul unei „erori logice". În cele ce urmează vom delimita ideile de bază ale unei astfel de logici.

4.1. Logica paraclasică *P*

În [13] s-a propus o nouă modalitate de abordare a sistemelor nebanale. Logica prezentată în acest studiu poate fi totodată utilă în situaţii care conţin complementaritatea. Acest gen de logică este o logică paraconsistentă (potrivit caracterizării unor astfel de logici în [12]) şi este cât se poate de potrivită pentru ţelurile noastre. Deoarece această logică nu este încă foarte bine cunoscută, vom reaminti aici trăsăturile ei principale şi vom sublinia acele aspecte care sunt relevante pentru scopurile noastre. După aceasta arătăm cum poate fi utilizată o astfel de logică drept logica subiacentă teoriilor de tip C, iar în ultima secţiune schiţăm o cale de a generaliza ideile prezentate. Ca şi în [13], ne vom restrânge la

nivelul propozițional al noii logici **P**, dar bineînțeles că este ușor să extindem sistemul *P* la sisteme de ordinul întâi sau chiar de ordin superior.

Fie *C* un sistem axiomatizat al calculului propozițional clasic. Conceptul de deducție al lui *C* este cel standard; utilizăm simbolul $\vdash$ pentru a reprezenta deducțiile în *C*. Mai departe, formulele lui *C* sunt denotate de către literele minuscule grecești, în timp ce majusculele grecești stau pentru mulțimi de formule. Simbolurile $\neg$, $\rightarrow$, $\wedge$, $\vee$, și $\leftrightarrow$ au semnificația lor obișnuită și vor fi, de asemenea, asumate, fără alte comentarii, convențiile standard de notare a formulelor. Toate conceptele și detaliile sintactice pot fi găsite în [21]. În particular, suntem interesați de următoarele definiții: o teorie *T* (o mulțime de formule închisă față de deducție) este *inconsistentă*, dacă ea conține o teoremă α a cărei negație $\neg\alpha$ este și ea o teoremă a lui *T*; altfel, *T* este *consistentă*. Dacă *F* denotă mulțimea tuturor formulelor limbajului lui C, atunci *T* este *trivială*, dacă mulțimea teoremelor sale coincide cu *F*; altfel, *T* este *netrivială*.

Toate conceptele sintactice ale lui *P* sunt similare conceptelor corespunzătoare ale lui *C*. Noțiunea de deducție este introdusă în felul următor:

Definiția 1. Fie Γ o mulțime de formule ale lui **P** și fie α o formulă (a limbajului lui **P**). Atunci spunem că α este o consecință (sintactică) în **P** a lui Γ, și scriem

$$\Gamma \vdash_P \alpha,$$

ddacă:

(P1) $\alpha \in \Gamma$, sau

(P2) Există o submulțime consistentă (potrivit logicii clasice) $\Delta \subseteq \Gamma$ astfel încât $\Delta \vdash \alpha$ (în logica clasică).

Numim $\vdash_P$ relația de *consecință* în **P**. Printre altele, următoarele rezultate pot fi demonstrate imediat:

Teorema 1

(1) Dacă α este o teoremă a calculului propozițional clasic *C* și dacă Γ este o mulțime de formule, atunci $\Gamma \vdash_P \alpha$. În particular, $\vdash_P \alpha$.

(2) Dacă Γ este consistentă (potrivit lui *C*), atunci $\Gamma \vdash \alpha$ (în *C*), ddacă $\Gamma \vdash_P \alpha$ (în **P**).

(3) Dacă $\Gamma \vdash_P \alpha$ și dacă $\Gamma \subseteq \Delta$, atunci $\Delta \vdash_P \alpha$ (Noțiunea definită de consecință în **P** este monotonă.)

(4) Noțiunea de consecință în **P** ($\vdash_P$) este recursivă.

(5) Deoarece tezele lui **P** sunt tezele lui *C*, **P** este decidabil.

Definiţia 2. O mulţime de formule Γ este *trivială* în **P**, ddacă $\Gamma \vdash_P \alpha$ pentru fiecare formulă α. Altfel, Γ este *netrivială* în **P**.

Definiţia 3. O mulţime de formule Γ este *inconsistentă* în **P** dacă există o formulă α astfel încât $\Gamma \vdash_P \alpha$ şi $\Gamma \vdash_P \neg\alpha$. Altfel, Γ este *consistentă* în **P**.

Teorema 2

(1) Dacă α este o formulă atomară, atunci $\Gamma = \{\alpha, \neg\alpha\}$ este inconsistentă în **P**, dar *netrivială* în **P**.

(2) Dacă mulţimea de formule Γ este *trivială* în **P**, atunci este *trivială* (potrivit logicii clasice). Dacă Γ este *netrivială*, atunci este *netrivială* în **P**.

(3) Dacă Γ este inconsistentă în **P**, atunci este inconsistentă potrivit logicii clasice. Dacă Γ este consistentă potrivit logicii clasice, atunci Γ este consistentă în **P**.

O analiză semantică a lui **P**, de pildă o teoremă de completitudine, poate fi obţinută fără dificultate, aşa cum se indică în [13].

Observăm că $\{\alpha \wedge \neg\alpha\}$ este *trivială* în logica clasică, dar *netrivială* în **P**. Totuşi, nu sugerăm că judecăţi complementare trebuie înţelese drept perechi de propoziţii contradictorii.

Definiţia 4. O *teorie* de tip *C* este o mulţime de formule *T* închisă faţă de relaţia de consecinţă în **P**, $\vdash_P$, adică, $\alpha \in T$ pentru oricare α astfel încât $T \vdash_P \alpha$. Cu alte cuvinte, *T* este o teorie a cărei logică subiacentă este **P**.

Teorema 3 Există teorii de tipul *C* care sunt inconsistente din punctul de vedere al logicii clasice, deşi *netriviale* în **P**.

Demonstraţie: Consecinţă imediată a teoremei 6*.

În aplicaţiile obişnuite, existenţa mulţimilor consistente de formule este asumată, de obicei, numai într-un mod informal, ca un postulat implicit. Intuitiv vorbind, se face referire la faptul că unele teorii şi ipoteze „clasice" (adică bazate pe matematica obişnuită) pe care le acceptă oamenii de ştiinţă sunt socotite ca fiind necontradictorii (ca fiind consistente) în principiu.

Teorema 4. Fiecare teorie clasică consistentă, adică, fiecare teorie consistentă fondată pe logica clasică (şi teoria mulţimilor) este un caz particular de teorie de tip *C*.

---

* Această teoremă lipseşte din textul original (*N.T.*).

În fine, formulăm un rezultat (teorema de mai jos), a cărui demonstraţie este o consecinţă imediată a definiţiei dată mai sus a consecinţei în **P**. Înainte de aceasta, definim:

Definiţia 5. Fie T o teorie de tip C şi fie α şi β formule ale limbajului **T**. Spunem că α şi β sunt *complementare* în **T** (sau pur şi simplu *complementare*), dacă există o formulă γ a limbajului **T**, astfel încât:

(1) $T \vdash_P \alpha$ şi $T \vdash_P \beta$

(2) $\alpha \vdash_P \gamma$ şi $\beta \vdash_P \neg\gamma$.

Decurge imediat că judecăţi contradictorii precum α şi $\neg\alpha$ sunt complementare în sensul de mai sus, dar subliniem încă o dată că nu argumentăm că această situaţie logică specială constituie o explicaţie condensată a ideilor lui Bohr precum acelea conţinute în citatul de la finalul secţiunii 2. Cazul interesant rezultă din următoarea teoremă.

Teorema 5. Dacă α şi β sunt teoreme complementare ale unei teorii **T** de tipul C şi $\alpha \vdash_P \gamma$ şi $\beta \vdash_P \neg\gamma$, atunci, în general, $\gamma \wedge \neg\gamma$ nu este o teoremă a lui **T**.

***Demonstraţie*:** Imediat, ca o consecinţă a teoremei 6.

Acest rezultat este, de fapt, interesant, deoarece putem admite judecăţi (judecăţi complementare) în aşa fel încât una dintre ele implică o judecată, în timp ce cealaltă implică negaţia unei astfel de judecăţi, dar nu putem deduce că şi conjuncţia lor implică o contradicţie. Ca exemplu de situaţie care conţine teorii de tipul C, să presupunem că teoria noastră **T** este mecanica clasică, care poate fi axiomatizată cu ajutorul unui predicat Suppes (v. [11], [27]) şi că la axiomele lui T adăugăm următoarele:

(Ax1) p este o particulă

(Ax2) p este o undă.

Deoarece (Ax2) implică negaţia lui (Ax1), **T** poate fi văzută ca un exemplu de teorie de tip C, căci în **T** putem deriva atât „p este o particulă", cât şi „p nu este o particulă", dar nu putem infera „p este o particulă *şi* p nu este o particulă", ceea ce, desigur, nu are nici un sens în fizică. Aşadar, pare să fie rezonabil să presupunem că logica subiacentă lui **T** este logica paraclasică **P**.

Caracteristica fundamentală a lui **T** ca teorie de tip *C* este aceea că, făcând inferențe, presupunem că unele ipoteze cu care operăm sunt consistente. Cu alte cuvinte, teoriile de tip *C* sunt mai apropriate de acele teorii pe care oamenii de știință le utilizează *de fapt* în activitatea lor de zi cu zi, decât de teoriile care conțin conceptul clasic de deducție.

5. Alte situații complementare generale

Așa cum se știe foarte bine, Bohr a încercat să aplice principiul său al complementarității altor câmpuri ale cunoașterii (cf. [20]). Mai recent, Englert ș.a. [15] au sugerat că situația complementarității nu este pur și simplu o consecință a relațiilor de incertitudine, așa cum argumentează aceia care cred că „două variabile complementare, cum este poziția și impulsul, nu pot fi măsurate în mod simultan cu mai puțin decât o limită fundamentală de precizie" (op. cit.), dar că

> (...) incertitudinea nu este unica situație care impune complementaritatea. Am conceput și analizat experimente reale și gândite care ocolesc relația de incertitudine, pentru a „păcăli" de fapt obiectele cuantice investigate. Cu toate acestea, rezultatele ne dezvăluie că natura se apără în fața intruziunilor de acest fel – complementaritatea rămâne intactă chiar atunci când relațiile de incertitudine nu joacă nici un rol. Conchidem că relația de complementaritate este mai profundă decât s-a socotit: este mai generală și fundamentală pentru mecanica cuantică, decât este regula incertitudinii (op. cit.).

Dacă Englert ș.a. au dreptate, atunci se pare că logica paraclasică poate fi utilă, de asemenea, pentru a aborda acele teorii care conțin complementaritatea în sensul lor.

Oricum, acest gen de logică poate fi, de asemenea, modificat pentru a da de tipuri mai generale de incompatibilitate, să zicem „incompatibilitate fizică", încorporând postulate fizic incompatibile, cum sunt acelea caracteristice comportamentului ființelor umane etc., dar vom lăsa această temă pentru un alt studiu.

6. Paralogica asociată unei logici L

Tehnica utilizată în acest studiu pentru a defini logica paraclasică asociată cu logica clasică poate fi generalizată la orice logică **L** (inclusiv logici care nu au nici un simbol pentru negație, dar nu vom trata un astfel de caz aici.) Mai precis, pornind de la o logică **L**, putem defini logica $\mathbf{P_L}$ asociată lui **L** („paralogica" asociată lui **L**) după cum urmează.

Fie L o logică.[3] Simbolul deducției pentru L este $\vdash_L$ și este definit în acord cu standardele acelei logici considerate în cazul în speță. Vom presupune că limbajul lui L are un simbol pentru negație, $\neg$.

Definiția 6. O *teorie* bazată pe L (o *teorie* de tip L) este o mulțime de formule Γ ale limbajului lui L care este închisă față de $\vdash_L$. Cu alte cuvinte, $\alpha \in \Gamma$ pentru fiecare formulă α astfel încât $\Gamma \vdash_L \alpha$.

Definiția 7. O teorie Γ de tip L este L-*inconsistentă* dacă există o formulă α a limbajului L astfel încât $\Gamma \vdash_L \alpha$ și $\Gamma \vdash_L \neg\alpha$, unde $\neg\alpha$ este negația lui α. Altfel, Γ este L-*consistentă.*

Definiția 8. O teorie Γ de tip L este L-*trivială* dacă $\Gamma \vdash_L \alpha$ pentru oricare formulă α a limbajului L. Altfel, Γ este L-*netrivială.*

Definim logica P_L asociată cu L, al cărei limbaj și concepte sintactice sunt acelea ale lui L, dar modificând conceptul de deducție după cum urmează: spunem că α este o *consecință sintactică în* P_L a unei mulțimi Γ de formule și scriem $\Gamma \vdash_{PL} \alpha$, ddacă:

(1) $\alpha \in \Gamma$, sau

(2) Există $\Delta \subseteq \Gamma$ astfel încât Δ este L-*netrivială* și $\Delta \vdash_L \alpha$.

De pildă, putem considera calculul paraconsistent C_1 din [12] drept logica noastră L. Atunci paralogica asociată cu C_1 este un gen de logică „para-paraconsistentă".

7. Remarcă

Se pare că este important să facem unele remarci privind abordarea paraclasică a teoriilor. Uneori, când avem o teorie paraclasică T astfel încât $T \vdash_P \alpha$ și $T \vdash_P \neg\alpha$, există judecăți *corespunzătoare* β și γ astfel încât T poate fi înlocuită de către o teorie consistentă clasică T' în care $\beta \rightarrow \alpha$ și $\gamma \rightarrow \neg\alpha$ sunt teoreme. Dacă se întâmplă așa ceva, dificultatea logică este eliminabilă în principiu și se menține logica clasică.

---

[3] L poate fi logica clasică, logica intuiționistă, o logică paraconsistentă sau, în principiu, orice alt sistem logic.

Bibliografie

[1] BELLER, M. – „The birth of Bohr's complementarity: the context and the dialogues", *Stud. Hist. Phil. Sci.*, **23** (1), pp.147–180, 1992.
[2] BOHR, N. – „The quantum postulate and the recent development of atomic theory", *Atti del Congresso Internazionale dei Fisici*, 11–20 Sept. 1927, Como-Pavia-Roma, vol. II, Zanichelli, Bologna, retipărit în [**9**, pp. 109–136], 1928.
[3] BOHR, N. – „The quantum postulate and the recent development of atomic theory", *Nature* (Suppl.), **121**, pp. 580–590, retipărit în [**9**, pp. 147–158], 1928.
[4] BOHR, N. – *Introductory Survey* la Bohr, în [**9**, pp. 279–302], 1934.
[5] BOHR, N. – *Atomic Theory and the Description of Nature*, Cambridge, Cambridge University Press. Retipărit în [**9**, pp. 279–302] , 1934.
[6] BOHR, N. – „Causality and complementarity", *Phil. of Sci.* 4 (3), pp. 289–298, 1937.
[7] BOHR, N. – *Natural philosophy of human cultures* (1938), în *Atomic Physics and Human Knowledge*, New York, Wiley, 1958, pp. 23–31 (de asemenea, în *Nature* **143**, 1939, pp. 268–272).
[8] BOHR, N. – *Quantum physics and philosophy: causality and complementarity*, în Klibanski,R. (ed.) *Philosophy in the Mid-Century, I.* Firenze, La Nuova Italia, pp. 308–314, 1958.
[9] BOHR, N. – *Collected Works*, Rüdinger, E. (editor general), vol. 6: *Foundations of Quantum Physics*, Kolckar, J. (ed.), Amsterdam, North-Holland, 1985.
[10] CARNAP, R. – *An Introduction to the Philosophy of Science*, New York, Dover, 1995.
[11] DA COSTA, N. C. A., DORIA, F. A. – *Suppes predicates for classical physics*", în J. Echeverria, A. Ibarra și T. Mormann (eds.), *The Space of Mathematics*, Berlin și New York, Walter de Gruyter, pp. 168–191, 1992.
[12] DA COSTA, N. C. A., MARCONI, D. – „An overview of paraconsistent logics in the 80's", *Monogr. Soc. Paran. Mat.*, 5, iulie 1987.
[13] DA COSTA, N. C. A., VERNENGO, R. J. – „Sobre algunas lógicas paraclássicas y el análisis del razonamiento jurídico", *Doxa*, **19**, pp. 183–200, 1999.
[14] CUSHING, J. T. – *Quantum Mechanics: Historical Contingency and the Copenhagen Hegemony*, Chicago & London, The University of Chicago Press, 1994.
[15] ENGLERT, B.-G., SCULLY, M. O., WALTHER, H. – „The duality in matter and light", *Scientific American*, **271** (6), pp. 56–61, 1994.
[16] FRENCH, A. P., KENNEDY, P. J. (eds.) – *Niels Bohr. A Centenary Volume*, Cambridge MA & London, Harvard University Press, 1985.
[17] FEVRIER, P. D. – *La structure des théories physiques*, Paris, Presses Un. de France, 1951.
[18] HUGHES, G. E., CRESWELL, M. J. – *A New Introduction to Modal Logic*, London, Routledge, 1996.
[19] JAMMER, M. – *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, McGraw-Hill, 1966.
[20] JAMMER, M. – *Philosophy of Quantum Mechanics*, New York, John Wiley, 1974.
[21] MENDELSON, E. – *Introduction to Mathematical Logic*, Monterrey, Wadsworth & Brooks/ Cole, ediția a treia, 1987.
[22] OMNÈS, R. – *The Interpretation of Quantum Mechanics*, Princeton, Princeton University Press, 1994.
[23] PAULI, W. – *General Principles of Quantum Mechanics*, Berlin, Springer-Verlag, 1980.
[24] SCHEIBE, E. – *The Logical Analysis of Quantum Mechanics*, Oxford, Pergamon Press, 1973.
[25] STRAUSS, M. – *Foundations of quantum mechanics*, în Hooker, C. A. (ed.) *The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics*, Vol. I, Dordrecht, D. Reidel, pp. 351–364, 1975.

[26] STRAUSS, M. – *Mathematics as logical syntax – A method to formalize the language of a physical theory*. în Hooker, C. A., (eds.), *Contemporary Research in the Foundations and Philosophy of Quantum Theory*, Dordrecht, D. Reidel, pp. 27–44, 1973.
[27] TRUESDELL, C. – *A First Course in Rational Continuum Mechanics*, vol. I: *General Concepts*, New York, San Francisco şi Londra, Academic Press, 1977.

Mulţumiri

Autorii doresc să aducă mulţumiri prof. Osvaldo Pessoa Jr. pentru remarci şi comentarii utile.



Observaţii asupra aplicaţiilor logicii paraconsistente în fizică[1]

Newton C.A. da COSTA
Décio KRAUSE

Dedicată lui Michel Paty, un prieten, un savant, un filosof.

Îşi rosteşte opiniile având permanente îndoieli şi niciodată în maniera cuiva care crede că stăpâneşte adevărul absolut.
Albert Einstein despre Niels Bohr (după A. PAIS, [37])

Oricine scrie o lucrare pur matematică poate fi considerat ca fiind autorul unui roman. El are aceleaşi privilegii care sunt recunoscute ca fiind pictoribus atque poetis. *Eu pot, de pildă, să inventez o nouă curbă şi să demonstrez diferite proprietăţi ale acesteia. Pot să scriu un tratat de optică, considerând drept ipoteză faptul că lumina nu se propagă în linie dreaptă, ci după o traiectorie circulară, sau după o curbă oarecare. Şi dacă teoremele şi soluţiile problemelor sunt corect deduse din principiile pe care le-am propus, atunci nimeni nu îmi poate atribui vreo greşeală.*
J. Anastácio DE CUNHA (matematician portughez, 1744–1787) [14]

1. Introducere

De ce logică paraconsistentă? În general, nu există un criteriu precis pentru a decide dacă un anumit sistem abstract poate fi privit ca unul bine definit logic sau nu. Acest lucru este determinat, de obicei, de comunitatea ştiinţifică. Astăzi, logica paraconsistentă este inclusă printre cele mai cunoscute sisteme logice (v. clasificarea subiectelor matematice 03B43 [2]) încât putem afirma că logica paraconsistentă a fost

[1] Newton da Costa, D. Krause, „Remarks on The Applications of Paraconsistent Logic To Physics", în *Filosofia*, VIII, nr. 62, 2003. **Traducere de Roman Chirilă**. (*N. T.*)

acceptată de către comunitatea ştiinţifică ca fiind *o logică*. Dar există oare şi alte motive care să justifice rolul deosebit pe care şi l-a asumat acest tip de logică în activitatea ştiinţifică a zilelor noastre ? Fără îndoială. Studiul de faţă ne va ajuta să înţelegem mai bine rolul jucat de logicile neclasice, în general.

Dezvoltarea logicii începând cu ultimele decenii ale secolului al XIX-lea a atribuit acestei discipline un rol fundamental în mai toate domeniile cunoaşterii contemporane, de pildă, în filosofia ştiinţei, în metafizică, etică, matematică, economie, ştiinţe computaţionale şi chiar în tehnologie. În prezent, logica este „matematică" prin natura ei prezentându-se ca un domeniu al cunoaşterii care utilizează tehnici matematice. Deci, ca şi în matematică, putem spune că un sistem logic poate fi dezvoltat, în principiu, din două puncte de vedere: ca unul *pur*, sau ca unul *aplicat*. Logica „pură", ca şi matematica pură, poate fi dezvoltată *in abstracto*, independent de posibilele ei aplicaţii. Astfel, noi putem studia logica paraconsistentă sau logica intuiţionistă prin ele însele cu scopul de a explora proprietăţile lor matematice abstracte. Din acest punct de vedere, în dezvoltarea unui sistem logic logicianul poate proceda după modelul sugerat de Hilbert când a afirmat că „matematicianul (sau logicianul) va trebui să ţină cont nu doar de teoriile care corespund realităţii, dar şi, ca în geometrie, de teoriile logic posibile" [28] (v. şi al doilea *motto* al lucrării noastre).

Urmând deci aceste recomandări noi putem dezvolta sisteme abstracte (pure) în care un anumit principiu al logicii clasice să fie limitat, de pildă, acel principiu care presupune că din premise contradictorii poate fi obţinută orice propoziţie. Simbolic: $\alpha \wedge \neg\alpha \rightarrow \beta$ (legea lui Duns Scott care este valabilă nu doar în logica clasică, ci în mai toate sistemele logice cunoscute, inclusiv în logica intuiţionistă). Aceasta este, bunăoară, calea urmată de filosoful rus N. A. Vasiliev care a observat că respingerea legii noncontradicţiei poate conduce la o logică „nonaristotelică" în aceeaşi manieră în care suspendarea postulatului paralelelor din geometria euclidiană a condus la o geometrie noneuclidiană. Vasiliev, după cum vom vedea, este unul dintre precursorii logicii paraconsistente.

În esenţă, putem rezuma conţinutul logicii paraconsistente după cum urmează: este studiul sistemelor logice care pot constitui baza teoriilor inconsistente (teorii cu premise contradictorii, α şi $\neg\alpha$) dar care nu sunt triviale (nu orice propoziţie din limbajul teoriei este o teză a acesteia).

Dar în dezvoltarea logicii noi putem pleca şi de la punctul de vedere *aplicat* căutând un domeniu al cunoaşterii în care intuiţia noastră simte că o anumită logică (în particular una paraconsistentă) poate fi utilă pentru a descrie structuri abstracte ce reflectă modul în care anumite inferenţe deductive funcţionează în cadrul unui astfel de domeniu. Unul dintre cele mai cunoscute exemple este oferit de cadrul logicii cuantice a lui Birkhoff şi von Neumann care spune că mecanica cuantică ar impune o deosebire logică faţă de cea clasică [4]. În ce priveşte implicarea logicii paraconsistente ne putem aminti că unele dintre aceste logici au fost aplicate, de asemenea, în tehnologie, aşa cum vom vedea în secţiunea următoare. Pe de altă parte, s-a afirmat şi faptul că anumite civilizaţii primitive (de pildă, Zande) raţionau în conformitate cu regulile paraconsistenţei

[39] (alte exemple vor fi menționate mai jos). Desigur, nu susținem că membrii Zande raționau cu adevărat în acest fel, dar independent de faptul că ei raționau astfel sau nu, dezbaterile foarte interesante de ordin filosofic și antropologic asupra modului de gândire Zande pot avea sens numai dacă dispunem de sisteme logice abstracte bine dezvoltate fără de care discuția ar fi o pură speculație.

În acest material vom considera logica paraconsistentă mai mult din perspectivă „aplicată", însă, înainte de a intra în miezul problemelor vrem să facem anumite precizări de natura să lămurească unele neînțelegeri. Sunt unii, bunăoară, care consideră că logicile neclasice, inclusiv logica paraconsistentă, au fost propuse pentru că logica clasică ar fi greșită și că ea ar trebui înlocuită cu una mai bună (în acord cu anumite criterii filosofice) [26, p. 1]. Acesta este, de pildă, cazul logicii intuiționiste Brouwer-Heyting dacă o considerăm a fi punctul culminant al filosofiei matematicii lui Brouwer. Afirmațiile lui Brouwer presupun că, într-un anumit sens, matematica clasică posedă imperfecțiuni fundamentale și că ar trebui înlocuită cu o matematică constructivă; suportul logic al acestei matematici constructive ar fi unul nou, diferit de cel clasic. În prezent există filosofi, în special în Australia, care consideră că logica clasică ar trebui să fie înlocuită cu o altă logică (cei mai mulți dintre ei cred că logica cea mai bună ar fi o logică a relevanței).

Această opinie cu privire la logica clasică nu se potrivește cu opinia noastră. Noi credem că logica clasică este un subiect fantastic care a suscitat și va continua să suscite un viu interes având totodată și foarte multe aplicații. Singura problemă este că în unele domenii specifice, așa cum vom vedea mai jos, alte logici, în particular logica paraconsistentă, sunt mai potrivite pentru exprimarea anumitor rațiuni filosofice sau chiar tehnice. Sunt explicitate unele dintre structurile suport care (aparent) se potrivesc mai bine cu ceea ce a fost presupus în aceste domenii, iar logica clasică (aparent) nu o poate face în totalitate. A nu se înțelege de aici că logica clasică ar fi greșită, ci doar faptul că domeniul ei de aplicație ar trebui restrâns. Folosirea logicilor neclasice în anumite domenii ne ajută să înțelegem mai bine problemele specifice ale respectivelor domenii.

Un frumos exemplu îl constituie discuția despre natura negației care a fost înțeleasă mai bine odată cu apariția logicii paraconsistente (un alt exemplu îl constituie semnificația mulțimii lui Russell – v. [11]). În plus, ar trebui reamintit că logica paraconsistentă, în opinia noastră, conservă valabilitatea logicii clasice în domeniul ei particular de aplicație. În mod real, logica paraconsistentă poate fi privită, din această perspectivă, nu doar ca o logică „heterodoxă" (sau logică „rivală" [26], altfel spus, ca o logică ce deviază de la logica clasică), ci și ca un „supliment" la logica clasică cu care coincide în privința așa numitelor propoziții normale (*well-behaved propositions*), acele propoziții care respectă principiul non-contradicției. Pe scurt, nu intenționăm să luăm fără rezerve regulile logicii paraconsistente. Aceasta poate fi utilă în unele domenii, așa cum se va arăta mai jos, dar noi vom continua să folosim logica clasică, sau alte logici, atunci când acestea sunt necesare sau pur și simplu mai convenabile.

De asemenea, putem face aserțiunea, odată cu Granger [25], că logica paraconsistentă poate și ar trebui să fie angajată în anumite dezvoltări, dar numai ca

un instrument preliminar; în cercetările ulterioare, logica clasică ar putea fi un substitut pentru aceasta, un suport logic al acelor dezvoltări. În plus, este important de subliniat că matematica constructivă poate fi investigată din punctul de vedere al logicii clasice și că pe acest drum suntem capabili să obținem realmente rezultate semnificative.

Există deci, principial vorbind, diferite logici „pure" ale căror aplicații depind nu numai de rațiuni filosofice sau *a priori*, ci și de natura aplicațiilor ca atare. Scopul nostru în această lucrare este doar acela de a atrage atenția asupra unor aspecte ale anumitor sisteme de logică paraconsistentă care își au originea în problemele fizicii. Chiar dacă subiectul nu a atins încă forma sa definitivă, totuși, el pare a fi stimulator, mai ales din punct de vedere filosofic.

2. Logicile paraconsistente. Scurt istoric

Precursorii logicii paraconsistente au fost, în special, logicianul polonez Jean Łukasiewicz și logicianul rus Nicolai I. Vasiliev (pentru alte detalii istorice, v. [3], [21]). În 1910, amândoi, urmând un punct de vedere „pur", au prezentat idei generale care au contribuit la dezvoltarea logicii paraconsistente. Lukasiewicz a luat în discuție posibilitatea suspendării principiului aristotelic al noncontradicției, dar nu a elaborat vreun sistem logic bazat pe intuițiile sale. Abia discipolul său, Stanislaw Jaśkowski, a făcut acest lucru în 1948. Jaśkowski a construit un sistem propozițional paraconsistent cunoscut sub denumirea de *logică discursivă* (scrisă inițial în limba poloneză). Versiunea engleză a lucrării sale a apărut abia în 1969 [30]. Autorul a făcut distincție între sistemele contradictorii (inconsistente) și cele triviale, scopul lui fiind: 1) de a sistematiza teoriile care conțin contradicții, ca în dialectică, 2) de a studia acele teorii în care contradicțiile sunt cauzate de vaguități (imprecizii) și 3) de a studia în mod direct teoriile empirice a căror postulate sau ipoteze fundamentale sunt contradictorii (pentru detalii istorice, a se vedea [3], [21]).

Vasiliev a avut motivații similare însă sistemele celor doi s-au dezvoltat total independent culminând cu prezentarea sistemului său de *logică imaginară* din 1912 și 1913 care exprimă concepția conform căreia contradicțiile nu există în lumea noastră „reală", ci doar într-o lume posibilă creată de mintea noastră (*ibid.*).

Începând cu anii 1953 și 1954, primul autor al acestei lucrări a început dezvoltarea ideilor sale asupra paraconsistenței (fără a avea cunoștință despre autorii menționați mai sus) în cadrul seminariilor ținute la Federal University of Paraná din sudul Braziliei. Adoptând un punct de vedere pur formal el a fost motivat de anumite probleme matematice fiind primul logician care dezvolta ideea unei logici paraconsistente. Aceasta apare ca un domeniu de cercetare activă conținând infinit de multe sisteme cu aplicații relevante așa cum se va vedea mai jos (în prezent, sistemele da Costa $C_n, 1 \leq n \leq \omega$ sunt foarte bine cunoscute; v. [8], [10]).

Dezvoltările filosofice şi rezultatele tehnice ale acestor logici au fost cu totul remarcabile (Al treilea Congres mondial de logică paraconsistentă a avut loc la Toulouse în iulie, 2003 [41]). Astăzi, logica paraconsistentă atinge diverse arii aplicative cum ar fi ontologia, filosofia ştiinţei, ştiinţa aplicată, tehnologia, robotica, sistemele expert, computaţia flexibilă şi chiar medicina (v. de ex. [1], [36]). Mai mult, componenta teoretică şi tehnică au evoluat foarte mult dând naştere, de pildă, la teoria paraconsistentă a modelelor, teoria paraconsistentă a mulţimilor, geometria paraconsistentă ş.a.

3. Paraconsistenţa şi fizica

Studiul relaţiilor dintre logică şi fizică reprezintă un subiect dificil şi deosebit de vast care nu poate fi examinat într-o lucrare atât de scurtă cum este cea de faţă.

Trebuie să ne amintim relevanţa analizei fundamentelor teoriilor fizice, un subiect care este legat de axiomatizarea lor şi de explicarea suportului lor matematic. Din punct de vedere istoric, importanţa unui astfel de studiu a fost scoasă în evidenţă în special de Hilbert în cea de a şasea din celebrele sale 23 de probleme de matematică [28]. Acest tip de analiză, aşa cum se ştie, a fost fundamental şi pentru dezvoltarea unor filosofii ale secolului al XX-lea ca neopozitivismul, de pildă, şi are, de asemenea, ecou în semantică sau în demersul „structuralist" iniţiat de Sneed, Stegmüller şi alţii. Totuşi, acestea sunt produse în cadrul paradigmei logicii clasice.

În ceea ce priveşte folosirea logicilor neclasice în fizică există doar puţine analize de profunzime, neconcludente după cât cunoaştem noi până în prezent. De pildă, sugestia lui Bressan de utilizare a anumitor logici modale nu a fost dezvoltată complet. Logica cu trei valori a lui Reichenbach, de altfel foarte interesantă din punctul de vedere al analizei şi al clarificării unor ipoteze fundamentale din mecanica cuantică, a fost criticată pentru că nu a oferit o bază logică absolut completă pentru o astfel de disciplină. Dificultăţile s-au datorat în mod special blocajului în discuţia detaliată a cuantificării (nivelul propoziţional al logicii sale nu era suficient pentru scopurile fizicii – v. [27]). Apropo, când auzim ceva despre relaţiile dintre logică şi fizică asociem, de regulă, acest subiect cu aşa numita „logică cuantică", un domeniu care îşi datorează naşterea „oficială" din binecunoscutul articol din 1936 a lui Birkhoff şi von Neumann [4]. Propusă iniţial cu scopul de a se ocupa cu probleme provenite din mecanica cuantică (de pildă, violarea legii distributivităţii $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma) \equiv (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$), lucrarea lor fundamentală, despre care putem spune că provine dintr-o perspectivă „aplicată" a cauzat dezvoltarea unui vast domeniu în cercetarea logică. În prezent, există numeroase „sisteme de logică cuantică" studiate, cel mai adesea, ca sisteme

matematice pure, practic, departe de aplicaţiile la universul microfizicii şi de preocupările precursorilor mecanicii cuantice (pentru mai multe detalii asupra acestui subiect, v. [20]). Recent, Dalla Chiara şi Giuntini au prezentat o „logică cuantică paraconsistentă" ([18]; v., de asemenea, [19], [20]) în care anumite „legi clasice", cum ar fi legea noncontradicţiei şi a terţului exclus, sunt respinse, dar sistemul lor, în ciuda importanţei sale, nu va fi tratat în cadrul acestei lucrări.

3.1. Problema adevărului în fizică

Un alt tip de relaţie dintre logica paraconsistentă şi fizică a provenit dintr-un important concept de adevăr dezvoltat de M. L. Dalla Chiara şi G. Toraldo di Francia aplicat teoriilor fizicii. Intuitiv vorbind ([16, cap. 3], [42, secţiunea 1.10]), o lege fizică nu face referire la un anumit sistem fizic, dar spune că între valorile anumitor mărimi fizice există o relaţie cum ar fi a doua lege a lui Newton, $f = m \cdot a$, care leagă mărimile „forţă", „masă" şi „acceleraţie". Mai general, o lege fizică poate fi scrisă sub forma $P(x_1,...,x_n)$, unde P exprimă relaţia matematică dintre mărimile $x_1,...,x_n$. Cu toate acestea, când vorbim despre înţelesul valorii de adevăr a unei anumite proprietăţi fizice, atunci avem nevoie să facem referire la anumite stări ale sistemelor fizice, ceea ce şi facem în metalimbajul teoriei fizice. De asemenea, în acest metalimbaj descriem experienţe şi procese de măsurare şi, în particular, introducem anumite *definiţii operaţionale* pentru mărimile fizice relevante.

Dat fiind un concept definit operaţional cum ar fi forţa F, s-a presupus că datorită impreciziei măsurătorilor, valorile acceptate aparţin unui anumit interval de numere reale (cu o „eroare" ε, care reprezintă precizia instrumentelor). De pildă, în cazul conceptului de forţă F, raportat la un sistem fizic s, există un interval $[f-\varepsilon, f+\varepsilon] \subseteq \mathrm{R}$ astfel încât valoarea p din interval poate fi considerată ca valoare a lui F pentru sistemul s aflat într-o anumită stare; în acest caz putem spune că F este egal cu f cu precizia ε.

În cadrul acestei scheme semantice este posibil să introducem conceptul de „model fizic" ca o structură $\mathcal{M} = <M, E, T>$, unde M înseamnă suportul matematic al lui $\mathcal{M}$ (de exemplu, analiza funcţională uzuală în cazul mecanicii cuantice), E este suportul „experimental" al modelului care este compus dintr-o clasă S a sistemului fizic al căror stări sunt determinate de anumite mărimi fizice definite operaţional" (ceea ce înseamnă că orice mărime este asociată cu o clasă de proceduri potrivite în a opri calculul valorilor acestei mărimi cu o anumită precizie caracteristică ε) şi T este o schemă de traducere care oferă interpretarea matematică a elementelor lui E.

Deci, autorii caracterizează conceptul unei afirmaţii α ca fiind adevărată în raport cu un sistem fizic $s \in E$ după cum urmează: mai întâi α trebuie să fie *definit* în raport cu s ceea ce înseamnă, intuitiv, că aserţiunea lui α „are un înţeles în raport cu s " [15, p. 165], adică presupunând că α este propoziţia $P(x_1,...,x_n)$, atunci fiecare dintre mărimile care apar în α determină o mărime fizică

$X_i (i = 1,2,...,n)$ care poate fi măsurată în s (de regulă, ele sunt reprezentate prin operatori). Apoi, rezultatele măsurătorilor din s ale acestor mărimi fizice trebuie să admită n valori $g_1,...,g_n$, ceea ce în suportul matematic M al modelului satisface relația P cu o precizie ε. Când avem această situație, spunem că α este *adevărat* în raport cu s, simbolic $\models_s \alpha$, și că α este adevărat în modelul M, simbolic $\mathcal{M} \models \alpha$, dacă și numai dacă α este definit pentru cel puțin un $s \in E$ și pentru orice s pentru care α este definit, atunci $\models_s \alpha$ (*ibid.*).

De exemplu, să luăm din nou legea a doua a lui Newton, $f = m \cdot a$. Cele trei variabile fizice care apar în ecuație corespund celor trei mărimi fizice deterministe, *forța* (F), *masa* (M) și *accelerația* (A) al căror domeniu acceptabil de valori pentru o anumită situație fizică s aparține celor trei intervale corespunzătoare $[f_1, f_2] \subseteq \mathbb{R}$, $[m_1, m_2] \subseteq \mathbb{R}$, $[a_1, a_2] \subseteq \mathbb{R}$, fiecare dintre acestea exprimând o anumită precizie ε a măsurătorilor. Atunci $\models_s$, $f = m \cdot a$ dacă și numai dacă există trei numere reale $p_1 \in [f_1, f_2], q_1 \in [m_1, m_2]$ și $r_1 \in [a_1, a_2]$ astfel încât $p_1 = q_1 \cdot r_1$.

Cu toate acestea, datorită impreciziei ε, pot exista și alte trei numere reale p_2, q_2 și r_2, fiecare aparținând intervalului respectiv astfel încât $p_2 \neq q_2 \cdot r_2$, iar aceste numere constituie, de asemenea, *valori acceptabile* pentru măsurătorile mărimilor fizice corespunzătoare (în aceeași manieră în care putem accepta faptul că măsurând masa noastră putem găsi „ceva de tipul 1,20 m"). Deci $\models_s \neg(F = m \cdot a)$ este la fel de valabilă, adică negația legii lui Newton ar trebui să fie și ea valabilă în raport cu aceeași situație fizică s. Astfel, putem avea, pentru o afirmație α și o situație fizică $s \in E$, atât $\models_s \alpha$, cât și $\models_s \neg\alpha$, dar nu și $\models_s \alpha \wedge \neg\alpha$, pentru acest caz din urmă s-ar presupune existența a trei numere reale p', q' și r', aparținând intervalelor respective, astfel încât $\models_s$ $p' = q' \cdot r' \wedge p' \neq q' \cdot r'$, ceea ce este imposibil [15, p. 168].

Această definiție a adevărului reflectă un soi de *adevăr empiric* cu consecințe interesante, scoase în evidență de autorii respectivi, cum ar fi nonadevărul funcțional al conectivelor logice (în sensul că adevărul unei conjuncții nu este echivalent cu adevărul simultan al ambelor conjuncții).

Pentru noi este interesant de subliniat „aspectul paraconsistent" al acestei definiții a adevărului. Din cele prezentate mai sus, este evident faptul că acest concept este legat de paraconsistență pentru care avem adevărate atât $\models_s \alpha$ cât și $\models_s \neg\alpha$. Într-adevăr, în [13] s-a demonstrat că logica ce descrie acest fenomen este, în particular, o logică paraconsistentă, și anume, o logică de tip Jaśkowski (una dintre caracteristicile acestui tip de logică este aceea că din α și $\neg\alpha$ nu deducem în mod necesar conjuncția $\alpha \wedge \neg\alpha$).

3.2. Logica complementarității a lui Février

Printre sugestiile de folosire a logicilor neclasice în fizică le amintim pe cele referitoare la logicile cu trei valori. Cele mai cunoscute sunt cele ale lui H. Reichenbach și P. Destouches-Février. Datorită faptului că logica lui Février este mai apropiată de paraconsistență, vom face câteva observații asupra acestei „logici a complementarității".[2] După expunerea detaliilor fundamentale ale sistemului ei vom creiona aspectul paraconsistent al acestuia arătând că „logica complementarității" a lui Février, $L_{c,3}$, este într-un anumit sens paraconsistentă.

Să ne amintim mai întâi că acest concept de „complementaritate" a fost introdus în mecanica cuantică de către Niels Bohr în celebra sa prezentare de la Como din 1927.[3] Consecințele ideii lui au fost fundamentale pentru dezvoltarea versiunii Copenhaga a mecanicii cuantice și constituie una dintre cele mai mari contribuții la dezvoltarea acesteia. Fără a le nega importanța, ideile lui Bohr asupra complementarității sunt controversate. Într-adevăr, se pare că nu există un acord general asupra semnificației precise a principiului complementarității. Cu toate că unii autori cum ar fi C. von Weizsäcker și M. Strauss au încercat să elucideze principiul lui Bohr din punct de vedere logic, dezvoltările lor nu au fost niciodată acceptate de către comunitatea științifică. De pildă, este cunoscut faptul că însuși Bohr a respins încercarea lui von Weizsäcker de a logiciza descrierea principiului său (cf. [29, p. 90]). Propunerea lui Strauss a unei logici în care două propoziții, să spunem α și β, pot fi ambele adevărate, dar nu și conjuncția lor, $\alpha \wedge \beta$, a fost considerată ca „inacceptabilă" de către R. Carnap deși, se pare, că ea atrage atenția din perspectivă actuală.[4]

Într-o serie de lucrări care s-au finalizat cu cartea *La Structure des Théories Physiques* [22], P. Destouches-Février a schițat o logică propozițională cu trei valori, denumită $L_{c,3}$.[5]

Punctul de plecare în dezvoltarea lui $L_{c,3}$ sunt relațiile de incertitudine ale lui Heisenberg care, spune autoarea, trebuie considerate ca principii fizice fundamentale și nicidecum niște consecințe ale formalismului matematic din teoria cuantică (cf. [29, p. 362]). Ideea centrală o constituie afirmația conform căreia compoziția (citiți: conjuncția) propozițiilor complementare referitoare la poziția și impulsul unei particule trebuie să aibă valoarea de adevăr „absolut fals", în loc de „adevărat" sau „fals". Ea folosește semnul „&" pentru conjuncție, dar în realitate distinge două tipuri de conjuncții: una (notată $\&_c$) pentru propoziții „compozabile" și alta ($\&_i$) pentru cele „incompozabile" caracterizate semantic prin metoda matricilor. Noi putem motiva folosirea acestor corective, după cum urmează (cf. [35]): dacă a_i înseamnă „Coordonata q_i a unei particule are valoarea q_{0i}", iar b_i înseamnă „Componenta p_i a momentului particulei are valoarea p_{0i}" atunci există două matrice pentru caracterizarea produsului conjugat „a_i & b_i" și, respectiv, a produselor neconjugate

[2] Deși frecvent menționat în literatură, sistemul lui Février $L_{c,3}$ nu a fost discutat în detaliu; de pildă, S. Haack, în [26] abia că menționează logica lui Février $L_{c,3}$. Considerăm că acest lucru se datorează faptului că sistemul ei nu a fost niciodată prezentat într-o manieră sistematică.

[3] Toate referințele din această secțiune care nu sunt făcute explicit, pot fi găsite în [12].

[4] În principal, dacă luăm în considerație discursul logic al lui Jaśkowski [13].

[5] A se vedea [33], [34] și [35].

„a_i & a_k", „b_i & b_k" şi „a_i & b_k ", pentru $i \neq k$ (aceste matrice sunt prezentate mai jos). Deci, considerând că există *„propoziţii incompozabile*, pentru care nu se poate afirma niciodată produsul logic" [22, p. 33], autoarea a presupus că trebuie atribuită conjuncţiei acestor propoziţii o a treia valoare de adevăr diferită de „adevăr" şi „fals", şi anume, *„absolut fals*". Aceasta indică faptul că o astfel de conjuncţie nu poate fi realizată într-un sens strict. Deci, ea face distincţie (printr-o metaregulă neexplicită) între propoziţiile care pot şi cele care nu pot fi compuse introducând conectivele potrivite (conjuncţii şi disjuncţii) pentru a le lega; atunci când două propoziţii „nu pot fi compuse", conjuncţia lor (realizată cu conectorul $\&_i$) dă valoarea de adevăr *„absolut fals*".

Aici, noi interpretăm $L_{r,3}$ ca pe o logică standard cu trei valori ale cărei conective presupun valori doar în conformitate cu tabelele lor de adevăr (vezi mai jos) şi vom realiza întotdeauna conjuncţii (Février sugerează folosirea a două tipuri de conjuncţii, una pentru propoziţii „compozabile" şi alta pentru cele „incompozabile"; totuşi, acest fapt nu este în conformitate cu logica polivalentă standard).

Noi am adaptat terminologia lui Février considerând drept primare următoarele conective: $\&_c$ (prima conjuncţie), $\&_i$ (a doua conjuncţie), ⊳ (disjuncţia exclusivă), $\vee_c$ (prima disjuncţie), $\vee_i$ (a doua disjuncţie), ≡ (prima echivalenţă), ≅ (a doua echivalenţă), → (implicaţia), N (prima negaţie) şi ~ (a doua negaţie) care sunt definite prin următoarele matrice a căror valoare desemnată este T ([22, pp. 34–39]):

$\&_c$	T	F	A
T	T	F	A
F	F	F	A
A	A	A	A

$\&_i$	T	F	A
T	A	A	A
F	A	A	A
A	A	A	A

⊳	T	F	A
T	A	T	T
F	T	A	F
A	T	F	A

$\vee_c$	T	F	A
T	T	T	T
F	T	F	F
A	T	F	A

$\vee_i$	T	F	A
T	A	T	T
F	T	A	F
A	T	F	A

≡	T	F	A
T	T	F	F
F	F	T	F
A	F	F	T

≅	T	F	A
T	T	F	F
F	F	T	T
A	F	T	T

→	T	F	A
T	T	F	F
F	T	F	F
A	T	T	T

p	T	F	A
N*p*	F	T	S
~*p*	F	T	T

.

Problema (după cum a subliniat şi Nagel în articolul său [35]) este că autoarea nu oferă nici un criteriu pentru a face distincţie între propoziţiile care pot şi care nu pot fi compuse. Se presupune oarecum o meta-regulă. Oricum, urmând ideile ei şi acceptând faptul că poate fi făcută o astfel de distincţie, explicaţiile intuitive ale acestor simboluri pot fi următoarele: $\&_c$ este conjuncţia propoziţiilor care *pot* fi compuse (propoziţii „compozabile") în timp ce $\&_i$ este conjuncţia propoziţiilor complementare (a căror conjuncţie primeşte valoarea de adevăr *A*, *absolut fals* – „faux absolu"). Deci, conform interpretării lui Février, două propoziţii (complementare) de tipul

$p =_{df}$ „componenta p_x a lui y are o valoare cuprinsă între p_0 şi $p_0 \pm \Delta p_0$ la momentul t“,

$q =_{df}$ „coordonata x a lui y are o valoare cuprinsă între x_0 şi $x_0 \pm \Delta x_0$ la momentul t“

fac subiectul principiului de incertitudine al lui Heisenberg, deci conjuncţia lor $p \&_i q$ trebuie sa aibă valoarea de adevăr A, dacă Δp_0 şi Δx_0 nu satisfac inegalitatea lui Heisenberg. Conectivul $\rhd$ este o generalizare (cum spune şi autoarea) a disjuncţiei clasice exclusive; propoziţia $p \rhd q$ este adevărată, atunci când p sau q este adevărată, absolut falsă atunci când propoziţiile (care pot fi compuse) au aceeaşi valoare de adevăr şi false în rest.

Conectivele $\vee_c$ şi $\vee_i$ sunt disjuncţii care leagă propoziţii care pot şi, respectiv, nu pot fi compuse. $\equiv$ are aceeaşi semnificaţie pe care o are în logica clasică: $p \equiv q$ este adevărată dacă şi numai dacă p şi q au aceeaşi valoare de adevăr. Dar $\cong$ este puţin diferită: $p \cong q$ este adevărată atunci când p şi q sunt ambele adevărate sau neadevărate şi este falsă atunci când una dintre propoziţii este adevărată şi cealaltă este neadevărată, adică F sau A. Tabela implicaţiei $\rightarrow$ generalizează implicaţia clasică.

Şi acum despre negaţii. Datorită definiţiilor semantice ale conectorilor rezultă (cum a subliniat şi Février) că regula dublei negaţii nu este valabilă pentru ~, deci $\sim(p \&_x q)$ nu este echivalentă cu $\sim p \vee_x \sim q$ unde x este în ambele cazuri c sau i. Acelaşi lucru se poate afirma şi despre $N(p \&_x q)$ şi $Np \vee_x Nq$. Alte rezultate sunt date de teoremele de mai jos (demonstrabile pe baza matricelor şi luând pe T ca valoare desemnată).

Observăm că reconstrucţia noastră a logicii lui Février poate fi sau nu conformă viziunilor sale, dar ea reflectă sigur unele dintre intuiţiile sale cu privire la logica mecanicii cuantice. Considerând validitatea şi conceptele semantice definite în mod obişnuit, obţinem următoarele teoreme unde literele latine sunt variabile pentru formule, iar literele greceşti mari pentru mulţimi de formule.

Teorema 1

(i) În $L_{c,3}$, avem:

$$\models p \rightarrow \sim\sim p$$

$$\models p \&_i \sim p \rightarrow q$$

$$\models p \&_i Np \rightarrow q$$

$$\models \sim (p \&_i \sim p)$$

$$\models \sim (p \&_c Np)$$

$$\models (p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow \sim q) \rightarrow p)$$

$$\models p \vee_i \sim p$$

$$\models p \rightarrow (q \rightarrow p)$$

$$\models p \,\&_c\, q \rightarrow p$$

$$\models p \,\&_i\, q \rightarrow p$$

(ii) Teorema deducției este valabilă în forma următoare: dacă $\Gamma, p \models q$, atunci $\Gamma \models p \rightarrow q$.

(iii) *Modus ponens* reprezintă o regulă de inferență valabilă semantic: dacă ambele p și $p \rightarrow q$ sunt adevărate, atunci q este adevărată. Alte reguli de inferență valabile semantic sunt următoarele:

$$p, \sim p \vee_c q \models q, \qquad \sim p, p \vee_i q \models q.$$

Teorema 2. Următoarele formule exprimă faptul că p are valorile T, F și respectiv A:

$$p \equiv \sim (p \,\&_i\, p)$$

$$p \equiv \sim (p \equiv p)$$

$$p \equiv (p \,\&_i\, p)$$

Teorema 3. *Următoarele scheme nu sunt valabile în* $L_{c,3}$:

$\sim\sim p \rightarrow p$	$N(p \,\&_i\, Np)$	$(p \rightarrow q) \equiv (\sim q \rightarrow \sim p)$
$p \,\&_i \sim p$	$N(p \,\&_c\, Np)$	$(p \rightarrow q) \equiv (Nq \rightarrow Np)$
$p \,\&_c \sim p$	$N(p \,\&_i \sim p)$	$(p \rightarrow q) \equiv (\sim q \rightarrow Np)$
$p \,\&_c\, Np$	$N(p \,\&_c \sim p)$	$(p \rightarrow q) \equiv (Nq \rightarrow \sim p)$
$p \,\&_i\, Np$	$p \vee_i Np$	$(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \vee_i q)$
$p \,\&_c \sim p \rightarrow q$	$p \vee_c Np$	$(p \rightarrow q) \equiv (Np \vee_i q)$
$p \,\&_c\, Np \rightarrow q$	$(p \rightarrow \sim p) \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \vee_c q)$
$p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$	$(\sim p \rightarrow p) \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \equiv (Np \vee_c q)$
$p \rightarrow (Np \rightarrow q)$	$(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \vee_c q)$	

Février nu dezvoltă logica ei în detaliu, dar face câteva observații interesante asupra complementarității bazate pe o discuție informală. După cum ea însăși spune, chiar dacă mixtăm valorile F și A, logica ei nu se reduce la logica clasică. Deci, concluzionează ea, „în cadrul unei teorii în care este introdusă complementaritatea lui Bohr, este imposibil să utilizezi logica clasică pentru calculul propozițiilor experimentale; este necesară utilizarea unei logici a complementarității" (op. cit., p. 40). Acest lucru este exprimat de „teorema lui Février": într-o teorie în care propozițiile experimentale satisfac o condiție de complementaritate este necesară utilizarea unei logici a complementarității care este ireductibilă la o logică clasică (loc. cit.).

Cu toate acestea, Février nu circumscrie logica ei la propozițiile experimentale. Vorbind despre complementaritate și mecanica ondulatorie ea concluzionează că logica complementarității este necesară și atunci când avem de-a face cu propoziții teoretice care sunt deduse în cadrul unei scheme care include complementaritatea, deci logica ei ar fi aplicabilă, de asemenea, și propozițiilor teoretice. După afirmația ei:

> „...logica complementarității nu mai este valabilă doar pentru enunțurile experimentale, ci și pentru enunțurile teoretice, ceea ce impune o structură cu totul nouă mecanicii ondulatorii".
>
> „Aceasta face să apară în lumină un alt aspect al complementarității lui Bohr, mai profund decât cel exprimat prin considerentele lui Heisenberg asupra măsurătorilor, și care este complementaritatea dintre aspectul corpuscular și cel ondulatoriu. De această dată nu mai este vorba de o simplă complementaritate de fapt, ci de o complementaritate de drept, care trebuie să facă parte din însuși corpusul teoriei, nefiind doar o limitare a posibilităților experimentale" (ibid., pp. 44–45).

Credința ei că logica complementarității este logica corectă pentru o teorie care presupune propoziții complementare o face capabilă să răspundă la cele trei întrebări puse la începutul cărții sale, întrebări care sunt apropiate ideilor lui F. Gonseth conform căruia logica posedă un aspect empiric astfel încât principiile logicii ar trebui să exprime legile fizicii generale; întrebând dacă logica este universală și unică, normativă și apriorică, exprimând legile rațiunii pure și nu orice conținut al cunoașterii, răspunsul este negativ. Același lucru este valabil și pentru a doua întrebare care pune problema dacă logica este arbitrară în anumite condiții de coerență (consistență) și, deci, este un soi de tautologie, adică o sintaxă independentă a întregii cunoașteri. Dar la a treia întrebare, răspunsul este pozitiv. Problema este dacă logica, în fiecare din aplicațiile ei, ar trebui să fie adaptată domeniului cunoașterii în care urmează a fi aplicată. În acest caz, logica nu ar fi nici apriorică, nici independentă de aplicație și nici o sintaxă arbitrară: după cum spune ea, „noi observăm că nu există o logică unică și universală, normativă *a priori*, exprimând legile unei rațiuni pure și independentă de întreaga cunoaștere (...), ci că logica este adaptată fiecărui domeniu al cunoașterii, în particular fiecărei teorii fizice și că, în consecință, ea exprimă un anumit conținut al cunoașterii"

[22, p. 41]. Logica clasică, spune ea, datorită „teoremei lui Février" de mai sus, este potrivită pentru fizica clasică, incluzând relativitatea și „o anumită teorie a câmpurilor" (*ibid.*), logica complementarității fiind logica adecvată teoriilor cuantice.

Este important de observat că dacă în $L_{c,3}$ numim o propoziție *normală*, dacă și numai dacă aceasta ia numai valorile de adevăr T sau F, atunci logica propozițiilor normale devine calculul propozițional standard. Aceasta implică faptul că logica clasică este conținută în $L_{c,3}$ (desigur, în această manieră noi putem introduce predicate normale etc., și să reconstruim logica clasică în interiorul sistemului Février). Pentru aceasta, este nevoie să dăm o definiție (metalogică) propoziției normale, predicatelor etc., așa cum este nevoie să caracterizăm propozițiile incompozabile ale lui Février.

Înainte de a schița o perspectivă asupra lui $L_{c,3}$ din punctul de vedere paraconsistent ne vom întoarce la unele critici care au fost aduse sistemului ei și implicațiilor filosofice ale acestuia.

3.3. Câteva observații critice

În 1954, McKinsey și Suppes au făcut o analiză cărții lui Février în care au prezentat unele observații cu privire la ideea folosirii logicii ei în fizică, în particular, a „teoremei" menționate mai sus potrivit căreia fizica modernă impune o logică cu mai mult de două valori de adevăr [34][6]. Studiul lui McKinsey și Suppes este important nu doar din perspectiva discuției asupra tezelor lui Février, ci și pentru subtilitățile interesante privind raportul dintre logică și fizică.

Să începem prin a menționa, pe scurt, câteva dintre argumentele mai importante aduse de ei împotriva ideilor lui Février. Prima obiecție se referă la „teorema" lui Février conform căreia *teoria cuantică ar impune o logică cu trei* valori. McKinsey și Suppes (pe scurt McK-S) nu văd de ce acest lucru ar fi necesar și, după părerea lor, argumentele lui Février nu sunt concludente. Noi nu dorim să discutăm acest subiect acum, acesta urmând a fi tratat mai jos, în cadrul unui context mai general. Dar McK-S afirmă, de asemenea, că pentru a structura o teorie fizică pe baza unei logici neclasice ar trebui ca aceasta să fie prezentată ca un sistem formal, ceea ce Février nu face. Ei mai sugerează și faptul că, înainte de a întreprinde o astfel de „muncă herculeană" ar fi bine, poate, de a conferi o axiomatizare teoriei cuantice „într-un sens matematic primar", printr-o mulțime de predicate formulate în teoria mulțimilor standard (adică folosind logica clasică) așa cum au făcut ei înșiși (împreună cu Sugar) cu mecanica particulei clasice (v. [38]). Desigur, folosirea logicii clasice deschide perspectiva unor probleme filosofice formidabile care apar în legătură cu folosirea teoriei mulțimilor standard în mecanica cuantică așa cum s-a arătat de pildă în [9] (v., de asemenea, și [10], [17]).

---

[6] În același volum, McKinsey a publicat o analiză critică a altei lucrări a lui Février în care sunt susținute idei similare [33].

În mod evident, se poate încerca să se obţină o formulare a mecanicii cuantice independent de analiza apriorică a mijloacelor logicii clasice şi a teoriei mulţimilor.

Obiecţia lui McKinsey şi Suppes cum că Février a redus sistemul ei la calculul propoziţional în timp ce cuantificările ar trebui să fie folosite în orice logică potrivită mecanicii cuantice are o natură mai profundă. Este interesant de remarcat faptul că aceeaşi obiecţie a fost făcută şi de Hempel în legătură cu logica cu trei valori a lui Reichenbach [27] şi de Church faţă de logica nondistributivă a lui Birkhoff şi von Neumann [7]. Noi considerăm că ei au dreptate în legătură cu acest subiect. Dacă Février ar fi redus ideea complementarităţii şi, deci, aplicarea conectivelor $\&_i$ şi $\vee_i$ doar la „propoziţiile experimentale", atunci situaţia ar fi fost mult mai satisfăcătoare. În acest caz am putea spune că sistemul ei de calcul propoziţional se referă doar la propoziţiile experimentale, ceea ce poate respecta legile logicii ei cu trei valori şi, deci, păstrarea logicii clasice pentru discursul matematic incluzând folosirea cuantificatorilor şi, poate, a teoriei mulţimilor. Dar ea nu a făcut acest lucru. Aşa cum am amintit deja mai sus, Février intenţionează ca sistemul ei să poată fi extins, de asemenea, şi la mecanica ondulatorie (cf. [22], p. 43ff).

Deci, ţinând cont de posibilitatea reconstrucţiei logicii clasice în interiorul lui $L_{c,3}$ (aşa cum am remarcat la finele ultimei secţiuni când am vorbit despre propoziţiile „normale"), obiecţii ca cele ale lui McKensey şi Suppes pot fi depăşite şi, deci, uşa este deschisă pentru a susţine teza conform căreia $L_{c,3}$, chiar în forma propusă de Février, poate constitui substratul logic al unei posibile axiomatizări a mecanicii cuantice: valoarea de adevăr *A* apare numai în legătură cu propoziţiile experimentale, celelalte fiind cu două valori. Prin urmare, aşa cum am arătat, se poate face o sinteză între $L_{c,3}$ şi matematica clasică.

Oricum, observăm că o axiomatizare a unei teorii empirice date nu este întotdeauna total determinată. Ea depinde de o mulţime de aspecte ale teoriei pe care o luăm în considerare. Astfel, de pildă, Ludwig [31] studiază o axiomatizare a mecanicii cuantice bazată pe logica clasică. Ambele încercări, cea a lui Février şi cea a lui Ludwig, sunt în principiu corecte, chiar dacă ei au tratat acelaşi domeniu al discursului din perspective diferite. Dar numai viitorul va decide care dintre soluţii este mai bună.

3.4. O perspectivă paraconsistentă asupra logicii lui Février

Să definim o logică $L^{p}_{c,3}$ cu acelaşi limbaj ca cel din $L_{c,3}$ şi să conferim conectivelor aceeaşi caracterizare semantică prezentată mai sus. Dar acum să considerăm pe T şi A ca valori de adevăr desemnate. Adică, să considerăm matricea (cu aceleaşi tabele de mai sus).

$$\mathcal{M} = \langle \{T, F, A\}, \{T, A\}, \&_i, \&_c, \triangleright, \vee_c, \vee_i, \equiv, \cong, \rightarrow, N, \sim \rangle$$

pentru a caracteriza ceea ce vom numi „logica cu trei valori a complementarităţii paraconsistente". Noţiunea de consecinţă semantică dintr-o mulţime de formule se introduce în maniera standard: spunem că o propoziţie *p* este o consecinţă a unei

mulţimi Γ de propoziţii, simbolic $\Gamma \vDash p$, dacă şi numai dacă pentru toate valorile în care propoziţiile lui Γ au o valoare desemnată, *p* va avea, de asemenea, o valoare desemnată.

Este uşor de observat că $p \&_i \sim p$ este o tautologie a lui $L^p_{c,3}$ (adică, are întotdeauna o valoare desemnată, şi anume *A*), dar nu orice propoziţie a limbajului său este o tautologie, de exemplu $p \&_c \sim p$ nu este. Astfel, $L^p_{c,3}$ este inconsistentă (poate ar trebui spus „~ - inconsistentă" pentru această inconsistentă referitoare la a doua negaţie ~), deşi aceasta nu este trivială şi, cum este uşor de observat, poate fi suportul logic al teoriilor inconsistente dar netriviale; aceasta înseamnă că este paraconsistentă.

În logica noastră, orice propoziţie primeşte o valoare de adevăr (T, F sau A), la fel $p \&_i q$ şi $p \&_c q$. Doar atunci când *p* şi *q* sunt complementare, prima conjuncţie capătă valoarea desemnată A în timp ce a doua respectă tabela pentru $\&_c$, astfel , în mod normal, noi nu ştim care valoare de adevăr este. În felul acesta, cele două conjuncţii cu astfel de propoziţii *pot* avea sens. Observăm că acest model se aseamănă cu logica lui Reichenbach prin faptul că propoziţiile cuantice au întotdeauna valori de adevăr. Acest fapt este în deplină concordanţă cu fizica unde putem vorbi despre poziţia şi impulsul unei anumite particule deşi problema dacă poziţia şi impulsul pot fi ambele măsurate precis la acelaşi moment de timp face subiectul principiului lui Heisenberg. În $L^p_{c,3}$ formulele care presupun doar T şi A sunt cele care sunt acceptate.

$L^p_{c,3}$ constituie o logică propoziţională cu ajutorul căreia suntem capabili să vorbim despre fundamentele mecanicii cuantice în mod similar cu $L_{c,3}$. În plus, este posibil să extindem $L^p_{c,3}$ la o logică paraconsistentă puternică şi care să facă faţă la contradicţiile teoretice şi să fie suficient de puternică pentru a cuprinde o mare parte a matematicii existente. Astfel, avem o altă cale, alternativă, faţă de sistemele lui Février şi Ludwig de a înţelege unele părţi din mecanica cuantică.

3.5. Utilizarea logicii paraconsistente

În lucrarea [12] noi am urmat o altă cale pentru a depăşi unele dintre problemele mecanicii cuantice. Pentru a ilustra noua alternativă să introducem mai întâi un nou tip de teorie fizică al cărei limbaj se presupune a conţine propoziţii complementare; astfel de teorii se numesc C-*teorii* sau *teorii complementare*.

O C-teorie are drept limbaj un limbaj *primar*, posedă un set de axiome şi noţiunea sa de consecinţă denumită *consecinţă paraclasică* introdusă după cum urmează: dacă $\Gamma \cup \{p\}$ este o mulţime de formule a lui *T*, atunci spunem că *p* este o consecinţă paraclasică a lui Γ şi scriem $\Gamma \vdash_p p$, dacă şi numai dacă

1. (i) $p \in \Gamma$, sau
2. (ii) p este o formulă clasic validă, sau
3. (iii) există o submulţime consistentă (conform logicii clasice) $\Delta \subseteq \Gamma$ astfel încât $\Delta \vdash p$ (în logica clasică).

Să presupunem că o C-teorie T este în aşa fel încât există formulele p, q şi r ale limbajului său care satisfac condiţiile (a) $T \vdash_p q$; (b) $T, p \vdash_p r$ şi (c) $T, q \vdash_p \neg r$. În acest caz spunem că p şi q sunt teoreme complementare ale lui T. Contrar punctului (b) de mai sus, în general, $r \wedge \neg r$ nu este o teoremă a lui T.

Deci, într-o C-teorie avem de-a face cu propoziţii de tipul „x este o particulă" şi „x este o undă", fiecare dintre ele atrage după sine negarea celeilalte fără consecinţa că ele vor conduce la o contradicţie strictă, adică la o formulă de forma $r \wedge \neg r$.

Este important de remarcat şi faptul că, în acord cu modelul nostru, propoziţiile complementare nu sunt neapărat una negaţia celeilalte (acesta este un caz particular) ci, mai general, propoziţii care au fiecare *consecinţe* care pot contrazice unele dintre consecinţele celeilalte. Noi credem că acest lucru este în strictă concordanţă cu unele dintre ideile propuse de Bohr însuşi, aşa cum am evidenţiat în [12] însă nu dezvoltăm aici acest subiect. Oricum, definiţia noastră este destul de generală şi, evident, nu se reduce doar la fizică, fiind utilă la fel de bine şi în alte situaţii. Să luăm un exemplu care poate fi considerat mai ilustrativ.

Să presupunem că un judecător este confruntat cu „propoziţii normative complementare" care *trebuie* să fie valabile simultan, de pildă, apărarea liberului arbitru al cetăţenilor şi apărarea obligaţiilor impuse de către stat. Respectându-le, apar adeseori contradicţii. Să luăm cazul concret al unor deţinuţi care sunt nerăbdători să obţină anumite avantaje, să zicem, mai mult timp pentru vizită. Judecătorul, sub presiunea situaţiei „complementare" de a ţine seama şi de liberul arbitru al prizonierilor şi de rolul statului, se confruntă cu o situaţie care implică propoziţii complementare (propoziţii normative complementare). Acest tip de situaţie exemplifică foarte bine faptul că ideile care implică situaţii de complementaritate nu se reduc doar la fizică, aşa cum Bohr însuşi a sugerat [6]. Oricum, fiind de interes, acest subiect va fi analizat cu altă ocazie.

4. Observaţii generale

Înclinăm să fim de acord cu unele observaţii ale lui Février (care, aşa cum s-a menţionat mai sus, urmează o tendinţă derivată din Gonseth [24, cap. 8]) în principal cu susţinerea faptului că logica aplicată are o componentă empirică. Cu toate acestea avem de făcut unele observaţii. Mai întâi, ţinând seama de distincţia

noastră dintre logica pură şi cea aplicată, considerăm că nu este necesar să eliminăm apriori cerinţele logicii. Desigur, nu garantăm pentru concepţia potrivit căreia ar exista o singură logică, independentă de orice domeniu al cunoaşterii. Ceea ce susţinem noi este că logica *poate* fi studiată independent de orice aplicaţie, ca un sistem matematic pur, fiind deci apriorică într-un anume sens.

Orice sistem de logică aplicată posedă o dimensiune apriorică şi una aposteriorică. De pildă, putem începe prin a studia sistemul lui Février care este motivat de ştiinţa empirică verificând dacă aceasta poate fi axiomatizată demonstrând apoi o teoremă de completitudine şi aşa mai departe. Dintr-un alt punct de vedere, logica are de-a face cu structurile inferenţiale subiacente domeniilor particulare sau teoriilor şi, în acest sens, un domeniu ca cel al lumii cuantice poate sugera faptul că este util un alt tip de logică (adică, altul decât logica clasică) pentru a face faţă unor probleme care nu pot fi soluţionate prin mijloacele logicii clasice. Drept exemplu, dacă acceptăm punctul de vedere că obiectele cuantice sunt *neindividuale* (E. Schrödinger, M. Born şi alţii), neavând o individualitate a lor în sensul că unul este întotdeauna indiscernabil de un altul al unei specii similare, atunci se pare că privind lumea cuantică ca fiind constituită din astfel de entităţi, logica clasică (cu principiul identităţii indiscernabilelor al lui Leibniz) şi matematica clasică (bazată pe noţiunea de mulţime, adică o colecţie de obiecte discernabile) ar trebui să fie revizuite (v. [23]). Deci diferitele „perspective" ale unui domeniu al ştiinţei pot presupune un mecanism logic distinct care aduce cu sine şi un punct de vedere filosofic diferit de cel clasic.

Posibilitatea utilizării sistemelor non-standard nu atrage după sine în mod necesar faptul că logica clasică este greşită sau că (în particular) teoria cuantică *are nevoie* de o altă logică. Probabil că fizicienii vor continua să utilizeze (informal) logica clasică în viitorul apropiat. Dar trebuie să înţelegem că alte forme de logică ne pot ajuta să înţelegem mai bine anumite caracteristici ale lumii cuantice care nu sunt tratate adecvat cu mijloacele clasice, cum sunt şi conceptele de complementaritate şi neindividualitate.

Pentru a încheia, considerăm că nu există doar o singură „logică adevărată" şi că sisteme logice diferite (matematice şi poate chiar fizice) pot fi utile în abordarea diferitelor aspecte ale unui domeniu vast cum este teoria cuantică. Forţând un pic nota şi fără a dezvolta mai mult acest punct de vedere, am putea aprecia concepţia noastră drept pluralistă (fără a fi relativistă)[7].

Bibliografie

[1] **Abe, J. M., Silva Filho, J. I.** – „Manipulating conflicts and uncertainties in robotics", *J. of Mult. – Valued Logic & Soft Computing* 9, 2003.

[2] **American Mathematical Society** – *Mathematical Subject Classification*, AMS, 2000, www.ams.org/mr.

[7] Distincţia noastră dintre relativism şi pluralism se aseamănă (dar este independentă) de cea a lui Sylvan [40].

[3] **ARRUDA, A. I.** – *Aspects of the historical development of paraconsistent logic*, in G. Priest, R. Routley and J. Norman (eds.), *Paraconsistent Logic: Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag, 1989.
[4] **BIRKOFF, G., VON NEUMANN, J.** – „The logic of quantum mechanics", *Annals of Mathematics* 2s, vol. 37, pp. 823–843, 1936.
[5] **BOHR, N.** – „Causality and complementarity", *Phil. Of Sci.*, **4** (3), pp. 289–298, 1937.
[6] **BOHR, N.** – *Stomic physics and human knowledge*, Wiley, 1958.
[7] **CHURCH, A.** – „Review of G. Birkhoff and J. von Neumann's «The logic of quantum mechanics»", *J. Symbolic Logic*, **2** (1), p. 44, 1937.
[8] **DA COSTA, N. C. A.** – „On the theory of inconsistent formal systems", *Notre Dame J. Formal Logic*, **11**, pp. 497–510, 1974.
[9] **DA COSTA, N. C. A.** – *Ensaio sobre os fundamentos da lógica*, Hucitec–EDUSP, 1980.
[10] **DA COSTA, N. C. A.** – *Logiques Classiques et Non-Classiques*, Masson, 1997.
[11] **DA COSTA, N. C. A. ŞI BUENO, O.** – „Paraconsistency: towards a tentative interpretation", *Theoria-Segunda Época* vol. 16/1, pp.119–145, 2001.
[12] **DA COSTA, N. C. A., KRAUSE, D.** – *Complementarity and paraconsistency*, forthcoming in S. Rahman, J. Symons, D. M. Gabbay and J. P. Van Bendegen (eds.), *Logic, Epistemology, and the Unity of Science*, Kluwer Ac. Pu.
[13] **DA COSTA, N. C. A., DORIA, F. A.** – „On Jaskowski's discussive logics", *Studia Logica*, **54**, pp. 33–60, 1995.
[14] **CUNHA, J. A. DA** – „Ensaio sobre os problemas de mechanica", in *Bicentenáario da Morte de Anastácio da Cunha*, University of Évora, 1988.
[15] **DALLA CHIARA, M. L., TORALDO DI FRANCIA, G.** –*Formal analysis of physical theories*, in Toraldo di Francia, G. (ed.), *Problems in the Foundation of Physics*, North-Holland, pp. 134–201, 1979.
[16] **DALLA CHIARA, M. L., TORALDO DI FRANCIA, G.** – *Le Teorie Fisiche: un'analisi formale*, Boringhieri, 1981.
[17] **DALLA CHIARA, M. L., TORALDO DI FRANCIA, G.** – *Individuals, kinds and names in physics*, in Corsi, G. ş.a. (eds.), *Bringing the gap: philosophy, mathematics, physics*, Kluwer Ac. Pu., pp. 261–283, 2003.
[18] **DALLA CHIARA, M. L., GIUNTINI, R.** – „Paraconsistend quantum logics", *Foundation of Physics*, **19** (7), pp. 891–904, 1989.
[19] **DALLA CHIARA, M. L., GIUNTINI, R.** – „Paraconsistent ideas in quantum logic", *Synthese*, **125** (1/2), pp. 55–68, 2000.
[20] **DALLA CHIARA, M. L., GIUNTINI, R.** – „Quantum logic", in http://xxx.lanl.gov/list/quant-ph/0101.
[21] **D'OTTAVIANO, I. M. L.** – „On the development of paraconsistent logic and da Costa's work", *J. Non-Classical Logic*, vol. 7, n. 1/2, pp.9–72, 1990
[22] **FEVRIER, P.-D.** – *La Structure des Théories Physiques*, Presses Universitaires de France, 1951.
[23] **FRENCH, S., KRAUSE, D.** – *Identity and Individuality in Modern Physics*, forthcoming.
[24] **GONSETH, F.** – *Les Mathématiques et la Réalité: essay sur la méthode axiomatique*, Albert Blanchard, 1936 (1974).
[25] **GRANGER, G. -G.** – *L'irrationnel*, Odile Jacob, 1998.
[26] **HAACK, S.** – *Deviant Logic*, Cambridge Un. Press, 1974.
[27] **HEMPEL, C. G.** – „Review of 'Hans Reichenbach's' «Philosophic Foundations of Quantum Mechanics» ", *J. Symb. Logic*, **10** (3), pp. 97–100, 1954.
[28] **HILBERT, D.** – *Mathematical problems*, reprinted in Browder, F. E. (ed.), *Mathematical Developments arising from Hilbert's Problems*, Proceedings of the Symposia in Pure and Applied Mathematics, vol. 28, American Mathematical Society, pp. 1–34, 1976.
[29] **JAMMER, M.** – *Philosophy of Quantum mechanics*, Wiley, 1974.
[30] **JAŚKOWSKI, S.** – „Propositional calculus for contradictory deductive systems", *Studia Logica*, **24**, pp. 143–157, 1969.
[31] **LUDWIG, G.** – *Les Structures de base d'une théorie physique*, Springer-Verlag, 1990.
[32] **MACKEY, G.** – *Foundation of Quantum Mechanics*, Wiley 1963.
[33] **MCKINSEY, J. C. C.** – „Review of P.-D. Février's «Logique et theories physiques» ", *J. Symb. Logic*, **19** (1), p. 55, 1954.

[34] McKinsey, J. C. C., Suppes, P. – „Review of P. D. Février's «La Structure des Théories Physiques»", *J. Symb. Logic*, **19** (1), pp. 52–54, 1954.

[35] Nagel, E. – „Review of P.-D. Février's «Les relations d'incertitude de Heisenberg et la logique»", *J. Symbolic Logic*, **2** (10), pp.88, 1937.

[36] Nakamatsu, K., Abe, J. M., Suzuki, A. – *Defeasible deontic robot control based on extended vector annotated logic programming*, in D. M. Dubois (ed.), *CP627, Computing Antecipatory Systems: CASYS 2001–Fifthy International Conference*, American Institute of Physics, pp. 490–500, 2002.

[37] Pais, A. – *Niels Bohr Times*, Oxford Univ. Press, 1991; de asemenea, v. trad. în lb. română, *Niels Bohr, Omul și epoca în fizică, politică și filosofie*, Editura TEHNICĂ, 2000 (trad. A. Butucelea și C. Mihul)

[38] Suppes, P. – *Representation and Invariance of Scientific Strucures*. Center of the Study of Language and Information, Stanford, 2002.

[39] Jennings, R. C. –„Zande logic and Western logic", *British J. Phil. Sci.*, **40**, pp. 275–285, 1989.

[40] Sylvan, R. –*Radical Pluralism – an alternative to realism, antirealism and relativism*, in Nola, R. (ed.), *Relativism and Realism in Science*, Kluwer Ac. Pu. (Australasian Studies in History and Philosophy of Science, vol. 6), pp. 253–291, 1988.

[41] Third World Congress on Paraconsistency, Toulouse, France, July 2003, www.cle.unicamp.br/wcp3.

[42] Toraldo di Francia, G. – *The Investigation of the Psysical Worl*, Cambridge Un. Press, 1981.

dentitate şi complementaritate.

Câteva observaţii logice

Roman CHIRILĂ

Nu există un de ce *pentru trandafir,*
el înfloreşte pentru că înfloreşte!
(Angelus SILELIUS)

I. Introducere

Într-unul din ultimele sale interviuri, Newton da Costa atrăgea atenţia asupra importanţei practice a teoriilor. Ceea ce dă măsura unei teorii, spunea logicianul brazilian, sunt reuşitele ei în aplicaţii şi nu atât controversele filosofice pe care aceasta le poate declanşa într-un moment sau altul. Aceeaşi idee o întâlnim şi în prefaţa la ediţia în limba română a cărţii sale, *Logiques classiques et nonclassiques. Essais sur les fondaments de la logiques*.

Dezvoltarea extraordinară pe care a cunoscut-o logica formală prin crearea, încă de la începutul secolului trecut, a aşa-numitelor logici neclasice a repus în discuţie problema eficienţei practice a teoriilor. Întrebarea ce revine cu o oarecare constanţă în discuţiile de specialitate este dacă logica modernă îşi mai păstrează funcţia de *organon* şi, dacă da, în ce condiţii se mai realizează aceasta.

Printre logicile neclasice ale cărei aplicații cu greu puteau fi estimate la debutul ei, acum patruzeci şi ceva de ani în urmă, se numără şi *logica fuzzy*. Iată în ce termeni aprecia Walter Carnielli, unul dintre protagoniştii paraconsistenței, „vocația“ prin excelență aplicativă a logicii fuzzy:

> Aplicațiile ei industriale sunt impresionante, în principal, în industria electronică japoneză şi germană. În Japonia a fost creat un *Laborator Internațional de Inginerie Fuzzy* (LIFE) cu participarea a 45 firme japoneze şi filiale ale unor firme americane. De altfel, se pot cita numeroase exemple de produse industriale obținute cu ajutorul logicii fuzzy: regulator automat de ascensor (Fujitec/ Toshiba), camere video (Sanyo/ Fisher/ Canon), maşină de spălat, aspirator şi pompă de apă (Mathusita), maşină cu aer condiționat (Mitsubishi), televizor şi calculatoare (Sony), transmisie automată pentru automobil (Subaru)[1].

Probabil că dacă logica fuzzy ar fi fost un bun destinat comercializării reclama ei nu putea suna mai convingător, însă dincolo de reclamă există alte câteva lucruri care atrag atenția. Pe de o parte, logica fuzzy a generat o matematică fuzzy iar, pe de altă parte, această matematică a fost asimilată de o serie de științe particulare care au impus, în final, o tehnologie fuzzy. Prin urmare, o inovație la nivelul logicii se propagă, mai devreme sau mai târziu, în domeniile particulare ale cunoaşterii, amplitudinea modificărilor fiind direct proporțională cu importanța practică şi teoretică a inovației care a servit ca punct de plecare.

Se aşteaptă ca istoria să se repete şi în cazul logicii paraconsistente:

> Logica paraconsistentă, spune în acelaşi interviu Newton da Costa, este astăzi în plină dezvoltare. Acest fapt se datorează în cea mai mare parte aplicațiilor ei. Am spus întotdeauna că logica paraconsistentă îşi datorează viața aplicațiilor pe care le are în cele mai variate domenii ale cunoaşterii, aplicații fără de care ea nu ar avea o relevanță prea mare. Insist asupra faptului că numai discuțiile filosofice nu sunt suficiente pentru a asigura progresul şi statutul unei teorii logice, indiferent care ar fi aceasta [2].

Ca şi logica fuzzy pe care, într-un fel, o şi înglobează, logica paraconsistentă a debutat cu probleme teoretice – probleme privind statutul teoriilor inconsistente dar netriviale. La început ele vizau doar logica şi matematica însă, treptat, cercetările s-au extins, fiind luate în calcul şi teorii ale unor domenii foarte îndepărtate – biologie, drept, economie şi, nu în ultimul rând, filosofie. S-a constatat, de pildă, că în dezvoltarea lor istorică teoriile trec obligatoriu prin faza inconsistenței şi a paraconsistenței logice şi, mai mult decât atât, că aceste inconsistențe persistă chiar şi în faza deplinei lor maturități.

---

[1] J.-Y. Béziau, *Introducere* la ediția în limba franceză a cărții lui Newton da Costa, *Logiques classiques et non classiques*, Paris, Masson, 1997, p. 15.

[2] „Destinul unei idei. De vorbă cu profesorul Newton da Costa“, interviu apărut în *Introducere* la Newton da Costa, *Logici clasice şi neclasice. Eseu asupra fundamentelor logicii*, Editura TEHNICĂ, 2004.

Din marea dezbatere asupra paraconsistenței nu putea lipsi fizica, în special mecanica cuantică cu antinomiile, anomaliile şi dihotomiile ei specifice. Se apreciază de către Newton da Costa, dar nu numai, că mecanica cuantică în interpretarea de la Copenhaga este inconsistentă, dar că echipată cu o logică paraconsistentă teoria ar câştiga în inteligibilitate şi că funcţia explicativă a teoriei s-ar exercita în condiţii mult ameliorate. Pledează în acest sens şi câteva studii recente, cum ar fi studiul Mariei Luisa Della Chiara şi Roberto Giuntini, *Paraconsistent Ideas in Quantum Logic*, din vol. 125/2000 (pp.55–68) al revistei *Synthese*. Notăm cu titlu de paranteză că este vorba de un număr omagial „Da Costa", dedicat în întregime aplicaţiilor logicii paraconsistente.

Articolul de faţă exprimă interogaţiile fizicianului faţă de câteva din ideile avansate în aceste studii, interogaţii pe care le-am putea rezuma astfel: *cum se aplică principiul identității în mecanica cuantică?... Oare înțelegerea complementarității presupune un tip special de logică, alta decât logica clasică?... Este complementaritatea un concept de sorginte paraconsistentă?...*

O succintă comparaţie între cele două paradigme ale fizicii teoretice va ajuta, sperăm, la mai buna înţelegere a acestor probleme.

II. Mecanica newtoniană şi principiile logicii clasice

Din perspectiva fizicii newtoniene, lumea are o structură duală. Există, pe de o parte, lumea trăirilor subiective în care intră, probabil, şi stările noastre de cunoaştere şi există, pe de altă parte, lumea obiectivă. Aceasta este independentă de noi, este în afara noastră şi, lucru foarte important, este guvernată de legi. Pe calea abstracţiei logice, observatorul poate decupa „felii" ale realităţii pe care experimentează, face tot felul de observaţii şi deduce legităţi, prin repetabilitatea rezultatelor obţinute.

Obiectele realităţii newtoniene au existenţă în timp şi spaţiu. Este „spaţiul absolut" al geometriei euclidiene, un spaţiu în care punctele materiale îşi conservă masa în raport cu toate transformările pe care le pot ele suferi. Timpul în care se petrec aceste transformări este un timp absolut, şi el, care curge ireversibil dinspre trecut spre viitor, fără nici o legătură cu perturbaţiile exterioare. Ecuaţiile lui Newton care descriu mişcarea punctelor materiale sunt expresia matematică a unui principiu fundamental (cel puţin pentru ştiinţa epocii): orice transformare este efectul unei anumite cauze şi este cauza unui alt efect.

Universul newtonian este, deci, un univers previzibil şi predictibil:

$$S_{t_n} = f(S_{t_{n-1}}) \qquad (1)$$

(starea universului la momentul t_n este funcţie de starea sa la momentul t_{n-1}).

Un astfel de univers, *omogen* și *izotrop*, este un univers al certitudinii în care interacțiile se propagă instantaneu, din aproape în aproape, iar duratele și lungimile își păstrează valorile oricând și oriunde.

Ce se poate spune din punct de vedere logic despre un asemenea univers?

Adoptând o sintagmă din limbajul logicienilor, putem vorbi despre *starea logică* a universului newtonian, o stare caracterizată de valabilitatea celor patru mari principii logice: principiul identității, principiul noncontradicției, principiul terțului exclus și principiul rațiunii suficiente.

Nu este greu de demonstrat că în orice punct al traiectoriei sale, obiectul newtonian rămâne identic cu sine însuși (principiul identității), că în același timp și sub același raport el nu poate fi *P* și non-*P* (principiul noncontradicției), că în orice moment și poziție s-ar afla el are o cauză sau rațiune suficientă, și așa mai departe. Starea logică a universului newtonian este, practic, aceeași cu starea logică a obiectelor care îl compun.

Prin aceste principii și prin tot ceea ce implică ele, logica clasică se dovedește a fi cosubstanțială fizicii newtoniene; ea face parte din reprezentarea newtoniană asupra lumii, în general, și asupra lumii macroscopice, în particular.

III. Starea cuantică și relațiile de incertitudine ale lui Heisenberg

Descoperirile din fizică de la începutul secolului trecut au modificat radical această concepție. Din perspectiva mecanicii cuantice, de exemplu, lumea este unică și unitară, astfel că observabila și observatorul nu mai pot fi separați.

La nivel cuantic, entitățile se percep altfel decât în fizica newtoniană, ele presupun participarea observatorului la operația de măsurare (observare) care este, întâi de toate, un fenomen de interacție. Cu alte cuvinte, a cunoaște starea cuantică a sistemului înseamnă a efectua măsurători asupra lui care, finalmente, îl vor modifica. Nou aici este că participarea observatorului la cunoașterea stărilor cuantice duce la distrugerea acestora sau, în cel mai bun caz, la înlocuirea lor cu alte stări, fenomen ce nu putea fi conceput în mecanica newtoniană.

Ce este o ***stare cuantică***?

Starea cuantică este ea însăși o stare logică, însă una diferită de starea clasică (newtoniană). Diferențele se înregistrează în primul rând la nivelul principiilor – a principiilor logice, în general, și a principiilor fizicii, în particular. În capitolul următor vom discuta despre principiul identității și despre problemele pe care le ridică acesta în mecanica cuantică, iar în capitolul V despre principiul complementarității. Acum, însă, revenim la conceptul de stare cuantică încercând

să surprindem câteva dintre notele definitorii ale conţinutului său, în primul rând, relaţiile de incertitudine.

Dacă în mecanica newtoniană starea unei particule era complet determinată de poziţie şi impuls astfel încât evoluţia ei ulterioară putea fi determinată cu ajutorul ecuaţiei de mişcare a lui Newton, în mecanica cuantică oricare din poziţiile pe care le-ar putea avea o particulă reprezintă doar una dintre posibilităţi. Starea cuantică a particulei este, în consecinţă, combinaţia acestor posibilităţi, fiecare posibilitate având o anumită pondere. Acest ansamblu de potenţialităţi se numeşte *funcţie de undă* şi se exprimă, din punct de vedere matematic, printr-o funcţie complexă Ψ. Prin urmare, *starea cuantică* a particulei este exprimată prin *funcţia de undă* Ψ şi reprezintă *realitatea fizică* a sistemului cuantic considerat. Dacă poziţia particulei cuantice este dată de funcţia de undă $\Psi(x)$, atunci $|\Psi|^2$ reprezintă probabilitatea ca particula să fie în punctul de coordonată x.

Matematic, ecuaţia care exprimă evoluţia temporală complet deterministă a acestei stări Ψ este ecuaţia lui Schrödinger.

Pe de altă parte, pentru a ajunge la observabila cuantică, observatorul trebuie să îşi instaleze instrumentul de măsură în mod adecvat, potrivit cu mărimea fizică ce urmează a fi investigată. Aceasta poate fi poziţia sau impulsul, de la caz la caz. Numai că dispunerea experimentală pentru măsurarea uneia dintre cele două mărimi o va exclude mereu pe cealaltă. Este ceea ce exprimă, în esenţă, principiul de incertitudine al lui Heisenberg potrivit căruia nu se pot măsura simultan poziţia şi impulsul unei particule, cu aceeaşi precizie. Mai mult, produsul acestor mărimi (Δx, respectiv, Δp) trebuie să satisfacă inegalitatea:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \qquad (2)$$

unde: $\hbar = h/2\pi$ (h – constanta lui Planck cu valoarea $6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J·s).

Această inegalitate matematică se „citeşte“ relativ uşor: cu cât poziţia x este măsurată mai precis, cu atât impulsul p este determinat mai imprecis, şi invers. La limită, dacă poziţia ar fi determinată cu o precizie infinită, atunci impulsul ar fi complet nedeterminat. Invers, dacă impulsul ar fi determinat cu o precizie infinită, particula ar fi total nelocalizată. Pentru valorile intermediare, particula este numai relativ localizată, ea va avea întotdeauna o anumită „împrăştiere“.

La fel stau lucrurile în cazul impulsului: particula se deplasează cu o viteză relativ determinată ceea ce înseamnă că nici împrăştierea poziţiilor ei posibile nu variază prea mult în timp.

Această *stare cuantică* cunoscută sub numele de *pachet de unde* s-a dovedit a fi deosebit de utilă în caracterizarea unei particule cuantice. Să mai adăugăm că împrăştierea în valorile impulsului este echivalentă cu destrămarea în timp a pachetului de unde.

Inegalități similare pot fi stabilite și între alte perechi de mărimi, numite *canonic conjugate*, cum ar fi de pildă energie–timp. În acest caz, durata unui proces cuantic și energia implicată în acest proces sunt corelate prin relația:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar \quad (3)$$

Cu alte cuvinte, nu putem cunoaște simultan și cu aceeași precizie momentul în care se produce un eveniment cuantic și energia corespunzătoare implicată în evenimentul respectiv. Altfel spus, așa cum pachetul de undă nu are o lungime de undă bine definită în spațiu (primul caz), tot așa nici componenta temporală a pachetului de undă nu are o durată bine precizată (al doilea caz). Deci, nu pot fi cunoscute cu aceeași precizie momentul în care se produce evenimentul cuantic și cantitatea de energie implicată în evenimentul respectiv (cu cât durata evenimentelor cuantice este mai mică, cu atât energia este cunoscută mai imprecis, și invers).

Heisenberg a ajuns la enunțarea principiului său pornind de la teoria lui Bohr, încercând să o elibereze de „impuritățile“ metafizice rezultate din unele dificultăți de interpretare provenite din observațiile experimentale. De pildă, liniile spectrale observate erau asociate frecvențelor de rotație ale electronilor pe orbitele Bohr, ceea ce s-a dovedit a fi fals.

În consecință, *relațiile de incertitudine ale lui Heisenberg* exprimă, prin inegalitățile matematice asociate, limitele conceptelor clasice. Nimic din conceptualistica clasică nu poate descrie universul cuantic unde apar relații care exprimă manifestarea unor părți ale întregului. Astfel, conceptul clasic de particulă, ca entitate fizic distinctă, își pierde sensul la nivel cuantic. De asemenea, conceptele clasice de poziție, impuls, energie și timp, bine definite în mecanica newtoniană, devin pentru mecanica cuantică perechi conceptuale intercorelate, imposibil de definit simultan și cu aceeași precizie. Cu cât încercăm să definim mai bine unul dintre concepte, cu atât celelălalt devine mai difuz, mai imprecis, și aceasta pentru că accesul la observabila cuantică se face doar prin măsurătoare. Or, așa cum am mai spus, măsurarea presupune un schimb permanent de energie între *obiectul* măsurat și *aparatul* de măsură.

Prin urmare, nu vom putea determina mărimi cuantice în termeni macroscopici cu o acuratețe mai bună decât cea prefigurată de inegalitățile lui Heisenberg. Pe de altă parte, aceste inegalități nu exprimă o limitare a capacității noastre de cunoaștere, ci „o proprietate obiectivă a lumii fizice, fără referire la vreun observator“[3]. Atâta vreme cât instrumentele de măsură sunt sisteme macroscopice, vom avea nedeterminare cauzată de interacția dintre *macro-* și *micro-*. Această constatare are un conținut fizic indiscutabil, oricât de misterios ar părea pentru logicieni și oricât de metafizic ar fi pentru filosofi. Realitatea cuantică transcende limbajul clasic folosit, dar nu este separată și independentă de cea clasică[4].

Concluzia se impune, practic, de la sine: dacă la nivel macroscopic raportul cu subiectul putea fi neglijat, la nivel cuantic el devine singura realitate accesibilă.

---

[3] H. Reichenbach, *The Direction of Time*, University of California Press, Berkeley, 1982.
[4] M. Paty, *Synthese*, **125**, pp.179–200, Kluwer Academic Publ., 2000.

IV. Identitate cuantică şi indiscernabilitate

Am vorbit ceva mai înainte despre diferenţele celor două stări logice – starea clasică şi starea cuantică. Teoretic vorbind, aceste diferenţe se exprimă prin două genuri de incompatibilităţi: 1) incompatibilitatea unora dintre principiile logicii clasice cu fenomenele mecanicii cuantice, şi 2) incompatibilitatea principiilor cuantice cu unele dintre legile şi principiile logicii clasice. Deşi înrudite, cele două aspecte nu se confundă.

În ceea ce priveşte primul aspect, punctăm doar, fără a intra în detalii, problemele pe care le ridică înţelegerea cuantică a conceptului clasic de identitate. Cel de-al doilea aspect face obiectul capitolului următor, el se referă la problemele pe care le ridică din punct de vedere logic conceptul cuantic de complementaritate.

Începem cu prima problemă şi luăm ca punct de plecare pentru discuţie una dintre formulările cele mai comune ale principiului identităţii: *în acelaşi timp şi sub acelaşi raport, orice lucru este identic cu el însuşi* sau, în versiunea lui Leibniz, *orice lucru este ceea ce el este.*

Fără a intra în detaliile problemei, observăm, totuşi, că principiul nu spune ce este identitatea, el ne dă doar una dintre proprietăţile identităţii, şi anume, proprietatea ca orice lucru să fie identic cu el însuşi.

Logic vorbind, identitatea este o relaţie, iar principiul nu face decât să exprime proprietatea de reflexivitate a relaţiei. Spunând însă că o relaţie *R* are proprietatea „*xRx*" noi nu l-am definit pe *R*, nu am definit nici măcar genul de relaţie la care aparţine *R* (relaţie de echivalenţă, de ordine, preordine etc.). Normal ar fi fost deci ca principiul să înceapă cu definiţia identităţii, iar identitatea cu sine să rezulte din această definiţie, să fie prima ei consecinţă.

Cum se defineşte, aşadar, ***identitatea***? Aceasta este întrebarea.

Răspunsul cel mai logic la întrebare îl va da Leibniz, însă el va schimba termenii problemei, în loc de identitate el foloseşte termenul de *indiscernabilitate*. Este un termen care poate fi luat în cel puţin două sensuri. Un sens relativ: *a* este indiscernabil de *b* relativ la *x* (*x* este subiectul sau clasa de subiecţi), şi un sens absolut: *a* este indiscernabil de *b*, în genere (independent de orice subiect).

Se pare că ceea ce a avut Leibniz în vedere este a doua accepţiune şi nu prima, care are un vădit caracter psihologic şi nu implică identitatea (din faptul că eu nu pot discerne între *a* şi *b* nu rezultă că *a* şi *b* sunt identice). Dar dacă *a* este realmente indiscernabil de *b*, cu alte cuvinte, dacă *a* nu poate fi distins de *b*, atunci înseamnă că *a* şi *b* sunt cel mult două nume pentru acelaşi obiect şi nu două obiecte diferite. Acest aspect al identităţii stă la baza semanticii lui Frege (este punctul de plecare în studiul său, *Sinn und Bedeutung*)[5]. În spiritul acestei semantici, propoziţia „*a* este indiscernabil de *b*" nu face decât să afirme unicitatea obiectului desemnat de expresiile *a* şi *b*.

---

[5] G. Frege, „Sens şi semnificaţie" în *Logică şi Filosofie*, Editura Politică, Bucureşti, 1966, p. 54.

Discernabilitatea, respectiv, indiscernabilitatea, atât în sens relativ cât și în sens absolut, nu pot fi înțelese altfel decât făcând apel la proprietățile obiectelor.

În prima sa accepție, indiscernabilitatea poate avea grade. Astfel, un obiect *a* este cu atât mai indiscernabil de *b* cu cât *a* și *b* au mai multe proprietăți în comun. Invers, cu cât obiectele au mai puține proprietăți în comun cu atât ele sunt mai discernabile. Cazul limită (ideal), în care obiectele *a* și *b* ar avea toate proprietățile în comun, corespunde indiscernabilității leibniziene (sau identității). Simbolic:

$$(a \equiv b) =_{df} \forall F[F(a) \leftrightarrow F(a)] \quad (4)$$

(citește: *a* este identic cu *b*, dacă proprietățile lor sunt aceleași, adică orice proprietate a lui *a* este proprietatea lui *b*, și invers). Prin urmare, Leibniz pleacă de la situația oarecum paradoxală în care obiecte diferite pot avea toate proprietățile comune. În realitate, obiectul nu poate avea toate proprietățile în comun decât cu sine însuși de unde rezultă că identitatea cu sine este prima consecință (și cea mai importantă) a acestei definiții.

Trecem peste celelalte probleme pe care le ridică identitatea și ne oprim la cele câteva raționamente pe care le subsumează definiția – așa-numitele „raționamente de identitate":

1) *a* este *F* implică *b* este *F*; *b* este *F* implică *a* este *F*; deci *a* este identic cu *b*.
2) *a* este *F* și *a* este identic cu *b* ; deci *b* este *F*.
3) *a* nu este *F* și *a* este identic cu *b*; deci *b* nu este *F*.
4) *a* este identic cu *b*; deci *a* este *F* implică *b* este *F*.
5) *a* este *F* dar nu este *G* și *b* este *G* dar nu este *F*; deci *a* este diferit de *b*.

O formă simplificată a acestui raționament a fost semnalată, la vremea lui, de către Grigore Moisil[6]:

5') *a* este *F* și *b* nu este *F*; deci *a* este diferit de *b*.

Și pentru că în aceste raționamente a intervenit ideea de *diferență* (ca negație a identității) se impune și o altă observație: așa cum două obiecte nu pot fi absolut identice (în sensul că nu pot avea în comun toate proprietățile), tot așa ele nu pot fi absolut diferite (în sensul de a nu avea în comun nici o proprietate). Identitatea și diferența, înțelese leibnizian, sunt deci cazuri limită (ideale); cazurile reale sunt mai mult sau mai puțin identice, mai mult sau mai puțin diferite și nu absolut identice sau absolut diferite.

Cu aceasta ne putem întoarce la conceptul de stare cuantică. Va trebui să vedem care dintre raționamentele și definițiile examinate pot fi aplicate la identificarea obiectelor cuantice. Precizăm că obiecte în acest caz sunt particulele elementare, iar proprietăți de obiecte sunt mărimile lor fizice precum *poziție*, *impuls*, *energie*, *timp* etc.

---

[6] Gr. Moisil, „Logica formală și problema ei actuală", în *Încercări vechi și noi de logică neclasică*, Editura Științifică, București, 1965, p. 64.

Din păcate, aplicarea conceptului leibnizian de identitate se confruntă în mecanica cuantică cu două mari dificultăţi. Pe de o parte, mărimile fizice, şi ne referim în primul rând aici la cele canonic conjugate, nu pot fi determinate simultan cu aceeaşi precizie (relaţiile de incertitudine), iar pe de altă parte, una şi aceeaşi determinare nu poate fi efectuată la intervale de timp oricât de mici, datorită aşa-numitului *efect Zenon*[7] (care constă în esenţă din îngheţarea stării unui sistem, dacă este supus unei serii foarte rapide de măsurători repetate şi care ne reaminteşte de vechiul principiu pascalian: *naturii îi place să se ascundă*!).

Neavând acces simultan la toate mărimile fizice şi nici la toate evaluările posibile pentru una şi aceeaşi mărime, nu vom putea aplica definiţia identităţii în forma obişnuită (forma în care se aplică ea obiectelor macroscopice). Aceasta face ca nici raţionamentele de identitate să nu se mai aplice la fel. De pildă, aplicat conceptelor de poziţie şi impuls, raţionamentul 5) va da ceva de genul următor:

a are poziţie dar nu are impuls;
b are impuls dar nu are poziţie;
deci *a* nu este identic cu *b*.

Or, concluzia raţionamentului este falsă pentru că aici nu este vorba de *obiecte* (cuantice) diferite, ci de unul şi acelaşi *obiect*. Exemplul este elementar, se înţelege, însă ne poate da o primă şi foarte generală idee despre limitele raţionamentelor de identitate la nivel cuantic.

Există şi alte fapte convergente în această idee. Particulele elementare (electronii, de pildă) nu pot fi urmărite individual pentru că noţiunea de traiectorie, am văzut, nu are sens. De asemenea, aceste particule nu pot fi indexate, sau etichetate, în vederea unei urmăriri individuale. Ele nu pot fi „colorate", nu pot fi aşezate la „stânga" sau la „dreapta", în „sus" sau în „jos" etc. Sau, dacă pot fi numărate, ele nu pot fi ordonate, pentru că deşi au *cardinalitate* sunt, totuşi, lipsite de *ordinalitate*. Mai mult, electronul poate avea spinul +1/2 sau −1/2, deci o proprietate modificată, dar el rămâne tot electron.

Să înţelegem atunci, că descrierile fenomenologiei cuantice se „sustrag" principiului identităţii? Părerile sunt împărţite. Iată, de exemplu, în ce termeni pune această problemă fondatorul logicii paraconsistente, profesorul Newton da Costa:

> Pentru început, vom discuta despre principiul identităţii în formularea (2) din § 4 al acestui capitol[8]. E clar că pentru obiectele comune cum sunt o carte sau o persoană, (2) se aplică, aparent, fără nici o dificultate majoră. O persoană oarecare, să zicem *A*, deşi suferă multiple modificări în cursul vieţii sale, rămâne într-un anumit sens identică cu sine: $A = A$. Aceasta apare încă şi mai clar în ceea ce priveşte obiectele abstracte: de exemplu, egalitatea $1 = 1$ pare evidentă şi indiscutabilă.
>
> Cu toate acestea, lucrurile nu sunt aşa simple cum ar putea crede realismul naiv. În fizica cuantică, particulele elementare transgresează principiul identităţii. Astfel, Schrödinger afirma că relaţia de identitate între particule e lipsită de sens: «... nu e o problemă care depinde de capacitatea noastră de a dovedi identitatea în anumite cazuri şi de incapacitatea noastră

---

[7] R. Omnès, *Interpretarea mecanicii cuantice*, Editura TEHNICĂ, 1999, p. 416

[8] Este vorba de formula identităţii din logica predicatelor: $\forall x\,(x = x)$.

de a o dovedi în alte cazuri. E cert faptul că problema „identității" este realmente și cu adevărat lipsită de sens».

Poate că poziția lui Schrödinger nu e acceptabilă decât temporar și că viitorul ne va arăta că el s-a înșelat. Totuși, fapt e că fizica cuantică scoate în evidență posibilitatea de a dialectiza ideea de identitate și, în consecință, însăși legea care îi corespunde [9].

Tonul lui da Costa îndeamnă la prudență. Principiul identității este valabil în domeniul obiectelor macroscopice însă ridică probleme când este vorba de „obiectele" mecanicii cuantice. Or, chiar dacă nu suntem în totalitate de acord cu afirmația lui Schrödinger, o dificultate, totuși, există, așa că cel mai înțelept este să dăm curs propunerii lui da Costa și să lăsăm problema deschisă.

(De curând, fizicienii au realizat în premieră mondială experimente de *teleportare cuantică*, în condiții de laborator strict controlate, adică de transferare a *proprietăților* unui sistem cuantic către un altul, pe baza prefigurărilor teoretice făcute de Charles H. Bennett de la I.B.M., în 1993. Primele experimente de teleportare cuantică (1997) au fost efectuate pe ***fotoni*** (fizicianul român Sandu Popescu, în cadrul laboratorului Hewlett Packard din Bristol, Anglia), reușindu-se transferarea unei unități de informație cuantică (qubit) prin intermediul fibrei optice. În experimentele recente ale echipei austro-americane (2004), s-au folosit ***atomi*** de calciu (Rainer Blatt de la Universitatea din Innsbruck) și ***atomi*** de beriliu (Christian Roos de la N.I.S.T. - *Institutul American pentru Standarde și Tehnologie*); proprietățile cuantice ale unui atom au fost măsurate cu precizie și 'teleportate' cu ajutorul laserului către un alt atom situat la 8 (opt) microni depărtare, într-un interval de timp de 4 (patru) milisecunde.

Fără îndoială, reușita acestor experimente de reproducere a proprietăților cuantice ale sistemelor atomice va redeschide în mod cert discuțiile legate de principiul identității în cuantică, aserțiunea lui Quine „nici o entitate fără identitate" prefigurând o viitoare dezbatere pe această temă.)

De altfel, asupra identității (și individualității) cuantice s-au exprimat o serie de autori care și-au adus contribuția la fundamentarea logică și filosofică a mecanicii cuantice[10, 11, 12]. S-a arătat, de pildă, că ontologia fizicii cuantice nu se poate reduce la o teorie de mulțimi uzuale deoarece *mulțimea*, în sensul clasic al cuvântului, reprezintă o colecție de obiecte *discernabile*.

Teoria variabilelor ascunse

De o atenție mai specială s-a bucurat teoria variabilelor ascunse pentru particule elementare pe care o vom prezenta în cele ce urmează urmând, în principal, studiul lui Sant'Anna, *Elementary Particle, Hidden Variables and Hidden Predicates*[13].

În formalismul variabilelor ascunse, se face distincție între particulele *fizic* indiscernabile (prin particule fizic indiscernabile înțelegându-se acele particule care

---

[9] Newton C.A. da Costa, *Logici clasice și neclasice. Eseu asupra fundamentelor logicii*, Editura TEHNICĂ, 2004, p. 100.

[10] E. Schrödinger, *Science and Humanism*, Cambridge University Press, 1952.

[11] M. Redhead, P. Teller, *Foundations of Physics*, **21**, pp.43–62, 1991.

[12] D. Krause, *Logique and Analyse*, **153–154**, pp.69–93, 1996.

[13] *Synthese*, **125**, pp. 233–245, 2000.

prezintă acelaşi set de valori măsurate ale proprietăţilor lor intrinseci). Această distincţie poate fi imaginată în maniera în care fiecărei particule i se asociază o pereche de elemente, primul element fiind setul de valori măsurate ale proprietăţilor intrinseci, iar al doilea element fiind o proprietate *ascunsă* (variabilă ascunsă) care ar corespunde, în termeni calitativi, la ceva care nu a fost încă măsurat în laborator. Evident, o astfel de proprietate *ascunsă*, este un element de natură metafizică, dar care poate prefigura o abordare mai inteligibilă a fenomenelor din fizica cuantică.

Descrierea pe care o prezentăm în continuare se referă deci la chestiunea indiscernabilităţii din fizica cuantică, utilizând teoria mulţimii standard (Zermelo-Frankel) cu *urelemente*, pe scurt ZFU, după o idee a lui P. Suppes[14] privind axiomatizarea teoriilor fizice.

Autorul porneşte de la un sistem de cinci noţiuni primare: λ, X, P, m şi M. Precizăm că λ este o funcţie: $\lambda = \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}$, unde N şi R sunt mulţimea numerelor naturale, respectiv, reale, iar X şi P sunt mulţimi finite; m şi M sunt predicate definite pe elementele lui P. Altfel spus, imaginile λ_i ale funcţiei $\lambda(i \in \mathbf{N})$ corespund variabilelor ascunse presupuse de noi. Vom nota cu $\Lambda_\mathbf{N}$ mulţimea tuturor valorilor λ_i, $i \in \mathbf{N}$. X este o mulţime a cărei elemente corespund valorilor măsurate ale proprietăţilor intrinseci cum ar fi, de pildă, masa de repaus, sarcina electrică, valoarea spinului etc. Elementele lui X vor fi notate cu x, y, z etc. P este o mulţime de particule cuantice şi, conform ipotezei de mai sus, P este format din perechi de elemente, primul element aparţinând lui X, iar al doilea element aparţinând lui $\Lambda_\mathbf{N}$. Elementele lui P le vom nota prin p, q, r etc. Prin $m(p)$, unde $p \in P$, vom înţelege că p este o particulă cuantică, iar $M(p)$, cu $p \in P$, este o particulă macroscopică (clasică). În plus, se vor folosi simbolurile: '$=$'; '$\wedge$'; '$\vee$'; '$\neg$' pentru conectorii logici corespunzători: 'egalitate'; 'şi'; 'sau' şi 'nu'.

Definiţia 1. $\mathcal{D}_{HV} = < \lambda, X, P, m, M >$ este un sistem de *particule ontologic discernabile*, pe scurt sistem $\mathcal{D}_{HV}$, dacă şi numai dacă sunt satisfăcute următoarele şase axiome:

(HV1) $\lambda : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}$ este o funcţie injectivă, a cărei mulţime de imagini este notată cu $\Lambda_\mathbf{N}$.

Conform axiomei, cardinalitatea lui $\Lambda_\mathbf{N}$ coincide cu cardinalitatea lui N, adică $\# \Lambda_\mathbf{N} = \# \mathbf{N}$.

(HV2) $P \subset X \times \Lambda_\mathbf{N}$. Elementele lui P sunt perechi $< x, \lambda_i >$, unde $x \in X$ şi $\lambda_i \in \Lambda_\mathbf{N}$.

Axioma afirmă că particulele sunt reprezentate prin perechi de elemente ceea ce permite distincţia particulelor cuantice la nivel ontologic.

[14] P. Suppes, *Set-Theoretical Structure in Science*. Stanford University, 1967.

Definiţia 2. $< x, \lambda_i > \doteq < y, \lambda_j >$ dacă şi numai dacă $x = y$.

Definiţia 3. Dacă $p \in P$ şi $q \in P$, spunem că p este *ontologic indiscernabilă* de q, dacă şi numai dacă $p = q$, unde '=' este egalitatea obişnuită dintre perechile de elemente.

Precizare: această egalitate dintre perechile de elemente $p =< x, \lambda_i > \in P$ este o relaţie binară ce corespunde indiscernabilităţii *ontologice* dintre particule, în timp ce simbolul „$\doteq$“ reprezintă o altă relaţie binară ce corespunde indiscernabilităţii *fizice* a particulelor. Prin urmare, vom spune că două particule cuantice sunt *ontologic* indiscernabile dacă şi numai dacă ele prezintă acelaşi set de valori măsurate pentru proprietăţile lor fizice şi aceeaşi valoare pentru variabilele lor ascunse. Indiscernabilitatea *fizică* are loc dacă şi numai dacă particulele prezintă acelaşi set de valori măsurate pentru proprietăţile lor fizice (conform **Definiţia 2**).

(HV3) $(\forall x, y \in X)(\forall \lambda_i \in \Lambda_N)((< x, \lambda_i > \in P \wedge < y, \lambda_i > \in P) \Rightarrow x = y)$.

Împreună cu HV2, această axiomă garantează că două particule cuantice care prezintă aceleaşi valori pentru variabilele lor ascunse sunt una şi aceeaşi particulă, deoarece structura noastră este una mulţimistă, iar egalitatea ' = ' este o egalitate clasică.

(HV4) $(\forall p, q \in P)(M(p) \wedge M(q) \Rightarrow (p \doteq q \Rightarrow p = q))$.

Această axiomă stabileşte faptul că obiectele macroscopice, care sunt *fizic indiscernabile* sunt cu necesitate *identice*. Deci, în cazul a două particule (obiecte) macroscopice, distincţia lor ontologică este dată întotdeauna de o valoare măsurată; altfel spus, există întotdeauna o valoare măsurată care să facă distincţia dintre două particule macroscopice. Aceasta înseamnă că particulele macroscopice respectă principiul identităţii indiscernabilelor a lui Leibniz şi, conform apriorismelor noastre axiomatice, logica clasică îşi păstrează valabilitatea în cazul macroparticulelor, în timp ce microparticulele pot fi fizic indiscernabile, fără a fi cu necesitate identice.

(HV5) $(\forall p, q \in P)(p \doteq q \wedge \neg(p = q) \Rightarrow m(p) \wedge m(q))$.

Două particule *fizic* indiscernabile care nu sunt *ontologic* indiscernabile sunt ambele particule cuantice.

(HV6) $(\forall p \in P)((m(p) \vee M(p)) \wedge \neg(m(p) \wedge M(p)))$.

Ultima axiomă ne spune că o particulă este fie *micro*scopică, fie *macro*scopică, dar niciodată şi una şi alta.

Ideea variabilelor ascunse în cuantică îi aparţine lui David Bohm, iar inadecvarea ei în teoria cuantică a fost dovedită de câţiva teoreticieni importanţi printre care se cuvin amintiţi Neumann, Gleason, Bell (prin celebrele sale inegalităţi). Ei au demonstrat că *nu* distribuţia variabilelor ascunse este cea care dă seama de natura statistică a teoriei cuantice. Cu toate acestea, ideea variabilelor ascunse constituie un exerciţiu intelectual valoros pentru teoreticienii fizicii cuantice, ea demonstrând, între altele, că *indiscernabil* şi *identic* pot să nu însemne mereu acelaşi lucru. De altfel, Sant'Anna şi D. Krause precizează, într-o altă

lucrare, că perspectiva lor de abordare cu variabile ascunse nu se doreşte o polemică la ideea imposibilității variabilelor ascunse din fizica cuantică (chiar şi indexarea axiomelor de mai sus, 'HV' provine de la 'Hidden Variables')[15] .

Dacă particulele sunt fizic indiscernabile, atunci ele sunt indiscernabile în raport cu un predicat dat x_i. Prin urmare, două particule fizic indiscernabile se individualizează în raport cu un predicat „ascuns“, care nu aparține lui X. Cu toate acestea, dacă un predicat dat aparține lui X, atunci înseamnă că acesta are un conținut fizic distinct, altminteri nu.

Această descriere recunoaşte într-o manieră explicită limitele fizicii. Cum fizicienii nu pot spune că ştiu *totul* despre proprietățile intrinseci ale particulelor elementare, predicatele care aparțin lui X se referă doar la proprietățile intrinseci ştiute deja de către fizicieni.

Consecința logică a acestor axiome este faptul că fiecare particulă fizic indiscernabilă de o microparticulă este tot o microparticulă. Simbolic, acest lucru se scrie astfel:

$$(\forall p \forall q)(p \in P \wedge q \in P \wedge m(p) \wedge p \doteq q) \Rightarrow m(q).$$

Afirmația se poate demonstra uşor, prin reducere la absurd: dacă $p = q$, atunci demonstrația este trivială; dacă $p \neq q$, să presupunem că $m(q)$. Atunci $M(q)$, deoarece $q \in P$. Dar $p \doteq q$ şi $p \neq q$, deci $m(p) \wedge m(q)$, iar aceasta contrazice ipoteza $\neg m(q)$. Deci, $m(q)$.

Teoria cvasimulțimilor (*quasiset theory*), bazată pe axiomele Zermelo-Fraenkel, a fost folosită de Krause ş.a.[16] pentru bozoni, fermioni şi atomul de heliu. O astfel de ipoteză poate fi evitată şi înlocuită cu ipoteza că particulele elementare pot fi considerate ca individualități de un fel oarecare, dar indiscernabile. Să ne mai amintim şi faptul că *fermionii* reprezintă o categorie de particule elementare cu spin semiîntreg ce respectă principiul de excluziune al lui Pauli şi se supun statisticii Fermi-Dirac. *Bozonii*, o altă categorie de particule elementare, cu spin întreg, nu respectă principiul de excluziune al lui Pauli (deci pot condensa în număr infinit pe aceeaşi stare cuantică) şi se supun statisticii Bose-Einstein.

Pe de altă parte, stările cuantice nu pot fi folosite la etichetarea sau indexarea fermionilor, la urmărirea lor, întrucât un fermion îşi poate schimba starea sa cuantică; la fel şi în cazul bozonilor. Totuşi, descrierea lor în formalismul mulțimist standard este posibilă, considerând o colecție de fermioni (sau de bozoni) fizic indiscernabili.

În concluzie, indiscernabilitatea este mai curând o trăsătură a formalismului logico-matematic, decât o mărime fizică a sistemelor cuantice. Prin urmare, indiscernabilitatea obiectelor cuantice nu sporeşte ambiguitatea lor fenomenologică şi nici mulțimea predicatelor acestora (proprietățile lor fizice), deci aceasta nu trebuie privită din perspectivă peiorativă în raport cu discernabilitatea obiectelor macroscopice.

---

[15] A. S. Sant'Anna, D. Krause, *Indistinguishable Particles and Hidden Variables*, Found. Phys. Lett., **10**, pp.409–426, 1997.

[16] D. Krause, A. S. Sant'Anna, A. G. Volkov, *Quasi-set Theory for Bosons and Fermions: Quantum Distributions*, Found. Phys. Lett., **12**, pp.51–66, 1999.

V. Complementaritatea

Teoria cuantică a cunoscut două construcții diferite. Prima i se datorează lui lui Heisenberg și este o teorie corpusculară ce pleacă de la teoria clasică a particulelor adaptată și interpretată din perspectivă cuantică. A doua, datorată lui Schrödinger, este o teorie ondulatorie și constă în a asocia fiecărei particule un pachet de unde de Broglie. Întâmplător sau nu, cele două construcții s-au dovedit echivalente. Acest paradox a fost rezolvat de Max Born prin interpretarea statistică dată celor două teorii[17]. Astfel, teoria ondulatorie trebuie interpretată ca teorie corpusculară în sensul că ecuația lui Schrödinger oferă *probabilitatea* de a găsi particula cuantică într-o anumită regiune a spațiului, și invers. Prin analogie cu optica, această probabilitate este dată de *pătratul* amplitudinii undei, adică $|\Psi|^2$, care este mai mare în interiorul pachetului de undă și descrește până la anulare în afara lui.

Prin urmare, teoria cuantică este o teorie *statistică*, iar descrierea corpusculară și ondulatorie ale aceleiași entități atomice au fost admise de Bohr ca modalități *complementare* de descriere, fiecare cu domeniul său de aplicabilitate. Principiul complementarității, introdus de Bohr în 1927, a devenit astfel un principiu fundamental al mecanicii cuantice, fiind extrapolat apoi și asupra altor domenii.

După ce a vizitat China, în 1937, Bohr a rămas profund impresionat de ideile filosofiei chineze cu privire la contrarii, atât de impresionat încât zece ani mai târziu, când a fost înnobilat, și-a ales drept *motto* pentru blazonul său următorul text: *contraria sunt complementa* (contrariile sunt complementare).

> Prin aceasta, Niels Bohr recunoaște profunda armonie care există între străvechea înțelepciune orientală și știința occidentală modernă[18].

Întâmplător, Bohr a dat peste un vechi principiu al dialecticii, însă, neavând cultura filosofică necesară, el nu va ști să exploateze pînă la capăt această idee. Vom vedea ceva mai departe că nici formulările pe care le-a dat el principiului complementarității nu sunt, logic vorbind, în afara oricăror obiecții.

Deși au existat încercări de a descrie fenomenele cuantice printr-un formalism semiclasic (inclusiv mecanica bohmiană, cu variabile ascunse), totuși, universul cuantic își păstrează particularitățile sale, complet diferite de mecanica newtoniană. De pildă, *efectul fotoelectric* sau *emisia radiației termice* (Planck) nu pot fi explicate exhaustiv și mulțumitor în cadrul teoriei ondulatorii a luminii. Mai mult, chiar Newton observase că fenomenele luminoase pot fi descrise până la un punct atât ondulator cât și corpuscular.

---

[17] M. Born, *Fizica atomică*, Editura Științifică, 1973.

[18] F. Capra, *Taofizica. O paralelă între fizica modernă și mistica orientală*, Editura TEHNICĂ, 1995.

Dar diferența dintre *undă* și *particulă* este enormă: o particulă ocupă o regiune limitată din spațiu, pe când o undă (ca și câmpul) poate ocupa un spațiu infinit. Dacă difracția și interferența, ca fenomene, presupun întindere spațială mare, efectul fotoelectric și emisia radiației termice presupun o localizare spațială foarte restrânsă. Altfel spus, aceeași lumină ar trebui să aibă când un caracter ondulatoriu, când un caracter corpuscular, manifestându-se diferit, în funcție de situație. Această situație contradictorie și-a aflat rezolvarea, acceptându-se ideea că lumina trebuie să conțină ambele calități, de undă și particulă, iar unitatea indestructibilă undă–particulă a fost denumită *foton*.

Aspectul ondulatoriu al luminii este descris prin viteza de fază v_f, iar aspectul corpuscular prin viteza particulei v_p. Fizicianul Louis de Broglie a arătat că mecanica și optica devin echivalente, introducându-se relația: $v_p \cdot v_f = c^2$. Pe de altă parte, Planck a introdus ideea de *cuantă*, în anul 1900, energia acesteia fiind $E = h\nu = mc^2$, adică fotonul, în descriere ondulatorie are o energie proporțională cu frecvența ν, iar în descrierea corpusculară energia este mc^2. Combinând aceste relații, se obține $\lambda = h / m \cdot v_p$, relație foarte importantă pentru fizică și care se traduce astfel : *oricărei unde îi este atașată o particulă și invers, oricărei particule îi este asociată o undă.*

Ideea lui de Broglie (1924) privind unificarea celor două aspecte fundamentale ale materiei (ondulatoriu si corpuscular) a fost confirmată de fenomenul de difracție al electronilor, experiență realizată de Davisson și Germer, în anul 1927, prin care s-a confirmat și existența undei asociate electronului și valabilitatea relației cantitative stabilite de către de Broglie.

Este știut că fenomenul de difracție, sau de interferență, devine observabil numai atunci când lungimea de undă este comparabilă cu dimensiunile rețelei de traversat. Prin urmare, o macroparticulă nu va putea trece printr-o fantă comparabilă cu distanțele interatomice ($\sim 10^{-10}$ m), comportarea acestei macroparticule fiind pregnant corpusculară și nulă din punct de vedere ondulatoriu. În cazul microparticulelor (electron, proton etc.), electronul, de pildă, pe prima orbită Bohr are $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}$, iar raza primei orbite Bohr este de $0{,}53 \cdot 10^{-30}\,\mathrm{m}$), comportamentul ondulatoriu este definitoriu în aplicarea rezultatelor experimentale. În această situație, unda asociată are elongația Ψ, numită în cuantică *funcție de undă*, iar $|\Psi|^2$ reprezintă probabilitatea de a găsi microparticula într-o anumită regiune din spațiu. Observăm deci că această undă diferă esențial de unda newtoniană în sensul că este vorba de o undă... de probabilitate!

Un alt efect pur cuantic în care este vădită complementaritatea ne este oferit de celebra *experiență cu cele două fante* a lui Young. În cazul opticii clasice se obține binecunoscuta figură de interferență cu un maxim central și maxime secundare care scad în intensitate și care sunt alternate de minime nule. Dacă acest experiment se efectuează cu electroni, o fantă fiind închisă și una deschisă, atunci figura de difracție în cazul electronilor observată pe ecran coincide cu cea obținută în cazul luminii. Am putea, de asemenea, micșora intensitatea fasciculului incident

(dar mărind timpul), iar rezultatul ar fi că electronii își schimbă direcția rectilinie de propagare, o proprietate atribuită, în general, corpusculilor. La deschiderea celei de a doua fante, obținem figura de interferență clasică, obținută în optica newtoniană, proprietate specifică undelor. Este ca și cum deschiderea celei de a doua fante ar face să „basculeze" aspectul corpuscular al electronilor într-unul ondulatoriu.

Dar cum știu electronii când o fantă este închisă și când este ea deschisă pentru a produce un anume tip de interferență?!... Tot ceea ce putem spune este că *nu știm* ce se întâmplă cu electronul după ce trece de fantă, ce direcție va alege, unde va cădea pe ecran și așa mai departe. Este greu de presupus că electronul ar fi atât de extins spațial încât să treacă prin ambele fante deodată (ca în cazul undelor!), sau că s-ar „sparge" în două fracțiuni egale, fiecare trecând prin câte o fantă.

Este clar că nu putem înțelege aceste fenomene aplicând schemele clasice de explicare, se impun principii explicative noi, iar principiul complementarității s-a dovedit a fi singurul în măsură să facă acest lucru. Întrucât relațiile de incertitudine pot fi „compatibilizate" la nivel logic cu ideea complementarității, principiul devine principalul factor de coerență (consistență) al formalismelor matematice utilizate.

VI. Concluzii

Încheiem aceste considerații încercând să desprindem câteva concluzii.

Ca orice teorie științifică, mecanica cuantică se confruntă cu probleme de fundamentare logică și filosofică. Pentru ilustrarea acestor probleme am angajat conceptul de *stare logică*, un concept mai curând ontologic decât strict logic. Din câte ne-am putut da seama, între starea clasică (newtoniană) și starea cuantică există mari diferențe. Din examinarea conceptului de stare cuantică a rezultat o limitare, cel puțin, dacă nu cumva chiar o suspendare a principiului identității. Dar suspendarea unui principiu are ca rezultat suspendarea formelor de raționament pe care le guvernează acesta, deci avem motive să credem că mare parte din legile logicii clasice și formele de raționare subsumate acestora nu mai sunt valabile în descrierea fenomenologiei cuantice.

Dar dacă logica clasică se dovedește a nu fi pe deplin adecvată mecanicii cuantice cu ce ar putea fi înlocuită ea? Răspunde oare logica paraconsistentă mai bine acestor probleme?

Se cer lămurite mai întâi câteva chestiuni.

În organizarea unei teorii fizice pot fi distinse cel puțin trei nivele. Este un prim nivel al principiilor teoriei. Principiul inerției, al forței, principiile termodinamicii și – de ce nu? –, principiul complementarității sunt doar câteva exemple de principii în fizică. La aceste principii se ajunge, de obicei, târziu, în urma unui lung și complicat proces de observare metodică a faptelor (se discută în literatura de specialitate despre așa-numita *cercetare în zona din spatele principiilor*).

Al doilea nivel este cel al formalismelor matematice în care sunt descrise fenomenele ce cad în domeniul respectivelor teorii. La acest nivel sunt formulate (şi demonstrate) legile – legea gravitației, legea lui Ohm, legea inducției electromagnetice, legea lui Planck pentru radiație ş.a. De notat că aceste formalisme nu sunt luate la întâmplare, ci sunt impuse de chiar natura problemelor ce urmează a fi rezolvate.

În fine, există un nivel şi mai adânc, acela al logicii aferente formalismului matematic utilizat.

Raportul dintre logică şi fizică nu trebuie, prin urmare, înțeles simplist, logica nu este o etichetă care să se aplice fizicii din exterior, ea trebuie încorporată în matematica teoriei. În plus, logica este o ştiință calitativă, în timp ce determinările pe care le vizează fizica, inclusiv cele exemplificate în mecanica cuantică, sunt determinări cantitative. Ele se exprimă printr-un tip special de concepte, numite de Carnap concepte „numerice" sau „cantitative" (adevărul, de pildă, nu este un concept cantitativ, el nu are o unitate de măsură cum are *forța, energia, temperatura* sau alte asemenea concepte de care se ocupă fizica).

Se ridică, apoi, şi o altă problemă: o teorie neclasică din domeniul fizicii presupune neapărat o matematică neclasică şi, *a fortiori*, o logică neclasică? Oare nu s-ar putea întâmpla ca o teorie dintr-un domeniu oarecare, apreciată ca neclasică, să fie asociată unei logici şi unei matematici clasice? Relațiile de incertitudine ale lui Heisenberg, ca să ne limităm la exemplele discutate, sunt neclasice doar în fizică, pentru că, din punct de vedere logic şi matematic, ele sunt cât se poate de... clasice.

În ceea ce priveşte logica paraconsistentă, există la ora actuală publicații matematice care dispun de rubrici speciale destinate matematicii paraconsistente însă reorganizarea teoriilor fizicii pe astfel de baze matematice va rămâne, probabil, încă multă vreme de aici înainte o problemă de perspectivă.

Aceasta, pe de o parte.

Pe de altă parte, logica paraconsistentă ridică, ea însăşi, câteva probleme care ne îndeamnă la prudență când este vorba de aplicațiile ei în domeniul fizicii.

Din lucrările lui da Costa, unele deja traduse în limba română, logica paraconsistentă este înțeleasă ca fiind logica unor domenii contradictorii. De pildă, teoria naivă a mulțimilor este inconsistentă (contradictorie) dar echipată cu o logică adecvată, teoria se sustrage pericolului trivializării pentru că logica în cauză (de regulă, un sistem formal) trebuie să satisfacă, ea însăşi, condiția consistenței logice. Deci, trebuie să avem, pe de o parte, domeniul contradicției, iar pe de altă parte sistemul formal (logica) acestui domeniu (corect ar fi să spunem *interpretarea* sistemului formal în limbajul domeniului considerat).

Prima întrebare: dacă mecanica cuantică este domeniul de aplicare al unei logici paraconsistente, complementaritatea este contradicția pe care o vizează această aplicare? Şi, dacă da, poate fi înțeleasă ea mai bine în logica paraconsistentă decât în logica clasică? Sunt întrebările de la care am pornit în această investigație şi la care vom încerca să dăm acum un răspuns.

În ceea ce privește prima întrebare, se impun încă de la început câteva distincții.

Mai întâi, trebuie distins între contradicția ca atare și descrierea contradicției, care nu este contradictorie doar pentru simplul motiv că are ca obiect contradicția (același lucru este valabil și pentru consistență). Trebuie să distingem, apoi, între contradicția logică, aceasta se referă la propoziții, deci aparține limbajului, și contradicția ontologică (contradicția referitoare la lucruri). O încălcare a acestei distincții întâlnim, de exemplu, la St. Lupasco în a sa *logică dinamică a contradictoriului.* Contrar denumirii și a pretențiilor afișate de autor, aceasta nu este o logică, ci mai curând o filosofie a microfizicii.

Alta este situația logicii paraconsistente. Ea nu se aplică contradicției ontologice, ci contradicției logice, altfel spus, teoriilor care conțin contradicții. După Newton da Costa, o astfel de teorie este chiar teoria lui Bohr a atomului (altfel cum ar putea deveni ea domeniul de aplicare al unei logici paraconsistente?).

> Printre teoriile științifice, spune Newton da Costa, găsim unele care sunt, evident, contradictorii (un exemplu este teoria atomică a lui Bohr, așa-numitul „atom bohr"). Am arătat că ele sunt într-adevăr „bune" dacă sunt fundate pe o logică paraconsistentă corespunzătoare în locul logicii clasice. Pe de altă parte, unele teorii din fizică sunt, în fapt, incompatibile, de exemplu, mecanica cuantică și teoria generală a relativității. Unificarea lor presupune, după părerea mea, tot o logică paraconsistentă [19].

Dacă teoria atomului este într-adevăr inconsistentă (după părerea noastră această afirmație trebuie luată cu rezerve), inconsistența ei nu se datorează, în nici un caz, complementarității. Este un punct de vedere care necesită unele explicații.

Formula lui Bohr, *contraria sunt complementa* (contrariile sunt complementare) circulă și într-o versiune mai tare, care exclude contradicția: *contraria non-contradictoria sed complementa sunt*[20]. Nefiind vorba de contradicție, ci de contrarietate, ar trebui să ne întrebăm mai departe dacă și contrarietatea are proprietatea *ex falso quodlibet,* sau numai contradicția? Dacă da, atunci logica paraconsistentă pare răspunsul cel mai indicat.

Dar este, realmente, complemenaritatea o contrarietate? Sau contrarietatea este cumva o specie a complementarității?

Principiul complementarității este probabil unul dintre cele mai adânci principii ale fizicii moderne însă aceste formulări ale lui ridică multe semne de întrebare.

---

[19] Newton da Costa, op. cit.

[20] Bohr a dat pentru prima dată această formulare principiului complementarității în 1961, cu ocazia vizitei sale la Moscova (v. Gh. Huțanu, *Principii și legi fundamentale în fizică,* Editura Albatros, București, pp. 130–136, 1983).

Observăm, mai întâi, că principiul nu spune ce este şi ce nu este complementaritatea, cum era de aşteptat, el spune ce este şi ce nu este contrarietatea. Or, contrarietatea este un raport formal, în timp ce complementaritatea este unul factual, iar a-l defini pe unul prin celălalt înseamnă a nu ţine seama de diferenţele celor două domenii. Formularea principiului încalcă distincţia dintre logic şi ontologic despre care am vorbit mai sus.

Ca raport logic, contrarietatea poate caracteriza conceptele sau propoziţiile, de la caz la caz.

Despre două concepte *A* şi *B* se spune că sunt contrare dacă nu pot fi împreună afirmate despre unul şi acelaşi obiect, dar pot fi negate. De exemplu, o figură geometrică nu este cerc şi pătrat, în schimb, ea poate să nu fie nici cerc, nici pătrat, ci trapez, să zicem. Deci, sunt contrare speciile aceluiaşi gen, de unde deducem că raportul de contrarietate este un raport cu trei şi nu cu doi termeni: *A* este contrar lui *B* relativ la genul *C*. Raportul de la specie la gen se exprimă prin implicarea genului de către specie:

Dacă *a* este *A*, atunci *a* este *C*,
Dacă *a* este *B*, atunci *a* este *C*.
....

Pentru că genul *C* este subînţeles, propoziţiile care exprimă contrarietatea celor două concepte vor lua următoarele forme:

Dacă *a* este *A*, atunci *a* nu este *B*,
Dacă *a* este *B*, atunci *a* nu este *A*.

Dar dacă *a* nu este *A*, nimic nu se poate spune cu privire la raportul dintre *a* şi *B*; la fel dacă *a* nu este *B*.

Un caz particular de contrarietate este cel în care genul conţine doar două specii, cum ar fi *bărbat* şi *femeie*, în genul *om*. Presupunând că *A* şi *B* sunt singurele specii ale genului *C*, atunci la relaţiile de mai sus se adaugă încă două relaţii:

Dacă *a* nu este *A*, atunci *a* este *B*,
Dacă *a* nu este *B*, atunci *a* este *A*.

Contradicţia este altceva, ea implică raportul dintre concept şi negaţia conceptului: *om* şi *non-om*, *bărbat* şi *non-bărbat* etc. Acestea nu pot fi nici afirmate, nici negate împreună despre unul şi acelaşi obiect. Formal, aceste relaţii sunt asemenea relaţiilor de mai sus, ceea ce înseamnă că din punct de vedere logic cele două raporturi nu sunt chiar de tot independente. Facem însă abstracţie de „rudenia" lor şi revenim la problema noastră: conceptele de undă şi particulă sunt ele contrare sau contradictorii?

Dacă sunt contrare, cum pretinde principiul complementarităţii (*contraria sunt complementa*) atunci ar trebui să dispunem de cel puţin un gen faţă de care atât unda cât şi particula să fie specii.

Genurile pot fi, însă, mai apropiate sau mai îndepărtate, astfel încât fiecare exemplificare a speciei este, concomitent, o exemplificare a genurilor față de care este subordonată specia. Cu alte cuvinte, propoziția „*a* este *A*“ (ca și „*a* este *B*“) implică propozițiile:

a este C_1
a este C_2
....
a este C_n

în care $C_1 \ldots C_n$ sunt genuri ierarhice. Spunând deci că ceva este *A* (particulă), respectiv, *B* (undă) ar trebui să-l putem indica nu doar pe C_1 (genul proxim), ci întreaga ierarhie de genuri până la C_n. Or, în cuantică, cel puțin, problema nu se pune în acești termeni.

Apoi, dacă ar fi vorba de contrarietate, vorbim despre o contrarietate cu două specii sau cu mai multe specii?

Faptul că la un moment dat sunt cunoscute doar unele specii ale genului, aceasta nu exclude posibilitatea existenței altor asemenea specii (ca în biologie, de exemplu). În cazul de față, există oare doar unde și particule, sau mai pot exista și alte stări ale materiei, încă necunoscute, nedescoperite, dar logic posibile?... Din această perspectivă, intuiția ne spune că mai înțelept ar fi să lăsăm problema deschisă.

În fine, timpul și raportul în care noi sesizăm manifestările corpusculare și ondulatorii ale unui fenomen cuantic, sunt ele aceleași? Este foarte important să precizăm acest lucru pentru că principiul noncontradicției, dar nu numai, impune această condiție: *în același timp* și *sub același raport*. Or, în experiența cu fantele lui Young (cazul clasic de complementaritate) aspectul corpuscular, respectiv, ondulatoriu nu sunt nici în același timp și nici sub același raport, ele presupun o anume succesiune, deci un timp diferit și, totodată, un aranjament experimental diferit. Reamintim că prin raport înțelegem aspectul, mărimea fizică din perspectiva căreia este privit obiectul nostru cuantic.

Prin urmare, avem de-a face cu stări diferite ale uneia și aceleiași entități, sau cu entități diferite? Putem trata problema și într-un fel și în celălalt, rezultatul va fi, de fiecare dată, o descriere consistentă matematic. Este un alt aspect al complementarității, care, iată, provine dintr-o manieră, să-i zicem „formală”, de a pune problema.

Rezultatul la care am ajuns nu este unul tocmai liniștitor. Din examinarea principiului identității a rezultat o oarecare abatere de la logica clasică, am avut chiar sentimentul că mecanica cuantică face loc alternativei logice, pentru ca analiza complementarității să ne readucă pe terenul logicii clasice. Dacă este adevărat că nu este nici contradicție, nici contrarietate, complementaritatea are, totuși, ceva și din contradicție și din contrarietate.

Cum se vor rezolva până la urmă aceste probleme?

Este greu de dat un răspuns categoric. Suntem încă în faza clarificărilor conceptuale, care, probabil, va mai dura şi care face cu atât mai necesar dialogul celor două ştiinţe. Nu doar fizica, ci şi logica are de câştigat din acest dialog, pentru că, ne-au învăţat grecii, *numai întâlnindu-se pe sine, logosul devine logică.*

Mulţumiri

Autorul îşi exprimă întreaga sa gratitudine domnului Iancu Lucica de la Universitatea de Vest din Timişoara pentru răbdarea atentă cu care a citit materialul, pentru sprijinul constant şi observaţiile pertinente făcute pe tot parcursul editării acestuia; fără acestea, efortul apolinic din substanţa textului ar fi rămas doar o deşartă trudă...

Logica conceptelor paraconsistente

Iancu LUCICA

Nu întotdeauna faptul că un concept conține o contradicție este atât de evident încât să nu reclame o investigație; pentru aceasta trebuie să avem mai întâi acel concept și să-l tratăm logic. Tot ce se i se poate cere unui concept din punct de vedere al logicii și având în vedere rigoarea demonstrației este delimitarea sa precisă, astfel încât pentru fiecare obiect să se poată determina dacă acesta cade sau nu sub concept.

Gotlob FREGE

Scopul lucrării de față este să arate că predicatele metateoretice de *consistență*, *inconsistență* și *paraconsistență* pot fi transferate, cu modificările de rigoare, de la nivelul teoriilor la cel al conceptelor. Vom vorbi, în consecință, despre trei mari categorii de concepte – concepte consistente, inconsistente și concepte paraconsistente. În legătură cu conceptele din această ultimă categorie am încercat să răspund la câteva întrebări:

- Ce înseamnă că un concept este paraconsistent?
- Care sunt tipurile mai importante de concepte paraconsistente?
- Cum se analizează din punct de vedere logic un concept paraconsistent?

Lucrarea se înscrie în domeniul mare al logicilor paraconsistente deși, ca stil, cel puțin, ea se abate de la stilul pe care l-a impus în domeniu literatura ultimilor ani. Date fiind obiectivele urmărite, am considerat necesar să încep discuția cu câteva chestiuni ce țin de teoria generală a conceptului (sau logica conceptului). În problema conceptului literatura noastră de specialitate este, din păcate, încă destul de săracă.

Cu toate imperfecțiunile ei, ideea de concept paraconsistent apare pentru prima dată în această lucrare. Mulțumesc profesorului Newton da Costa pentru recunoașterea acestui fapt ca și pentru sugestiile făcute privind unele posibilități de dezvoltare. Observații valoroase am primit și din partea domnilor Sorin Vieru și Mihai Ciolan cărora, de asemenea, doresc să le mulțumesc pe această cale.

1. Ce este conceptul?

La întrebarea „ce este *x*?" obişnuim să răspundem printr-o definiție sau printr-o propoziție care ține loc de definiție. Spunem: „*x* este ...", „*x* înseamnă ..." sau „înțelegem prin *x* ...". În cazul conceptului, aceste scheme definiționale nu pot evita pericolul nepredicativității (la Poincaré şi Russell definițiile nepredicative conțin o formă mai specială de cerc vicios) aşa că problema definirii conceptului trebuie pusă altfel. Frege a recunoscut dificultățile acestei definiții în studiul său *Despre concept şi obiect* când spunea că „nu se poate cere ca orice să fie definit tot aşa cum nu putem cere chimistului să descompună orice substanță"[1]. Conceptele, ni se sugerează, trebuie incluse printre lucrurile absolut simple, luate fără definiție.

Dar dacă nu ne putem angaja „frontal" în elaborarea unei definiții a conceptului, ne putem propune, în schimb, un scop mai modest, şi anume, să arătăm când ceva este concept. În spiritul definițiilor condiționale eu spun că *A* este concept dacă şi numai dacă:

- *A* se predică în mod adevărat sau fals despre anumite obiecte,
- Predicat despre un obiect, *A* atrage întotdeauna după sine alte predicații,
- *A* se exprimă în limbaj printr-un cuvânt (expresie) de care nu este legat din punct de vedere al conținutului.

Filosof, de pildă, se predică în mod adevărat despre Socrate şi în mod fals despre Aristide. Prin această proprietate a sa, conceptul împarte universul de discurs în două clase complementare: clasa obiectelor care cad sub *A* (sau la care se aplică *A*) şi care formează *sfera* sau *extensiunea* conceptului *A* şi clasa complementară acesteia. În mod obişnuit, un obiect nu face parte din ambele clase, obligatoriu dacă aparține uneia nu aparține celeilalte, şi invers. Spun „în mod obişnuit" pentru că există şi excepții, una dintre aceste excepții fiind chiar conceptele paraconsistente de care urmează să ne ocupăm.

Niciodată un concept nu se predică simplu, întotdeauna el atrage după sine alte predicații. Spunând despre Socrate că este filosof, spunem automat că el este om, rațional, cultivat , în general, tot ce mai poate fi un filosof.

Conceptele pe care le implică un concept se numesc *note* şi formează *conținutul* acelui concept. Notele aparțin planului logic (conceptului), în timp ce însuşirile aparțin planului ontologic (obiectelor).

În fine, conceptul se exprimă în limbaj printr-un termen (în general expresie) însă niciodată conceptul, ca atare, nu se confundă cu termenul prin care se exprimă el. Întâmplător, *filosof* se spune cam la fel în toate limbile însă un alt concept, să zicem *om*, se exprimă în mod diferit. Faptul că acest concept este general, pozitiv, concret, distributiv etc. etc. nu are nici o legătură cu faptul că în română conceptul se exprimă prin „om", în franceză prin „homme" în engleză prin „man" şi aşa mai departe. Ca şi judecata, conceptul este ceea ce rămâne *invariant* în trecerea de la o exprimare la alta (unul şi acelaşi concept se poate exprima prin expresii diferite fie în acelaşi limbaj, fie în limbaje diferite).

---

[1] G. Frege, *Despre concept şi obiect*, în G. Frege, *Scrieri logico-filosofice*, Editura Ştiințifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1977, p. 290.

Întrucât *om*, respectiv *filosof*, satisfac concomitent cele trei condiţii, spunem despre ele că sunt concepte.

Revin la definiţia conceptului pentru a face alte câteva observaţii. Ceea ce vreau să spun în primul rând este că definiţia pe care am dat-o conceptului se sprijină pe ideea de predicaţie pe care o ia ca termen prim, nedefinit. Această condiţie, care este şi cea mai importantă, subliniază „natura esenţialmente predicativă a conceptului", cum ar spune Frege. S-ar putea ca Frege să fi ezitat să se angajeze la o definiţie a conceptului tocmai pentru că nu dispunea de o definiţie adecvată a predicaţiei, definiţie care să ne menţină, totuşi, pe terenul logicii pentru că cele mai multe dintre definiţiile care se dau astăzi conceptului sunt definiţii extralogice. Nu sunt convins că actualele teorii ale predicaţiei (v. Quine, Strawson şi, mai nou, Cochiarella) pot rezolva mai bine această problemă.

A doua observaţie se referă la raporturile dintre cele trei condiţii din definiţia conceptului. Logic vorbind, aceste condiţii nu sunt independente, totuşi, nu s-ar putea spune că odată ce o avem pe una dintre ele le avem, automat, şi pe celelalte. S-ar putea foarte bine întâmpla ca un copil care recunoaşte un anumit mamifer – un elefant, să zicem – să nu mai poată afirma nimic altceva despre acest animal. Ceea ce are copilul în cazul de faţă nu este conceptul, ca atare, ci mai curând un *preconcept*. Tot un preconcept are şi studentul la medicină care a învăţat să recunoască o maladie după o simptomatologie specifică, dar care încă nu ştie cum se tratează respectiva maladie şi ce alte conexiuni mai presupune ea. Înţelegem deci, că drumul spre concept poate fi uneori lung şi anevoios şi că în acest drum pot interveni tot felul de faze intermediare pentru care mai potrivită este denumirea de „preconcept". De regulă, preconceptele răspund la prima şi la cea de a treia condiţie din definiţia conceptului şi foarte puţin (sau deloc) la a doua.

Închei cu o observaţie asupra celei de-a treia condiţii. Am spus că unul şi acelaşi concept poate fi exprimat prin expresii diferite fie în acelaşi limbaj, fie în limbaje diferite. Această condiţie permite construirea următorului paradox.

Fie L, L', L'', ... limbile naturale – română, engleză, germană etc. În fiecare din aceste limbi conceptele se exprimă într-un mod anume. De pildă, *om* este concept exprimat în limba română în timp ce *man* şi *house* sunt concepte exprimate în limba engleză.

Introducem acum simbolurile C, C', C'', ... pentru a desemna conceptul *de concept exprimat în limbile* L, L', L'' etc. Mai exact, C este un simbol pentru conceptul de *concept exprimat în limba română*; C' va fi un simbol pentru conceptul de *concept exprimat în limba engleză* şi aşa mai departe.

Faptul că un concept oarecare a este exprimat în limba L se va nota $C(a)$. Prin urmare,

$C(a)$ înseamnă „a este concept exprimat în limba română",

$C'(a)$ înseamnă „a este concept exprimat în limba engleză",

$C''(a)$ înseamnă „a este concept exprimat în limba germană" etc.

Întrucât exprimarea unui concept într-o limbă aparține doar acelei limbi, putem introduce mai departe relația:

(1) $(x)\,[C(x) \rightarrow \overline{C'(x)}\,]$

citeşte: oricare ar fi conceptul *x*, dacă *x* este concept exprimat în limba română, atunci *x* nu este concept exprimat în limba engleză. Dar *concept exprimat în limba engleză* este el însuşi un concept al limbii române. Simbolic:

(2) $C(C')$

Din (1) şi (2) se deduce

(3) $\overline{C'(C')}$

care tradusă, din nou, în limbajul natural înseamnă: „concept exprimat în limba engleză nu este concept exprimat în limba engleză". Dacă raționamentul meu a fost corect, propoziția (3) nu poate fi decât falsă, ea contravine principiului identității.

2. Conținutul şi sfera conceptelor

Am definit conținutul şi sfera conceptelor în termeni de implicație şi predicație, două operații logice fundamentale. Simplu spus, tot ceea ce implică un concept formează *conținutul* conceptului şi tot despre ceea ce se predică (sau la care se aplică) conceptul formează *sfera* conceptului. Dacă conceptul *A* implică conceptul *B*, să zicem, atunci *B* este *notă* din conținutul conceptului *A*, iar dacă *A* se predică despre *a*, atunci *a* este obiect din sfera (extensiunea) lui *A*.

Ce înseamnă, însă, că un concept implică un alt concept?

Un concept *A* implică un concept *B* dacă orice obiect la care se aplică *A* este un obiect la care se aplică sau despre care se predică *B*. Conceptul *filosof*, de exemplu, implică conceptul *om* (oricare ar fi *x* dacă despre *x* se predică *filosof*, despre *x* se predică în acelaşi timp *om*). Prin urmare, *om* este notă din conținutul conceptului *filosof*.

Unii autori preferă distincției sferă – conținut, distincția extensiune – intensiune. Nu sunt de acord pentru că, după părerea mea, în teoria conceptului cei doi termeni pot fi utilizați într-un mod mai apropiat de semnificația lor originară.

Din punct de vedere logic, „extensiune" înseamnă clasă (mulțime), iar „intensiune" (sau „comprehensiune") înseamnă proprietatea definitorie a unei clase. Se spune despre o clasă că este dată *în extensiune*, dacă se indică elementele aparținătoare ei, şi este dată *în intensiune* când se indică doar proprietatea pe care o verifică elementele respective şi numai ele. De pildă, proprietatea de-a fi număr par este intensiune pentru extensiunea $\{\ldots -4, -2, 2, 4, \ldots\}$. În loc de $M = \{\ldots -4, -2, 2, 4, \ldots\}$ putem scrie $M = \{x\colon Par(x)\}$. Relația dintre extensiunea *M* şi o intensiune a sa, să zicem *F*, poate fi redată cu ajutorul următoarei echivalențe:

(4) $a \in M . \Leftrightarrow . F(a)$

(citeşte: *a* aparţine clasei *M*, dacă şi numai dacă *a* este *F*). Să mai notăm că unei intensiuni îi corespunde întotdeauna o singură extensiune (raport 1 la 1), în timp ce unei extensiuni îi pot corespunde mai multe intensiuni (raport 1 la *n*). Corespondenţele dintre o extensiune oarecare *A* şi intensiunile ei pot fi redate cu ajutorul figurii 1:

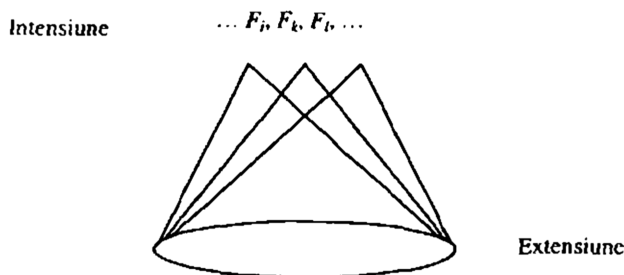


Fig. 1

***Observaţia* 1.** Expresia (4) este forma simplificată a axiomei separării, ea permite derivarea paradoxului lui Russell. Teoria conceptului este deci inconsistentă sub cel puţin două aspecte: a) prin angajarea sa faţă de un paradox al conceptului de mulţime, şi b) prin propriul său paradox. Aceste inconsistenţe nu fac, însă, teoria conceptului mai puţin interesantă. Cum spunea Newton da Costa într-unul dintre primele lui studii destinate paraconsistenţei, „dat fiind un sistem inconsistent *S*, scopul nostru nu este eliminarea paradoxurilor posibile sau inconsistenţelor lui *S*, dimpotrivă, derivarea cât mai multor astfel de paradoxuri în vederea analizării şi studierii lor"[2]. Prin urmare, vom proceda în maniera logicii paraconsistente unde distingem trei mari faze:

1) sunt identificate pentru început diferite teorii inconsistente, dar netriviale,
2) sunt construite sisteme formale tolerante faţă de ideea de contradicţie,
3) sistemele astfel obţinute sunt interpretate în teoriile din prima categorie.

În studiul de faţă prioritar este primul aspect, deci ceea ce urmărim aici este teoria (informală) a conceptelor paraconsistente pe care eu o văd ca pe un caz particular al teoriei generale a conceptului. Formalizarea acestor teorii este o problemă de nivel 2) şi 3) despre care nu discutăm aici decât tangenţial.

Revenim acum la concept şi introducem, pentru început, următoarele simboluri:

---

[2] Newton da Costa, *On The Theory of Inconsistent Formal Systems*, în Notre Dame Journal of Formal Logic, vol. XV, nr. 4/ 1974, p. 498.

$A, B, C, \ldots$	concepte;
$S_A, S_B, S_C, \ldots$	sfera conceptelor $A, B, C, \ldots$;
$C_A, C_B, C_C, \ldots$	conţinutul conceptelor $A, B, C, \ldots$;
F, G, H, (sau $F_1, F_2, F_3, \ldots$)	note;
$x, y, z, \ldots$	variabile individuale;
$a, b, c, \ldots$ (sau $a_1, a_2, a_3, \ldots$)	constante individuale;
$\&, \vee, \sim, \rightarrow, \equiv, \forall, \exists,$	semne cu semnificaţia lor obişnuită din logică
$\cup, \cap, \subset, \subseteq, =, \neq, \varnothing,$	şi teoria mulţimilor.

Fie A un concept oarecare, să zicem conceptul *om*, a cărui sferă şi conţinut o reprezentăm cu ajutorul figurii 2. Ceea ce se observă în primul rând din această figură este că sfera şi conţinutul unui concept nu stau faţă în faţă ca extensiune şi intensiune, ci ca două extensiuni:

$$(5) \quad \begin{aligned} S_A &= \{a, b, c, \ldots\} \\ C_A &= \{F, G, H, \ldots\} \end{aligned}$$

Oricât ar părea de banală această observaţie, ea schimbă datele problemei în abordarea logică a conceptului, întrucât permite câteva întrebări noi:

– Care este intensiunea clasei S_A?

– Care este intensiunea clasei C_A?

– Ce raport există între cele două intensiuni?

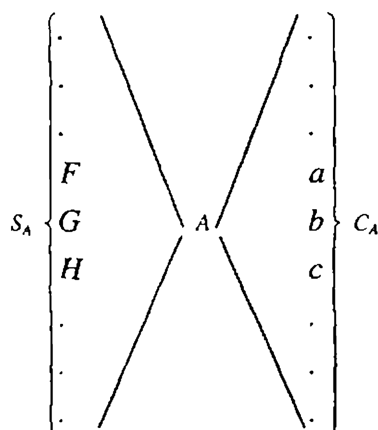


Fig. 2

Este clar că nu putem discuta aceste chestiuni atâta vreme cât conţinutul şi intensiunea sunt considerate a fi unul şi acelaşi lucru.

Să încercăm să răspundem celor trei întrebări.

La prima întrebare răspunsul este simplu: intensiunea clasei S_A este conceptul A şi orice alt concept logic echivalent cu A. Totalitatea acestor note (concepte) care sunt logic echivalente cu A formează *conţinutul specific* al conceptului A. Simbolizăm acest conţinut cu CS_A şi formulăm următoarea condiţie de apartenenţă:

$$(6) \quad [F \in CS_A] \Leftrightarrow (x)\, [x \in S_A \; \& \; F(x) \equiv A(x)]$$

Din (1) şi (3) deducem că un obiect oarecare *a* cade în sfera conceptului *A* dacă *a* este *A* sau dacă *a* este *F*. De exemplu, *fiinţă raţională* sau *fiinţă ce comunică prin grai articulat* sunt note din conţinutul specific al conceptului *om* (orice este om este în acelaşi timp fiinţă raţională, respectiv, fiinţă ce comunică prin grai articulat, şi invers).

Există încă două forme de conţinut pe care aş vrea să le invoc foarte pe scurt în cele ce urmează. Este vorba de *conţinutului general* al unui concept *A* şi conţinutul său *total*. Conţinutul general cuprinde note ce caracterizează obiectele ce cad sub *A* plus multe alte lucruri. *Biped*, de exemplu, aparţine conţinutului general al conceptului *om* (orice om este fiinţă bipedă însă nu orice fiinţă bipedă este neapărat om). La rândul lui, conţinutul total al conceptului *A* este suma tuturor notelor ce caracterizează obiectele din sfera conceptului *A*. Condiţia necesară şi suficientă ca o notă oarecare *F* să aparţină conţinutului total al unui concept *A* este să existe cel puţin un obiect din sfera lui *A* care să fie *F*. De exemplu, *a avea şase degete la o mână* este notă din conţinutul total al conceptului *om*. Simbolizăm cele două forme de conţinut cu *CG*, respectiv, *CT* şi introducem condiţiile de apartenenţă corespunzătoare fiecăruia:

(7) $[F \in CG_A] \Leftrightarrow (x)\ [x \in S_A \ \&\ A(x) \to F(x)]$

(8) $[F \in CT_A] \Leftrightarrow (\exists x)\ [x \in S_A \ \&\ F(x)]$

Este uşor de demonstrat că între cele trei forme de conţinut au loc relaţiile:

(9) $CS_A \subset CG_A \subset CT_A$

***Observaţia* 2.** Atât timp cât alte precizări nu se fac, noi vorbim simplu despre conţinutul lui *A* (simbolic C_A), înţelegând prin acesta conţinutul său specific plus conţinutul general. Cititorul a sesizat, probabil, simetria dintre distincţiile lui Aristotel (genul, propriu şi accidentul) şi cele trei forme de conţinut introduse mai sus. Dacă am recurs la această soluţie este pentru că am dorit să evit unele complicaţii filosofice legate de definirea celor trei categorii logice care nu-şi găsesc aici locul cel mai potrivit pentru a fi discutate.

Cu aceasta am răspuns la prima dintre cele trei întrebări. Să vedem în continuare cum se răspunde la cea de-a doua întrebare, şi anume: care este intensiunea clasei C_A?

Intensiunea clasei C_A este dată de acea notă (proprietate) ce caracterizează notele din conţinutul conceptului *A* şi numai pe acestea. Această proprietate este introdusă prin expresia „notă a conceptului *A*" pe care o vom simboliza cu *H*. Definim clasa C_A în maniera cunoscută:

(10) $C_A = \{F_i : H(F_i)\}$

Cu alte cuvinte, clasa C_A se compune din acele note F_i astfel că F_i este notă a conceptului *A*. Expresia „notă a conceptului *A*" introduce o proprietate de tip superior, o proprietate de proprietăţi, în timp ce notele din conţinut introduc

proprietăți de obiecte. Vom ierarhiza atunci proprietățile ce vizează conținutul unui concept *A* în conformitate cu ierarhia tipurilor introdusă de Russell:

- proprietăți de indivizi (tipul 1),
- proprietăți de proprietăți de tipul 1 (tipul 2),
- proprietăți de proprietăți de tipul 2 (tipul 3) etc.

Conținutul unui concept este dat de proprietățile de tipul cel mai mic (tipul 1), acestea corespund proprietăților de indivizi (obiecte, în general). Proprietățile de tipul 2 formează metaconținutul și ierarhia rămâne deschisă.

De ce am ținut să aduc în discuție aceste probleme? Pentru că, după părerea mea, studiul logic al conceptelor reclamă trei categorii mari de proprietăți care nu trebuie confundate. Este vorba mai întâi de proprietăți de obiecte. Dacă aceste obiecte alcătuiesc sfera unui concept, respectivele proprietăți vor alcătui conținutul conceptului. Este vorba, apoi, de proprietățile proprietăților din conținut care formează, după cum am spus, metaconținutul (ierarhia conținut – metaconținut este, principial vorbind, nelimitată). Pentru că am definit conținutul prin implicație și orice concept se implică pe sine, putem spune că orice concept face parte din propriul său conținut, nu însă și din propriul său metaconținut.

În fine, este vorba despre proprietățile conceptului în genere, proprietăți care nu fac parte nici din conținut, nici din metaconținut. De pildă, conceptul *om* este nevid, însă proprietatea *nevid* caracterizează doar conceptul nu și obiectele ce cad sub acest concept. Ea poate, eventual, caracteriza unele note din conținutul conceptului dat fiind că și aceste note sunt tot concepte, însă niciodată ea nu este proprietate a conceptului pentru că este proprietatea notei și nici invers. Cele trei categorii de proprietăți sunt, și trebuie să rămână, distincte.

Înainte de-a merge mai departe aș vrea să ilustrez cele spuse mai sus cu un scurt pasaj din *Categorii*, unde Aristotel pune câteva probleme asemănătoare:

> Când un lucru este enunțat despre altul care este subiectul său, tot ce este enunțat despre acel predicat va fi, de asemenea, enunțat și despre subiect. Astfel, om este enunțat despre un anumit om; dar și animal este enunțat despre om; de aceea va fi enunțat, de asemenea, despre un anumit om; căci un anumit om este și om și animal.[3]

Aristotel atribuie aici o proprietate obiectului dat fiindcă ea este, în același timp, o proprietate a conceptului. Raționamentul pare a fi următorul:

Socrate este om,
(11) Omul este animal, deci
Socrate este animal.

Dat în această formă, raționamentul este valid însă textul lui Aristotel spune cu totul altceva, și anume, că *animal* se predică despre Socrate întrucât se predică despre *om* și orice predicat al predicatului este *a fortiori* un predicat al subiectului. Astăzi știm, însă, că acest principiu nu poate fi valabil și că problema

---

[3] Aristotel, *Categorii*, în *Organon*, vol. I, Editura Științifică, București, 1957, p. 123

se pune în cu totul alți termeni. *Om*, de pildă, se predică, într-adevăr, despre un anumit om, să zicem Socrate, însă *animal* nu se predică despre *om* în același fel în care *om* se predică despre Socrate. Când spunem „Socrate este om" înțelegem că Socrate cade în sfera conceptului *om*, dar când spunem „omul este animal" înțelegem altceva, și anume, „tot ce este om este animal" sau „dacă x este om atunci x este animal, oricare ar fi x". Este vorba, așadar, despre o predicație, în primul caz, și despre o implicație, în cel de-al doilea, iar forma corectă a raționamentului va fi următoarea:

Oricare ar fi x, dacă x este om atunci x este animal,
(12) Socrate este om, deci
Socrate este animal.

Dificultatea, prin urmare, provine din faptul că atât predicația, cât și implicația se exprimă prin cuvântul „este", cuvânt ce îndeplinește în cele două premise funcții diferite.

Cu aceasta am lămurit, sper, și cea de-a doua întrebare.

Ierarhii similare conținutului pot fi întâlnite și în cazul sferei numai că pentru a face evident acest lucru va trebui să revedem distincțiile pe care le făcea logica tradițională între așa-numitele concepte *colective* și conceptele *divizive* sau *distributive*, cum se mai numeau ele. Ce sunt unele și ce sunt celelalte?

Conceptele colective se aplică unor clase (obiecte luate ca multiplicități) în timp ce conceptele divizive se aplică unor individualități. În cazul nostru, *om* este diviziv spre deosebire de *pădure* sau *armată* care sunt concepte colective. Ceea ce se predică despre obiect în cazul conceptelor colective nu se predică și despre obiectele din care se compun aceste obiecte. Spunând, de exemplu, că „pădurea este uscată" sau că „armata este victorioasă" noi nu vrem să spunem că fiecare copac este neapărat uscat sau că fiecare soldat este victorios cu toate că și copacul face, într-un fel, parte din sfera conceptului *pădure* tot așa cum și soldatul face parte din sfera conceptului *armată*.

Se înțelege că și aceste clase ce cad în sfera conceptelor colective pot fi dispuse conform ierarhiei tipurilor:

- clase de obiecte (tipul 1),
- clase de clase de tipul 1 (tipul 2),
- clase de clase de tipul 2 (tipul 3) etc.

Atât *armată*, cât și *pădure* sunt concepte colective, însă tipul lor este departe de a fi același (primul este de tipul 1, al doilea de un tip mult mai înalt). La limită, conceptele divizive ar putea fi gândite drept un caz particular de concepte colective – concepte colective de tipul 0, să zicem.

Tipul logic al unui concept este dat de tipul sferei și al conținutului său. Vom spune atunci, că un concept este legitim din punctul de vedere al teoriei tipurilor dacă nu face parte din propria sa sferă, respectiv, din propriul său metaconținut. Cu alte cuvinte, dacă un concept are tipul n, el nu se poate aplica decât entităților de tipul $n-1$ și nu i se pot aplica decât entități de tipul $n+1$. Este regula lui Russell cu privire la „trecerea peste tip", regulă adaptată la cazul conceptelor.

3. Obiectul conceptului şi obiecte ce cad sub concept

Am folosit până acum denumirea de „obiect“ pentru a desemna lucrurile ce cad sub concept (sau lucrurile la care se aplică sau lucrurile despre care se predică conceptul). Nu există obiect în genere ci obiect relativ la un concept anume. Chiar şi conceptul poate deveni obiect dacă despre el se predică un alt concept. La Frege, de exemplu, articolul hotărât este semnul distinctiv al obiectului. Când spunem „Conceptul *om* este nevid“, *om* este concept, însă *conceptul om* este obiect.

După părerea mea, teoria logică a conceptului reclamă şi o altă idee de obiect pentru care voi folosi expresia de „obiect al conceptului“. Ce este acest obiect? Este modelul (paradigma) obiectelor ce cad sub concept, ceea ce au ele general sau caracteristic. Dacă sub conceptul A cad obiectele a_1, a_2, a_3, ..., fiecare obiect a_i este o particularizare în raport cu un obiect general a^*. Chiar şi în reprezentare, proces psihic ce premerge conceptului, noi nu ne reprezentăm un om anume, un copac anume şi aşa mai departe, ci forme generale de om, copac etc.

Propoziţiile de genul „a^* este A“, „a^* este B“ etc. care îl au ca subiect pe a^* vor fi singulare doar ca formă, în realitate ele sunt propoziţii universale. De pildă, propoziţia „Omul este coruptibil“ sau „Omul este educabil“ nu despre un om anume vrea să spună că este coruptibil sau educabil, ci despre om în general. Acest „om în general“, „carte în general“, „oraş în general“ este obiectul conceptului *om*, *carte*, *oraş*. Sub „masca“ unor propoziţii singulare se ascund aici propoziţii universale, iar rostul acestor obiecte este să redea într-o formă mai simplă şi mai sugestivă clase de asemenea obiecte. Dar chiar în propoziţiile singulare gen „Socrate este filosof“, noi nu avem în vedere un Socrate anume, vreau să spun Socrate al unei împrejurări anume, ci un „Socrate în genere“ dacă mă pot exprima astfel, un Socrate al tuturor împrejurărilor.

Dacă A este un concept, obiectul său îl vom desemna cu expresia „*A-obiect*“. În plus, dacă din două concepte A, B se poate forma conceptul AB, atunci *AB-obiectul* diferă atât de *A-obiect*, cât şi de *B-obiect*.

Este important să aducem în discuţie o atare idee de obiect? Părerea mea este că da, iar elementul de noutate pe care îl introduce el este că obiectul există chiar şi atunci când conceptul este vid. Aceasta şi explică de ce putem noi vorbi despre lucruri care nu există în realitate sau care există altfel decât spunem noi că există. Poate că un mic exemplu ne va ajuta să înţelegem mai bine despre ce este vorba.

S-a vorbit foarte mult şi încă se mai vorbeşte despre statutul ontologic al obiectelor care nu există, al „obiectelor posibile dar inactuale“, cum se mai numesc ele. Este o veche problemă filosofică pe care logica modală a reeditat-o prin semantica lumilor posibile. Argumentul care impune atenţiei noastre această idee de obiect, numit de Al. Plantinga *argumentul clasic*, este de o extremă şi, aş adăuga, suspectă simplitate. Spunând că nu există cerc pătrat, noi ne referim la ceva anume despre care nu am putea spune nimic, nici măcar faptul că nu există, dacă acest *ceva* nu ar avea un soi de existenţă sau fiinţă.

Întrebare: ce există şi ce nu există când se afirmă că nu există cerc pătrat?

Evident, nu există obiectele la care să se aplice sau despre care să se predice conceptul *cerc pătrat*, acest concept este vid. Pe de altă parte, conceptul este legitim din punct de vedere logic şi atunci există *cercul pătrat*, obiectul conceptului *cerc pătrat*. Dificultatea provine din faptul că premisele şi concluzia acestui raţionament vorbesc despre lucruri diferite, lucruri pe care le desemnăm cu una şi aceeaşi expresie – „cerc pătrat".

Nu este nevoie să mergem înapoi până la Meinong pentru a găsi justificările teoretice ale unei asemenea idei de obiect, există abordări de dată mult mai recentă. În *Logic, Mathematics, Ontology*, Francisco Miró Quesada, unul dintre protagoniştii paraconsistenţei, vorbeşte despre *noneismul filosofic*, o teorie iniţiată de R. Routley şi dezvoltată de G. Priest, R. Meyer, Brand ş.a. Ceea ce caracterizează în primul rând această teorie este respingerea supoziţiei ontologice (*ontological asumption* în terminologia autorilor), supoziţie ce exprimă convingerea noastră că denotatul (sau referentul) expresiilor trebuie neapărat să existe. În locul supoziţiei ontologice Routley introduce aşa-numitul „principiu al caracterizării" potrivit căruia obiectul este caracterizat prin trăsăturile (notele) sale caracteristice. Exemplul la care se referă autorii este chiar cercul pătrat, un obiect care este atât cerc, cât şi pătrat. Un alt exemplu discutat este cel al propoziţiei „$\exists x$ (x este ochiul lui Polifem)" care este falsă conform asumţiei ontologice, dar este adevărată conform cu postulatul caracterizării.

În concluzie, structura conceptului nu este una bidimensională cum ne-a învăţat şi încă ne mai învaţă logica clasică, ci una tridimensională. Cea de a treia ei dimensiune, alături de conţinut şi sferă, este acest „obiect al conceptului" care, repet, este cu totul altceva decât obiectul ce cade sub concept.

4. Structura propoziţională a conceptului

Numeroşi logicieni au subliniat în decursul timpului raporturile foarte strânse dintre concept şi propoziţie, respectiv, judecăţile pe care le exprimă propoziţiile. În celebrul său *Traite de logique*, E. Goblot spunea la începutul secolului al XX-lea despre concept că este „o virtualitate, o mulţime nedefinită de judecăţi". Ceva mai aproape de zilele noastre, G. Ryle vorbea despre o „geografie a conceptelor" care, dacă am înţeles eu bine, înseamnă totalitatea poziţiilor pe care le poate ocupa un concept într-un context anume. În fine, H. Putnam distingea, la rândul lui, între două mari ipostaze ale conceptului sau mai bine zis ale raportului subiect–concept: a) un *concept minimal*, aceasta însemnând capacitatea subiectului de-a recunoaşte obiectele ce cad sub concept (am folosit pentru acest gen de concepte termenul de „preconcept"), şi b) capacitatea de a *aserta* şi opera cu propoziţii în care intervine respectivul concept.

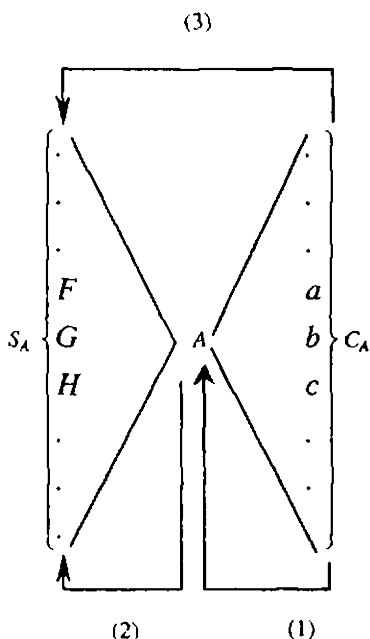


Fig. 3

Plecând de la cercetările a doi logicieni români – Gr. Moisil și Gh. Enescu – voi încerca să dau o formă mai logică acestor idei și să arăt ce înseamnă, de fapt, *structura propozițională* a conceptelor. Cu această ocazie voi răspunde și la cea de a treia întrebare pe care am ridicat-o în subcapitolul 2 al acestui capitol, cea privitoare la raporturile dintre intensiunile sferei și cele ale conținutului. Revenim, de aceea, la figura 2 în care vom încerca să facem unele corelații între concept, pe de o parte, și elementele sferei, respectiv conținutului, pe de altă parte.

O primă corelație leagă elementele sferei de concept; a doua merge de la concept la notele din conținutul conceptului, iar a treia leagă obiectele sferei de notele din conținutul conceptului (v. cele trei săgeți din figura 3). Nu spun că acestea sunt singurele corelații posibile între elementele structurale ale conceptelor, ci doar că sunt cele mai importante pentru problemele pe care le discutăm aici.

Exprimăm aceste corelații cu ajutorul a trei scheme propoziționale:

(13)
a este *A*
A este *F*
b este *G*

Să presupunem că *A* este, din nou, conceptul *om*. Fiecare schemă generează o mulțime potențial infinită de propoziții. Iată și câteva exemple foarte simple:

(14)
Socrate este om,
Omul este muritor,
Socrate este muritor.

Este evidentă relația inferențială dintre cele trei propoziții și intenționat am ales acest exemplu pentru a vedea de la bun început că propozițiile generate de cele trei scheme nu sunt independente, ci stau în diverse raporturi logice, în primul rând raporturi inferențiale.

Din nou, însă, ne confruntăm cu ambiguitatea cuvântului „este". În „*a* este *A*" particula „este" are funcție predicativă, ea indică faptul că *a* cade în sfera conceptului *A* sau că *A* se predică despre *a*. În „*A* este *F*" lucrurile stau cu totul altfel, aici „este" indică implicația dintre două predicații: oricare ar fi *x*, dacă *x* este

A atunci *x* este *F*. În fine, cea de a treia schemă revine din nou la predicație: *G* se predică despre *b* sau *b* cade în sfera lui *G*.

Prima observație: în organizarea logică a conceptului predicația nu poate fi despărțită de implicație, cele două „acționează" întotdeauna corelat. Am reunit aceste corelații în așa-numitul „principiu al predicației prin implicație". Principiul spune că *dacă un concept A se predică despre un obiect oarecare a, tot ceea ce implică A se predică mai departe despre a.* Exprimat simbolic, principiul ia forma unei reguli valide de raționament ceea ce subliniază, încă o dată, relația foarte strânsă dintre predicație și implicație la nivelul conceptului:

$$(15)\qquad \frac{\begin{array}{c}A(a)\\(x)[A(x)\rightarrow B(x)]\end{array}}{B(a)}$$

Propozițiile generate de cele trei scheme propoziționale alcătuiesc structura propozițională cea mai generală a conceptului. Fiecare concept își asociază, astfel, o mulțime potențial infinită de propoziții, mulțime ce poate fi sistematizată mai departe pe baza următoarelor axiome[4]:

Ax. 1. Pentru orice x și pentru orice F,

$$\frac{\text{dacă } x\in S_A \text{ și } F\in C_A}{\text{atunci } F(x)}$$

Ax. 2. Pentru orice x și pentru orice F,

$$\frac{\text{dacă } x\in S_A \text{ și } F(x)}{\text{atunci } F\in C_A}$$

Ax. 3. Pentru orice x și pentru orice F,

$$\frac{\text{dacă } F\in C_A \text{ și } F(x)}{\text{atunci } x\in S_A}$$

Prima axiomă spune că dacă *x* cade în sfera conceptului *A*, atunci orice notă din conținutul lui *A* se predică despre *x*. A doua spune că dacă *x* cade în sfera conceptului *A*, iar despre *x* se predică *F*, atunci *A* implică *F* sau, ceea ce este același lucru, *F* este notă în conținutul lui *A*. În fine, cea de a treia axiomă spune că dacă *F* este notă a conceptului *A* și dacă *F* se predică despre un obiect oarecare *x*, atunci *x* cade în sfera lui *A*. Observăm deci, că fiecare axiomă ilustrează, în felul său, principiul predicației prin implicație, că cele două operații nu pot fi despărțite când este vorba de funcționarea unuia și aceluiași concept.

Din cele trei axiome deducem diferite proprietăți ale conceptelor, cea mai importantă fiind așa-numita *lege a raportului invers dintre conținutul și sfera*

[4] Cele trei axiome au fost reformulate după Gr. Moisil, *La statistique et la logique du concept*, în *Essays sur les logiques nonchrysippiennes*, Editura Academiei, Bucharest, 1972, p.164.

conceptelor. Neavând nevoie în această discuţie de respectiva proprietate nu voi insista mai mult asupra ei. Sper, în schimb, să pot arăta cum pot deveni utile aceste axiome în studierea conceptelor paraconsistente.

Cu elementele de care dispunem până acum, putem defini un concept A drept un triplet

(16) $A = < S_A, C_A, K_A >$

în care S_A şi C_A sunt sfera, respectiv, conţinutul conceptului A, iar K_A este cea mai mică mulţime de propoziţii care conţine axiomele Ax.1 – Ax.3 şi este închisă relativ la operaţia de consecinţă logică.

Faptul că un concept A se predică despre un obiect oarecare a, simbolic $A(a)$, poate fi discutat semantic sau sintactic. În plus, dacă adăugăm pe lângă elementele indicate şi alte operaţii şi relaţii logice, specifice conceptelor, vom obţine definiţii mult mai adecvate care permit studiul conceptelor într-o manieră algebrică.

În perspectiva celor spuse, a analiza din punct de vedere logic un concept înseamnă:

1) a arăta care sunt propoziţiile în care apare conceptul şi ce raporturi logice există între ele (cele trei axiome permit organizarea acestor propoziţii ca sistem deductiv).

2) Pe baza propoziţiilor stabilim sfera şi conţinutul conceptului. Totalitatea propoziţiilor în care conceptul apare ca predicat logic determină sfera conceptului, iar mulţimea propoziţiilor în care conceptul apare ca subiect logic determină conţinutul.

3) Odată determinate, sfera şi conţinutul permit introducerea ideii de *obiect* al conceptului.

5. Consistenţa, inconsistenţa şi paraconsistenţa conceptelor

Putem vorbi despre *starea logică* a unui concept aşa cum vorbim despre *starea logică* a unei propoziţii, respectiv, despre *starea logică* a unui raţionament? Înţeleg prin „starea logică a unei propoziţii“ calitatea propoziţiei de a fi adevărată sau falsă, iar prin „starea logică a unui raţionament“, calitatea raţionamentului de a fi valid sau nevalid. Consistenţa, inconsistenţa şi paraconsistenţa caracterizează teoriile (mulţimile de propoziţii) şi pot fi înţelese ca reprezentând *starea* lor logică. Revin atunci cu întrebarea: putem vorbi în cazul conceptelor despre o astfel de „stare logică“?

Ideea pe care încerc să o argumentez aici este că predicatele metateoretice de *consistenţă, inconsistenţă* şi *paraconsistenţă* caracterizează nu doar teoriile, ci şi

conceptele, ele pot defini, cu adaptările de rigoare, bineînțeles, starea logică a unui concept.

Ce înseamnă, însă, că ***un concept este consistent***?

De vreme ce orice concept poate fi dezvoltat ca un sistem organizat de propoziții, consistența conceptului nu este altceva decât consistența sistemului de propoziții asociat lui. Dacă respectivul sistem de propoziții este inconsistent sau paraconsistent tot așa va fi și conceptul pe care îl configurează el. Bunăoară, conceptul intuitiv de mulțime este un concept paraconsistent pentru că teoria intuitivă a mulțimilor este, ea însăși, paraconsistentă.

Trebuie să recunoaștem că, deși corect, acest mod de-a pune problema nu este unul tocmai glorios și că merită să ne întrebăm dacă nu cumva am putea ataca problema și pe o altă cale? Părerea mea este că da, iar o asemenea cale este sugerată chiar de tradiționala teorie a conceptului prin distincția pe care o face ea între conceptele vide și cele nevide. Să vedem, pe scurt, despre ce este vorba.

Știm din logica elementară că există două specii de concepte vide – conceptele factual vide și conceptele logic vide. Conceptele factual vide sunt vide datorită stării de fapt, ele pot fi vide într-un moment anume și nevide într-altul, după cum evoluează lucrurile. De pildă, conceptul de *stat european socialist* este, și sperăm să rămână, un concept vid, însă el a fost cândva nevid; tot așa un concept care desemnează o specie biologică de mult dispărută, specia dinozaurilor, să zicem.

Conceptele logic vide, în schimb, sunt vide indiferent cum ar evolua lucrurile, ele sunt vide în orice lume posibilă ca să folosesc o sintagmă la modă. Ele sunt o încălcare mai mult sau mai puțin evidentă a principiului noncontradicției.

De ce „mai mult sau mai puțin evidentă"? Pentru că uneori contradicția este cât se poate de evidentă, ea apare în însăși expresia conceptului ca în exemplul *cerc pătrat*. De multe ori, însă, contradicția este ascunsă în „pliurile" conținutului și atunci problemele pot deveni chiar foarte complicate. „Nu întotdeauna, spune Frege, faptul că un concept conține o contradicție este atât de evident încât să nu reclame o investigație"[5]. S-ar putea foarte bine întâmpla ca în asemenea situații contradicția să nu poată fi sesizată dat fiind că știința respectivă nu a atins încă nivelul de dezvoltare cerut de rezolvarea acestor probleme. De abia în 1871 Academia Franceză a hotărât să nu mai primească brevetele inventatorilor de *perpetum mobile*, dovadă că la acea dată conceptul era nu doar vid, ci și logic vid (orice concept logic vid este și factual vid, nu și invers). La fel s-au petrecut lucrurile și cu conceptul de *eter* înainte de apariția teoriei relativității. În filosofie, argumentul ontologic ascunde, după părerea mea, tot o problemă de acest gen. Cum este conceptul exprimat de descripția *acel ceva față de care altceva mai mare*

[5] G. Frege, *Despre concept și obiect*, în G. Frege, *Scrieri logico-filosofice*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1977, p. 124.

nu poate fi conceput – vid sau nevid? Putem da un răspuns acestei întrebări numai pe bază de analiză logică?

Spunem despre un concept oarecare *A* că este consistent dacă el este nevid, cu alte cuvinte, dacă există cel puțin un obiect pentru care aplicarea conceptului duce la o propoziție adevărată. Normal ar fi ca un concept care nu poate fi predicat în mod adevărat despre nici un astfel de obiect să fie inconsistent. Numai că inconsistența mai înseamnă și contradicție și atunci ar trebui ca orice concept vid să fie neapărat un concept logic vid ceea ce, am văzut, nu este cazul. Nu știm, de pildă, să existe inteligență extraterestră, acest concept pare a fi factual vid, dar este el și logic vid?

„Cu privire la concept, nota undeva Frege, trebuie să știm dacă sub el cade ceva, și anume, ce". Dar putem noi aprecia numai prin analiză logică dacă sub un concept cade ceva anume sau dacă este el vid? Părerea mea este că nu. Avem aici o altă față a raportului dintre existență și contradicție, raport care generează în cazul conceptului câteva întrebări:

- Contradicția conceptului implică obligatoriu nonexistența obiectelor?
- Existența obiectelor implică necontradicția conceptului?
- Necontradicția conceptului este condiție suficientă sau doar necesară pentru existența obiectelor?

Nu putem răspunde simplu acestor întrebări și nici nu-mi propun să intru aici în toate detaliile, însă vreau să atrag atenția asupra câtorva specii de concepte pentru care cele trei întrebări nu duc la răspunsul scontat. Pentru început voi pleca de la supoziția cea mai simplă, și anume, că un concept consistent este un concept nevid, iar unul inconsistent este logic vid. Aceste presupuneri, cred eu, nu mai au nevoie de argumente.

Dar un ***concept paraconsistent***?

Ce este sau cum ar trebui să fie un asemenea concept? Răspunsul cel mai simplu ar fi că un concept paraconsistent este un concept consistent și inconsistent în același timp. Mai exact, este conceptul care întrunește concomitent atât condițiile conceptelor consistente, cât și ale celor inconsistente.

Dar poate exista așa ceva? Din punctul de vedere al teoriei clasice a conceptului, evident nu, însă acest lucru nu ține de teoria ca atare, ci de o stare de fapt. Dacă în realitate există lucrurile ce alcătuiesc sfera unui anumit concept, teoria nu poate decât să ia act de existența unor astfel de lucruri și să se „adapteze" în vederea înțelegerii lor. Un precept popperian spune că în lupta dintre teorie și fapte învingătoare până la urmă vor ieși întotdeauna faptele. Vorbim, prin urmare, de concepte paraconsistente nu doar din rațiuni teoretice, ci și pragmatice (sau în primul rând pragmatice) – unele stări de lucruri pot fi descrise mai simplu și – de ce nu? – mai logic admițând concepte de acest gen.

Există, după părerea mea, trei mari specii de concepte paraconsistente asupra cărora voi încerca să mă opresc foarte pe scurt în cele ce urmează.

5.1. Concepte contradictorii dar nevide

În această categorie intră toate paradoxurile de formă conceptuală (sau noţională). Ele pot avea aspectul unor concepte individuale (paradoxul lui Berry, Richard etc.) sau pot avea aspect de concepte generale (paradoxul lui Russell, de exemplu, sau paradoxul lui Grelling). Pentru exemplificare voi lua paradoxul lui Russell, cel mai uşor de adaptat teoriei conceptului.

Împărţim, pentru început, conceptele în două clase complementare – concepte care se aplică lor însele şi care nu se aplică. Despre primele vom spune că sunt *concepte predicabile*, celelalte sunt *concepte impredicabile*. *Om*, de pildă, este concept impredicabil pentru că despre conceptul *om* nu putem spune că ar fi el însuşi om. *Concept*, în schimb, este predicabil (conceptul de *concept*). *Carte* este, iarăşi, impredicabil faţă de *nevid* care este predicabil şi aşa mai departe. Ilustrăm sferele celor două concepte cu ajutorul următorului tabel:

$S_{Predicabil}$	$S_{impredicabil}$
Concept	Om
Nevid	Carte
Abstract	Oraş
...	...

Predicabil şi *impredicabil* fiind concepte, ne putem întreba cum sunt ele, predicabile sau impredicabile? Să presupunem că impredicabil este predicabil. Conform cu definiţia predicabilului, conceptul se predică despre el însuşi, deci impredicabil este impredicabil. Dar, în propoziţia „impredicabil este impredicabil" conceptul *impredicabil* se predică despre el însuşi, deci este predicabil. Şi într-un caz şi în celălalt, contradicţia este evidentă.

În literatura de specialitate, paradoxul lui Russell este redat sub forma unei scheme definiţionale:

(17) $Imp(X) =_{df} non\text{-}X(X)$,

în care *Imp* este o prescurtare pentru *impredicabil*. Cazul particular în care $X = Imp$ duce la contradicţia: $Imp(Imp) = non\text{-}Imp(Imp)$.

Să facem, pentru moment, abstracţie de această contradicţie şi să ne concentrăm atenţia doar asupra conceptului, să vedem, cu alte cuvinte, ce fel de concept este el. Este *impredicabil* un concept de acelaşi fel cu conceptele pe care le întâlnim în ştiinţă sau în viaţa de toate zilele? Sau este un concept mai special şi atunci se cere analizat după alte reguli?

Impredicabil este, în primul rând, un concept nevid, acesta este primul lucru pe care îl putem spune despre el. În al doilea rând, este un concept de concepte, un concept de *treapta a doua*, cum ar spune Frege. În fine, conceptul cade în propria lui sferă pentru că numai în acest caz despre *impredicabil* se poate spune că este impredicabil.

Am văzut în subcapitolul 2 al acestui capitol că un concept este legitim din punctul de vedere al teoriei tipurilor dacă nu cade în propria sa sferă, respectiv, în propriul său metaconținut. Or, conceptul *impredicabil* este o încălcare mai mult decât evidentă a acestei reguli și, corect ar fi, să-l declarăm de la bun început un concept nelegitim. Numai că în această situație sunt foarte multe alte concepte, inclusiv conceptul de *concept* care suferă, practic, de același viciu (în sfera lui *concept* cade însuși conceptul de *concept*). Pentru a salva situațiile de acest gen, care nu sunt puține, Russell a introdus o axiomă specială numită *axioma reductibilității*, însă nu este cazul să intrăm aici în astfel de detalii mai ales că axioma complică foarte mult ideile de tip și ordin. Să încercăm, deci, și un alt punct de vedere.

De vreme ce *impredicabil* implică o contradicție, întrebarea este unde se plasează această contradicție, la ce nivel acționează ea? Contradicția este inerentă conceptului ca atare sau este doar rezultatul aplicării lui într-un mod mai particular? Din câte știu această problemă nu a mai fost discutată, cel puțin nu în literatura românească de specialitate.

Reiau raționamentul de la capăt:

(1) *Impredicabil* este un concept,

(2) Sfera acestui concept este nevidă,

(3) În conținutul conceptului intervin atât note generale, cât și note specifice, la fel ca la orice alt concept.

(4) *A fi concept, a fi nevid, a se exprima printr-un termen al unui limbaj* etc. sunt note din conținutul general al conceptului *impredicabil.*

(5) Printre notele generale ale oricărui concept intră și aceea că *respectivul concept se aplică lui însuși* sau că *respectivul concept nu se aplică.* Am văzut că *om* nu se aplică lui însuși, dar *pozitiv* se aplică.

(6) Conceptele care au în conținutul lor această notă sunt „concepte de treapta a doua“ (în limbajul lui Frege), adică metaconcepte. Prin urmare, *Impredicabil* este un metaconcept.

(7) În cazul lui *impredicabil* notele indicate la punctul (5) duc la contradicții. Din supoziția că *impredicabil* se aplică lui însuși rezultă că nu se aplică și din supoziția că nu se aplică rezultă că el se aplică (ar trebui să spunem „*impredicabil* se aplică și nu se aplică lui însuși“).

(8) Din punct de vedere al conținutului, *impredicabil* este un concept inconsistent, el generează propoziții de genul „*a* este *F*“ și „*a* este non-*F*“ sau, mai simplu, „*a* este *F* și non-*F*“. Din punct de vedere al sferei el este, totuși, un concept consistent.

(9) Având în vedere că *impredicabil* întrunește concomitent condițiile conceptelor consistente și inconsistente, vom spune despre el că este un concept *paraconsistent.*

Prima specie de conceptele paraconsistente conține, așadar, conceptele paradoxale de genul paradoxului lui Russell. Dacă această specie mai conține și alte concepte, vreau să spun alte concepte contradictorii dar nevide, rămâne de discutat.

Se spune că o teorie în care s-a demonstrat o contradicție este o teorie în care se poate demonstra, practic, orice. Principiul atribuit lui Pseudo-Scotus, *ex falso quodlibet*, subliniază această proprietate a contradicției – aceea de a implica orice

propoziție, de orice fel ar fi ea. Logica paraconsistentă arată, însă, că nu toate contradicțiile sunt la fel, că principiul *ex falso quodlibet* este valabil pentru unele contradicții și mai puțin valabil sau chiar nevalabil pentru altele. Acestea din urmă sunt numite *contradicții netriviale* spre deosebire de primele care sunt apreciate ca *triviale*. Firesc ar fi atunci, ca și conceptele contradictorii să se împartă în triviale și netriviale după natura contradicției pe care o conțin ele. În cazul nostru, sfera conceptului *impredicabil* este nevidă, deci contradicția lui este una netrivială, deci conceptul însuși este netrivial.

5.1.1. Despre structura (schema) conceptuală a unei teorii

Întrebare: teoriile care permit construirea unor astfel de concepte paradoxale (v. teoria mulțimilor) se sustrag principiului *ex falso quodlibet* doar prin faptul că sfera acestor concepte este nevidă? Reformulez întrebarea: este suficient ca sfera unui concept contradictoriu să fie nevidă pentru ca efectele inconsistenței lui să se atenueze până la dispariție?

După părerea mea răspunsul nu trebuie căutat doar în concept, ci și în teorie. Vreau să spun că dacă un concept implică (sau conține) o contradicție, nu este obligatoriu ca teoria să-și „asume“ contradicția conceptului, s-ar putea foarte bine întâmpla ca această contradicție să rămână „exterioară“ teoriei. Principiul *ex falso quodlibet*, deși valabil, nu mai caracterizează „comportamentul“ logic al teoriei relativ la o asemenea contradicție.

Rezolvarea problemei presupune, prin urmare, două etape: a) se analizează mai întâi conceptul după sfera și conținutul lor pentru a identifica genul de concept cu care avem de-a face; b) se analizează conceptul din punctul de vedere al poziției lui în *structura conceptuală* a teoriei. Primul pas merge de la concept înspre teorie, al doilea de la teorie spre concept.

Așa cum am spus, cel de al doilea pas ne face atenți asupra sintagmei „structura conceptuală a unei teorii“. Ce este sau cum s-ar putea înțelege această structură?

Fie a_1, a_2, a_3, ...conceptele unei teorii T la un moment dat (mă refer la conceptele specifice teoriei și nu la concept în general). Propoziția sau, mai general, expresia în care apare un concept a_i o voi numi *contextul conceptului* a_i. În teoria mulțimilor, de exemplu, propoziția prin care se definește relația de incluziune este un context pentru conceptul specific de *apartenență*. Ca să fie și mai clar: context este orice loc în care este folosit un concept la un moment dat. Se înțelege că pot exista contexte mai mari sau mai mici, contexte de contexte, subcontexte și așa mai departe. Pentru a simplifica lucrurile voi introduce relativ la context, conceptul topologic de *vecinătate* pe care îl simbolizăm cu J. Dacă A și B sunt contexte, relația „$J(A) = B$“ exprimă faptul că B este vecinătatea lui a. Relația J are proprietatea

(18) $JJ(A) = J(A)$

Să presupunem că $J(A) = B$ și $J(B) = C$. Substituindu-l în a doua expresie pe B cu $J(A)$ obținem $JJ(A) = C$ care se reduce, conform cu (18), la $J(A) = C$. Cu alte cuvinte, vecinătatea vecinătății unui concept A este o vecinătate a lui A.

Familia tuturor contextelor $\{A_i\}_{i\in I}$ pentru care se poate defini o vecinătate J formează o *categorie*. Mai simplu: o categorie Γ este totalitatea contextelor asociate aceleiaşi vecinătăţi:

(19) $\Gamma = \{\{A_i\}_{i\in I}, J\}$

Două categorii Γ_1 şi Γ_2 sunt identice dacă au la bază aceeaşi vecinătate, altfel, ele sunt diferite (aceleaşi concepte pot forma categorii diferite dacă vecinătăţile lor sunt diferite). Un concept oarecare x aparţine unei categorii Γ dacă există cel puţin un concept y în Γ pentru care are loc relaţia $J(x) = y$. Altfel spus, un concept x aparţine unei categorii Γ dacă în Γ există cel puţin o vecinătate pentru x. Dacă o asemenea vecinătate nu există spunem că x nu aparţine lui Γ sau că x este *liber* faţă de Γ.

Mulţimea tuturor categoriilor pe care le determină conceptele unei teorii **T** precum şi relaţiile dintre aceste categorii formează *schema* (*structura*) *conceptuală* a teoriei **T**. Se înţelege că putem face abstracţie de relaţiile şi operaţiile dintre categoriile unei scheme conceptuale redând acea schemă sub forma unei simple mulţimi: $\Sigma_T = \{\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \dots\}$.

Într-o schemă conceptuală un concept poate fi mai mult sau mai puţin liber, el are diferite grade de libertate în funcţie de apartenenţele lui la categoriile ce alcătuiesc respectiva schemă conceptuală. Gradul de libertate al unui concept este cu atât mai mare cu cât aparţine la mai puţine categorii. Într-o scară de la 0 la 1, libertatea de grad 1 atribuită unui concept exclude acel concept din schema teoriei (un concept cu gradul de libertate 1 nu aparţine limbajului teoriei, el este un caz limită).

Este puţin probabil ca un concept să aparţină unei singure categorii, dar să admitem, de dragul discuţiei, că aşa ar sta lucrurile. Chiar dacă acest concept este contradictoriu şi chiar dacă contradicţia pe care o angajează el are proprietatea *ex falso sequitur*, dat fiind că el este un concept liber, această proprietate nu se va impune în nici un fel teoriei. Efectul contradicţiei rămâne aici unul local pentru că, asemenea unui organism viu, teoria îşi pune în mişcare propriile sale mijloace de protecţie. Şi unde ar acţiona aceste mijloace de protecţie dacă nu în schema sau structura conceptuală a respectivei teorii? Nu este de mirare deci, că logica paraconsistentă îşi propune să pătrundă în structurile „de adâncime" ale teoriilor, structuri pe care le descrie în termenii unor sisteme formale specifice (v. sistemele C_n construite de Newton da Costa sau alte sisteme de logică paraconsistentă).

Cu aceste precizări revenim la problemele noastre. Întrebarea era ce loc ocupă un concept paradoxal în structura conceptuală a unei teorii şi ce efecte poate avea el aici? Pentru teoria mulţimilor, ca să rămânem la acelaşi exemplu, conceptul de *mulţime a mulţimilor care nu se conţin pe sine* (paradoxul lui Russell exprimat într-o altă formă) are, probabil, un grad de libertate mai mare decât oricare alt concept al teoriei. De unde ştim acest lucru? În teoria mulţimilor, ca în orice altă teorie ştiinţifică, se definesc foarte multe concepte, dar care dintre ele presupune un concept cum este conceptul de *mulţime a mulţimilor care nu se conţin pe sine*? Concepte precum: *majorand*, *minorand*, *margine superioară*, *margine inferioară* etc. nu sunt dependente în nici un fel de mulţimea mulţimilor care nu se conţin pe sine. Am putea spune că pentru structura conceptuală a teoriei mulţimilor acest concept este o entitate la fel de exotică cum este pentru o organizaţie profesională, să zicem, bărbierul care îi bărbiereşte pe toţi cei care nu se bărbieresc singuri (forma populară a paradoxului lui

Russell). Deşi ne putem întreba dacă respectivul bărbier se bărbiereşte sau nu singur, mă îndoiesc, totuşi, că statutul unei asemenea organizaţii profesionale, presupunând că ar exista una, şi-ar pune astfel de probleme.

Contradicţia teoriei mulţimilor este, prin urmare, una *pasivă*, în mod obişnuit ea nu va genera absurdităţi precum $\{\emptyset\}\subset\emptyset$, $a\in a$ sau altele de acest fel. Că există şi *contradicţii active* care pot avea ca efect dezorganizarea logică a teoriilor este deja o altă problemă.

5.2. Concepte vide dar necontradictorii

Cea de-a doua specie de concepte paraconsistente este formată din concepte vide ca sferă, dar al căror conţinut este, totuşi, necontradictoriu. Întâlnim şi aici condiţiile conceptelor consistente şi inconsistente, deşi într-o altă formă şi cu altă finalitate.

Acestui gen de paraconsistenţă i se subsumează mai multe tipuri de concepte, însă pentru început mă voi referi la conceptele ideale pe care le găsesc oarecum mai reprezentative. *Mişcare rectilinie şi uniformă*, *corp absolut alb* (sau *absolut negru*), *ciocnire perfect elastică*, *gaz ideal*, sunt câteva exemple foarte simple de astfel de concepte. Observăm că cele mai multe sunt formate cu adjective ca *perfect*, *total*, *absolut* şi chiar *ideal* ceea ce subliniază din capul locului că este vorba de concepte cu un specific aparte. În general, aparţin limbajului ştiinţific, însă pot fi întâlnite uneori şi în vorbirea curentă (v. *student model*, *bărbat ideal*, *femeie perfectă* etc.).

Conceptele ideale corespund unor cazuri limită, cazurile spre care tind lucrurile fără însă a le atinge vreodată. Deşi nu există în realitate, din motive teoretice sau/şi pragmatice noi le tratăm ca şi când ar exista. Aceste „cazuri limită“ care întruchipează la modul ideal trăsăturile obiectului real sunt descrise de conceptele ideale, iar obiectele corespunzătoare lor se numesc, de asemenea, *obiecte ideale*.

Să luăm exemplul corpului total sau absolut negru din fizică. Spunem, în general, că un corp este alb sau negru după cum respinge sau absoarbe el radiaţia electromagnetică. Un corp alb respinge cea mai mare parte a acestei radiaţii absorbind doar o mică parte, iar corpul negru absoarbe cea mai mare parte a radiaţiei şi reflectă doar o mică parte. Corpul absolut (sau total negru) este cel care absoarbe în întregime radiaţia electromagnetică, iar corpul absolut alb reflectă în întregime radiaţia electromagnetică. Dar există aşa ceva în realitate? Evident nu, pentru că dacă ar exista, ele ar ieşi de sub incidenţa conceptelor noastre obişnuite de *corp alb* sau de *corp negru*. Corpul absolut negru, de pildă, este imaginat de către fizicieni ca o cavitate cu pereţi absorbanţi şi neregulaţi astfel că o rază de lumină odată intrată înăuntru nu mai poate fi reflectată în afară. Este clar, însă, că un astfel de corp nu cade sub conceptul nostru comun de *negru* (sau de *corp negru*). Ar trebui deci, să spunem că un corp absolut negru nu este corp negru ceea ce poate suna paradoxal, dar este cât se poate de adevărat. Prin urmare, din punct de vedere al sferei, conceptul de *corp absolut negru* este un concept vid, ca şi conceptul de *corp absolut alb*. El nu este totuşi un concept contradictoriu.

Cum se explică importanţa cu totul excepţională a acestor concepte în ştiinţă? Aici intră în scenă ideea de obiect al conceptului despre care am vorbit într-un capitol

anterior. Principiul este următorul. La nivelul obiectelor ideale se stabilesc tot felul de corelaţii exprimabile, cel mai adesea, într-un limbaj matematic. Corelaţiile stabilite în condiţiile idealizării sunt aplicate, apoi, situaţiilor reale în care, de fapt, îşi au punctul de plecare respectivele idealizări. Sigur că rezultatul obţinut este diferit faţă de cazul ideal, însă aceste diferenţe sunt atât de mici încât ele devin neglijabile din punct de vedere practic. Cu cât idealizările noastre sunt mai rafinate cu atât apropierea de realitate este mai mare şi deci partea neglijabilă mai mică.

Conceptele ideale pot fi subsumate următorului tip de raţionament:

$$(20)\qquad \frac{\begin{array}{c}F(a^*)\\ a \cong a^*\end{array}}{F[a]}$$

Cu alte cuvinte, dacă obiectul ideal a^* satisface o proprietate F, şi dacă obiectul a este particularizarea (realitatea) lui a^*, atunci şi a va satisface proprietatea F. Dar a îl satisface pe F într-un alt mod decât a^*, fapt pentru care am preferat notaţia „$F[a]$" în loc de „$F(a)$" cum ar fi fost normal (amatorul de logică recunoaşte în acest raţionament schema lui Leibniz într-o formă uşor modificată).

Premisa minoră indică relaţia dintre obiectul real şi obiectul ideal corespunzător lui. Nu este relaţie de identitate ca în schema lui Leibniz ci o relaţie „de aproximare". Vreau să spun că obiectul a este cel mai apropiat ca formă de realizare (întruchipare) de obiectul ideal a^* pe care, însă, nu-l poate reproduce în totalitate. Dacă ar fi să punem problema în termenii platonismului clasic, am spune că dacă a^* este ideea de negru, a este lucrul care „participă" la această idee.

Aşa cum am spus, între $F(a^*)$ şi $F[x]$ există întotdeauna o diferenţă de care va trebui să facem abstracţie. Principiul idealizării, ca principiu constitutiv al ştiinţei moderne, atrage după sine un alt principiu, mai degrabă metodologic decât strict logic, dar care nu este mai puţin important – principiul neglijabilităţii practice.

Să considerăm, pentru exemplificare, că v este viteza reală a unui mobil şi v^* viteza sa calculată după relaţia „$V = S/T$". Mişcarea presupusă de această relaţie este rectilinie şi uniformă (concept ideal), în timp ce mişcarea reală a mobilului nostru este una accelerată. Înseamnă, deci, că între viteza reală şi cea calculată există o diferenţă de care suntem nevoiţi să facem abstracţie, să o neglijăm. O formulă mai bună de calcul va face ca partea neglijabilă să fie mai mică, însă, teoretic vorbind, o diferenţă va exista întotdeauna.

O dată lămurite aceste lucruri, putem reconsidera sfera conceptelor ideale astfel încât ea să nu ne mai apară ca o sferă vidă. Presupunând, de exemplu, că A este un concept ideal şi a^* obiectul său, sfera lui A poate fi concepută ca fiind alcătuită din acele obiecte x pentru care are loc $A[x]$. Sfera conceptului *corp perfect negru* nu poate fi atunci decât mulţimea corpurilor negre (fiecare obiect real este o realizare mai mult sau mai puţin reuşită a obiectului ideal). Privite astfel, conceptele ideale acoperă doar obiectele pe care le „idealizează" ele şi numai pe acestea.

Înrudite cu conceptele ideale însă diferite, totuşi, de acestea sunt conceptele abstracte. În esenţă, ele constau în detaşarea unora dintre proprietăţile lucrurilor şi tratarea lor mai departe ca lucruri (*reificare*, se numeşte procesul). De exemplu, dacă un lucru a are proprietatea alb, să zicem, atunci *albeaţă* va fi un concept abstract, el se

referă la proprietatea lucrului ca şi când ar fi ea însăşi un lucru. De la proprietăţile *solid*, *maleabil*, *poros* formăm concepte abstracte precum *soliditate*, *maleabilitate*, *porozitate*. Două operaţii intervin aici: a) abstractizarea (se reţine doar proprietatea considerată făcându-se abstracţie de tot restul), şi b) reificarea proprietăţii (tratarea ei ca lucru).

Dacă conceptele ideale intervin cu precădere în ştiinţele factuale, conceptele abstracte intervin mai ales în ştiinţele formale. Adevărul şi falsul, de exemplu, sunt concepte abstracte în logică. Nu există adevăr ca atare, aşa cum nu există fals ca atare, ci doar propoziţii adevărate, respectiv, propoziţii false. Raţiuni de ordin ştiinţific ne îndeamnă, totuşi, să facem abstracţie de propoziţiile propriu-zise şi să reţinem doar aceste proprietăţi logice ale propoziţiilor pe care le tratăm ca pe entităţi independente folosind pentru desemnarea lor diverse simboluri. În expresiile „$(f \& p) = f$", „$v \& p = p$" simbolurile v, f corespund adevărului şi falsului considerate ca obiecte abstracte.

Cum este sfera conceptelor abstracte vidă sau nevidă? Normal, ea ar trebui să fie vidă ca şi în cazul conceptelor ideale. Dacă o apreciem, totuşi, ca nevidă, atunci va trebui să vedem ce statut au obiectele ce alcătuiesc această sferă pentru că este clar din capul locului că ele nu sunt de acelaşi fel cu obiectele din care au fost abstrase.

Am vorbit într-o altă lucrare despre *ontologia* conceptului. Aşa cum văd eu lucrurile, problema poate fi pusă relativ la concept şi atunci vorbim despre ontologia unui concept anume, sau poate fi pusă cu privire la concept în general. Şi într-un caz şi în celălalt întrebarea este: ce obiecte presupune conceptul pentru ca el să poată fi aplicat în mod logic? O atare ontologie trebuie să facă loc şi obiectelor abstracte şi să explice, la fel ca în cazul obiectelor ideale, ce sunt, de unde provin şi ce importanţă prezintă ele.

Matematica operează aproape în exclusivitate cu concepte abstracte. *Triunghi*, de pildă, este un concept abstract; la fel, *număr*, *mulţime*, *funcţie* etc.

Care este sfera conceptului *triunghi*, din ce se compune ea? Neexistând triunghiuri ci doar corpuri de formă triunghiulară, primul răspuns ar fi că această sferă este vidă. Am putea spune, eventual, că în sfera conceptului intră figurile geometrice numite „triunghi", figuri ce pot fi realizate în diverse moduri. Numai că şi figurile sunt tot un fel de „corpuri" (mai general, obiecte) şi atunci ajungem de unde am plecat. În plus, proprietăţile geometrice ale triunghiului nu depind de particularităţile fizice ale figurii, ele sunt peste tot şi mereu aceleaşi. Faptul că unghiul exterior triunghiului este egal cu suma unghiurilor interioare nealăturate lui, ca să iau un exemplu elementar, nu depinde de faptul că un triunghi este mai mare sau mai mic (la scara obişnuită, evident), sau că este desenat cu roşu sau cu albastru sau de alte caracteristici de acest fel. Proprietatea este valabilă pentru *triunghi în general* şi ce este valabil pentru cazul general este valabil şi în particular (pentru un anumit triunghi). Dar „triunghi în general" este deja un obiect abstract şi atunci conceptul nostru pare a fi mai degrabă unul singular. Putem proceda şi aici ca în cazul conceptelor ideale spunând că sfera conceptului *triunghi* cuprinde toate lucrurile de formă triunghiulară sau care prin diferite procedee ar putea fi reduse la o asemenea formă.

Ne întrebăm, fireşte, ce relevanţă prezintă aceste lucruri pentru genul de paraconsistenţă discutat aici? Faptul cel mai important pe care vreau să-l subliniez este că deschiderea unui concept spre inconsistenţă este cu atât mai mare cu cât respectivul concept este mai abstract. În teoria mulţimilor, bunăoară, care a devenit „domeniul de

referinţă“ al paraconsistenţei, concepte precum *mulţimea vidă* sau *mulţimea totală* (*universală*) sunt concepte abstracte cu vădite trăsături inconsistente. Însăşi expresia de „mulţime vidă“ este o expresie contradictorie. În limbajul obişnuit ea s-ar traduce prin „ceea ce conţine mai multe lucruri, dar nu conţine niciunul“! Există, apoi, o serie de proprietăţi ale acestei mulţimi, de pildă $\varnothing \subset \varnothing$ care, de asemenea, contravin logicii obişnuite. De vreme ce este vidă, normal ar fi fost ca ea să nu conţină nimic (nu poate fi mulţime vidă o mulţime în care s-a inclus totuşi ceva, indiferent ce este acest „ceva“). Şi mai stranie este mulţimea potenţială $P(\varnothing)$ care înseamnă mulţimea părţilor lui $\varnothing$. Fiind prea obişnuiţi cu formalismul teoriei mulţimilor noi nu ne mai dăm seama de conţinutul unora dintre simboluri operând cu ele oarecum mecanic. Spunem simplu că $P(\varnothing) = \{\varnothing\}$ dar cum se „traduce“ în limbajul obişnuit mulţimea $\{\varnothing\}$? Răspunsul exact este acesta: „mulţimea ce cuprinde mulţimea ce nu cuprinde nimic“. Cu greu s-ar putea explica omului de rând că această mulţime nu este ea însăşi vidă.

Mai departe. Din mulţimea vidă şi din axioma mulţimii potenţiale se construieşte succesiunea de mulţimi: $\varnothing$, $\{\varnothing\}$, $\{\varnothing, \{\varnothing\}\}$, ... care stă la baza şirului numerelor naturale. Numărul *zero*, de pildă, este mulţimea tuturor mulţimilor echivalente cu $\varnothing$; *unu* este mulţimea mulţimilor echivalente cu $\{\varnothing\}$ şi aşa mai departe. Din numere şi operaţii cu numere se formează alte abstracţii care fac obiectul matematicilor superioare – diferite tipuri de structuri, de funcţii, spaţii etc. Să înţelegem atunci că întreaga matematică stă pe baze inconsistente? Afirmaţia mi se pare excesivă cu toate că, trebuie să recunoaştem, o problemă există aici.

Conceptul de *mulţime* este un concept abstract prin excelenţă. În obţinerea acestui concept operaţia abstractizării acţionează în dublu sens: a) se face abstracţie de natura concretă a elementelor şi b) se face abstracţie de raporturile concrete dintre elemente. Ceea ce se reţine este un singur lucru: apartenenţa sau neapartenenţa la mulţime. Dar mulţimile pot fi mai mari sau mai mici (în sensul de mai cuprinzătoare sau mai puţin cuprinzătoare) şi, atunci, din aproape în aproape dăm peste cazurile limită – mulţimea cea mai cuprinzătoare (mulţimea universală sau totală) şi mulţimea cea mai puţin cuprinzătoare (mulţimea vidă). Am revenit astfel la operaţia idealizării care, aşa cum am mai spus, întâlneşte aici operaţia abstractizării. Aceasta înseamnă că faţă de conceptul abstract *mulţime*, conceptele de *mulţime vidă*, respectiv, *mulţime universală* sunt concepte ideale (tot concept ideal este *punctul la infinit* faţă de conceptul abstract *punct*).

Se întâmplă de multe ori ca aceste concepte ideale, corespunzătoare unor astfel de cazuri limită, să devină „terenul“ de manifestare al unor contradicţii, inclusiv al contradicţiilor paradoxale discutate în paragraful precedent. Paradoxul lui Cantor, de pildă, unul dintre primele paradoxuri ale teoriei mulţimilor, angajează conceptul de *mulţime totală* (*universală*) care este un concept limită. Tot o astfel de limită intervine şi în paradoxul lui Russell (*mulţimea tuturor mulţimilor care nu se conţin pe sine*). Conceptul de *mulţime vidă* este un alt concept limită care, deşi neparadoxal, are, cum s-a văzut, proprietăţi care îl scot din rândul conceptelor obişnuite (în structura conceptuală a teoriei cele două concepte au grade de libertate diferite). Paradoxul lui Gödel indică limitele demonstrabilităţii, în timp ce paradoxul lui Richard, Berry ş.a. exprimă limitele definibilităţii.

Faţă de conceptele obişnuite, conceptele limită au un comportament logic diferit, paradoxul nefiind decât forma extremă de manifestare a acestor diferenţe.

Problema a fost semnalată la noi de către Gh. Enescu, însă poate fi întâlnită şi la logicieni din alte spaţii culturale. Aşa cum am arătat şi cu altă ocazie, Enescu reia în abordarea acestor probleme unul dintre principiile de bază ale dialecticii (dincolo de limitele domeniilor lor proprii opoziţiile polare îşi pierd sensul transformându-se unele în altele: mulţime = element, adevăr = fals, predicabil = impredicabil, se conţine = nu se conţine, există = nu există etc.). Este ceea ce numeşte Enescu „mecanismul dialectic al contradicţiilor“[6].

Independent de Enescu şi la mult timp după el, Graham Priest redescoperă ideea de limită a gândirii ca „loc“ şi „mod de manifestare“ al contradicţiei (autorul vorbeşte despre „contradicţii adevărate“ desemnând cu termenul „dialetheism“ concepţia filosofică ce recunoaşte existenţa unor astfel de contradicţii). În cartea sa *Beyond The Limit of Though*, el identifică patru limite ale „proceselor conceptuale“, şi anume: limitele exprimării, iterării, descrierii şi cunoaşterii. Paradoxul conceptului, de exemplu, prezentat în subcapitolul 1 al acestui capitol, ne apare în tipologia lui G. Priest ca un paradox al exprimării. Teza lui G. Priest este că aceste limite sunt *dialetheice*, ele reprezintă locul (subiectul) contradicţiilor adevărate (de fiecare dată contradicţia se datorează faptului că procesul conceptual a depăşit limita).

În *concluzie* putem spune că:

1) Există concepte vide deşi necontradictorii provenite, în principal, din rândul conceptelor abstracte şi ideale. S-ar mai putea adăuga aici şi unele concepte filosofice cum ar fi: *materie*, *spaţiu*, *timp* etc. a căror sferă este, de asemenea, vidă (nu putem spune despre un lucru anume că el ar fi *spaţiul* sau că ar fi *materie*). Pentru că nu pot fi predicate în modul obişnuit am putea numi aceste concepte „nepredicative“ (termenul este oarecum impropriu pentru că predicaţia ţine de însăşi esenţa conceptului). Să mai adăugăm că aceste concepte nu au nici definiţii predicative corespunzătoare ceea ce, iarăşi, le scoate din rândul conceptelor obişnuite (aceeaşi situaţie am întâlnit-o la conceptul de *concept*).

2) Deşi sunt vide ca sferă, în anumite condiţii pot fi considerate nevide (sfera lor în acest caz nu cuprinde obiecte la întâmplare ci obiecte de un anumit fel). Lucru foarte important, aceste concepte nu sunt consecinţele neintenţionate ale proceselor de „logicizare“ prin care poate trece o ştiinţă la un moment dat, ci sunt parte componentă a acestor procese.

3) Împinse dincolo de limitele domeniului lor propriu, aceste concepte au „manifestări“ contradictorii putând lua forma unor veritabile paradoxuri. Ne-am obişnuit să limităm termenul „paradox“ la domeniul logicii şi matematicii, însă paradoxuri au apărut şi în alte ştiinţe (de exemplu: în fizică) ceea ce înseamnă că fenomenul este mult mai general.

---

[6] Enescu, Gh., *Paradoxurile logico-matematice şi procesul cunoaşterii*, în Gh. Enescu, *Paradoxuri, Sofisme, Aporii*, Editura TEHNICĂ, 2003, p. 154.

5.3. Concepte provenite din concepte contrare

Primele două specii de paraconsistenţă ne-au adus în faţa unor concepte relativ cunoscute. În continuare vom discuta o formă de paraconsistenţă realizată de un gen mai aparte de concepte pe care nu o regăsim în clasificările tradiţionale ale logicii conceptului. În lipsa unui termen mai potrivit le-am numit „concepte provenite din concepte contrare".

Ştim din logica generală că două concepte *A* şi *B* sunt contrare (sau sunt în raport de contrarietate) dacă ele nu pot fi afirmate, dar pot fi negate despre unul şi acelaşi obiect. Nu putem spune despre o figură geometrică, de pildă, că este triunghi şi pătrat, în schimb, s-ar putea să nu fie nici una nici alta, să fie trapez, de exemplu. Notăm raportul de contrarietate a două concepte cu „ σ " şi introducem mai departe definiţia:

(21) $(A \sigma B) =_{df} (x) [\overline{A(x) \& B(x)}]$

Deducem din definiţie că oricare ar fi obiectul x, dacă x este A atunci el nu este B, şi dacă x este B, atunci el nu este A. Simbolic:

(22) $(x) [A(x) \rightarrow \overline{B(x)} \& B(x) \rightarrow \overline{A(x)}]$

Conceptele contrare sunt speciile aceluiaşi gen, prin urmare, dacă există două concepte A, şi B care verifică definiţia (21) şi consecinţa ei (22), sau invers, atunci există un concept C care este genul celor două concepte A şi B. Aceasta înseamnă că atât A cât şi B îl implică pe C, nu şi invers. Dacă A şi B sunt singurele specii ale lui C atunci C îl implică pe A sau B. În general, dacă $A_1, \ldots, A_n$ sunt speciile lui C, atunci C va implica disjuncţia tuturor speciilor sale („a este C" înseamnă „a este A_1 sau A_2 sau ... A_n").

Să presupunem în continuare că F este notă din conţinutul conceptului A, iar G este notă din conţinutul conceptului B. Întrucât A şi B sunt concepte contrare se pune problema cum vor fi din punct de vedere logic conceptele AB, AG, BF şi FG?

Poate că cititorul va fi surprins de modul în care am format aceste concepte de aceea voi apela, din nou, la autoritatea lui Frege pentru a arăta cum poate fi format un concept plecându-se de la alte concepte. În studiul său *Despre concept şi obiect*, Frege face următoarea afirmaţie:

> Dacă obiectul Γ are proprietăţile Φ, *X* şi Ψ, eu le pot strânge într-una singură Ω, astfel încât va fi acelaşi lucru dacă spun că Γ are proprietatea Ω sau dacă spun că Γ are proprietăţile Φ, *X* şi Ψ. Spun atunci că Φ, *X* şi Ψ sunt note ale conceptului Ω şi, în acelaşi timp, proprietăţi ale lui Γ[7].

În exemplul lui Frege, *a fi număr pozitiv*, *a fi număr întreg* şi *a fi mai mic ca* 10 sunt note ale conceptului *număr întreg pozitiv mai mic ca* 10; ele sunt, totodată, şi proprietăţi ale obiectului 2. Notele, în cazul de faţă, apar în însăşi expresia conceptului însă nu întotdeauna lucrurile stau în acest fel. De exemplu, *a fi paralelogram* şi *a avea*

---

[7] G. Frege, op. cit. p. 300.

un unghi drept sunt note ale conceptului *dreptunghi*, însă aceste note nu mai apar în expresia conceptului ca în exemplul lui Frege. Din punct de vedere logic, situaţia este însă aceeaşi pentru că este tot una a spune despre un patrulater că este dreptunghi sau că este paralelogram cu un unghi drept.

Să revenim acum la subiect. Am spus că *A* şi *B* sunt concepte contrare, iar *F* şi *G* note din conţinutul acestor concepte. Repet întrebarea: cum sunt din punct de vedere logic conceptele *AB*, *AG*, *BF*, şi *FG*?

Să le luăm pe rând. Conceptul *AB* nu poate fi decât vid, chiar logic vid. Presupunând că este nevid, un obiect *a* din sfera lui *AB* ar trebui să fie atât *A*, cât şi *B* ceea ce contravine definiţiei întrucât *A* şi *B* sunt concepte contrare. În privinţa celorlalte concepte este de discutat. Dacă *F* şi *G* sunt note generale (v. definiţia conţinutului general), atunci *AG*, *BF* şi *FG* sunt sigur nevide. Dacă sunt, însă, note specifice sau note de un alt fel atunci, este de presupus că ele vor fi din nou vide.

Pentru exemplificare să considerăm că *A*, *B* sunt conceptele *triunghi* şi *pătrat*. *AB* va fi conceptul vid *triunghi pătrat*. Dacă *F* este nota *poligon* şi *G* nota *figură geometrică*, adică note generale din conţinutul celor două concepte, atunci *AG*, *BF* şi *FG* sunt conceptele: *triunghi figura geometrică* (stilizat, *figura geometrică triunghi*), *poligon pătrat*, *figură geometrică poligon*, toate, concepte nevide. Dacă, în schimb, *F* şi *G* sunt note specifice din conţinutul celor două concepte, să zicem, *a avea suma unghiurilor de* 180 *de grade* şi *a avea diagonalele egale*, atunci obţinem alte concepte, respectiv, *triunghi cu diagonale egale*, *pătrat cu suma unghiurilor de* 180 *de grade* şi *figură* (eventual *poligon*) *cu diagonalele egale şi cu suma unghiurilor de* 180 *de grade*. Toate sunt concepte vide.

S-ar părea că aceasta este regula conceptelor provenite din concepte contrare. Şi totuşi...

Dacă *A* este conceptul *mamifer* şi *B* conceptul *pasăre*, regula de mai sus pare a nu mai fi valabilă. La fel, dacă *A* este conceptul *metal* şi *B* un alt concept în conţinutul căruia intră nota *lichid*.

Printre notele conceptului *mamifer* este şi aceea de a naşte pui vii, iar printre notele conceptului *pasăre* este şi aceea de a fi zburător. La rândul lui, conceptul *metal* implică proprietatea de a fi *solid*. Înseamnă, deci, că printre conceptele *AG*, *BF* şi *FG* vom întâlni concepte precum: *mamifer care zboară*, *animal care zboară şi naşte pui vii*, *metal lichid* etc. Este clar că unele dintre ele nu sunt vide, ceea ce înseamnă că regula conceptelor contrare în astfel de cazuri nu se mai aplică sau se aplică într-un mod mult mai particular.

Prima întrebare: cum se explică din punct de vedere logic faptul că aceste concepte, în ciuda tuturor aparenţelor, sunt, totuşi, concepte nevide?

A doua întrebare: dacă conceptele în cauză se dovedesc, până la urmă, a fi concepte de un tip mai special, ce fel de raţionamente reclamă ele?

Şi ***o ultimă întrebare***: pot fi abordate aceste concepte în spiritul axiomelor conceptului descrise în subcapitolul 3 al acestui capitol?

Cu privire la prima problemă răspunsul este că nu putem aprecia numai după criterii logice dacă sfera unui concept este sau nu vidă (sau nu întotdeauna). În legătură cu conceptul, spunea undeva Frege, trebuie să ştim dacă în sfera lui cade

ceva, şi anume, ce. Dar ca să ştim acest lucru s-ar putea să nu fie suficientă analiza logică a conceptelor în cauză, să fie necesare investigații de alt fel (empirice, bunăoară).

Primul pas în rezolvarea problemei noastre este să distingem conceptele formale (cele întâlnite în logică şi matematică) de conceptele factuale. La rândul lor, acestea pot fi naturale, în sensul că sfera lor ia naştere prin procese şi fenomene ale naturii, sau pot fi induse (iau naştere în procesul comunicării dintre oameni). De exemplu, conceptele *pasăre* şi *scaun* sunt ambele factuale, dar numai primul este natural, al doilea este un concept indus din obiectele experienței zilnice.

Specia biologică este întotdeauna sfera unui concept natural. Avem aici extensiunea (clasa), aceasta este dată în mod natural, şi ne străduim să-i determinăm conținutul, să vedem prin ce se caracterizează obiectele respectivei clase şi numai ele. În clasificările naturale noi descoperim clasele aşa cum există ele în natură, spre deosebire de clasificările artificiale unde clasele iau naştere prin însăşi operația clasificării.

Natura tinde să se organizeze în clase, aceasta este una dintre legile ei fundamentale, însă clasele naturale nu sunt întotdeauna foarte bine delimitate. În lumea vie, mai ales, unde ideea de clasă pare a fi cel mai bine conturată apar de multe ori „clase intermediare" (aşa-numitele „clase de trecere"). Se explică, în felul acesta, de ce există păsări sau peşti care, de fapt, sunt mamifere sau mamifere cu caracteristici de reptilă şi alte ciudățenii de acelaşi gen cu ele. Din punct de vedere al logicii clasice, o specie biologică cum ar fi ornitorincul (*ornithorhynchus anatinus*) este cercul pătrat din exemplele noastre. La fel echidna (*tachyglossus aculeata*) şi probabil că lista trebuie lăsată deschisă. Este clar că dacă natura produce astfel de „cercuri pătrate" acest lucru poate fi cel mult consemnat, în nici un caz ignorat şi, cu atât mai puțin, sancționat. Vom spune şi noi împreună cu Hamlet – „sunt mai multe lucruri în cer şi pe pământ decât în filosofia ta Horațiu!". Nevoia de-a respecta acest adevăr cu valoare de principiu este cea care a împins logica spre ideea de paraconsistență şi nu extravaganța unor autori care au vrut să pună o problemă mai altfel decât se pune ea în mod obişnuit.

Cu aceasta sper că am lămurit suficient ideea de „concept provenit din concepte contrare". Ca şi în cazurile anterioare voi încerca să arăt ce fel de raționamente sunt specifice acestor concepte, dacă raționamentele în cauză sunt dintre cele cunoscute sau dacă nu cumva sunt raționamente de alt gen. Mă rezum la două astfel de raționamente pe care voi încerca să le descriu în cele ce urmează.

5.3.1. Două raționamente specifice

Primul raționament este silogismul exceptiv, o formă de silogism în care intervin propoziții de forma „Toți *A* cu excepția lui *B* sunt *C*" şi „Nici un *A* cu excepția lui *B* nu sunt *C*". Conceptele A şi C sunt simplu consistente, însă *B* este paraconsistent. În prima propoziție $B = A\overline{C}$, în a doua $B = AC$. De exemplu, „Toate metalele cu excepția mercurului sunt solide" sau „Nici un mamifer cu excepția liliacului, nu zboară". De fiecare dată sfera subiectului este inclusă în sfera predicatului cu excepția unor cazuri. Excepțiile pot viza: a) o lege, b) o regulă, sau c) o altă situație ce poate fi descrisă în baza cuantorului universal. De exemplu, „Toate

maşinile cu excepţia salvării, trebuie să oprească la culoarea roşie a semaforului" este o excepţie în raport cu norma sau convenţia. Alte propoziţii, de pildă, „Toţi filosofii, cu excepţia lui Socrate, sunt autori" introduc excepţii în raport cu anumite stări de fapt, în cazul de faţă situaţia filosofilor de a scrie cărţi. Nu toate aceste excepţii dau concepte paraconsistente.

Excepţia se poate referi la un singur obiect sau la clase de obiecte. Acestea pot forma sau nu, după caz, sfera unor alte concepte. Dacă excepţiile cad în sfera unui alt concept, respectivul concept poate avea mai multe specii sau poate fi un concept simplu. *Mercur*, de exemplu, nu are specii (în sensul logic al cuvântului). Cu totul alta este situaţia conceptului *monotrem* din propoziţia „Toate mamiferele cu excepţia monotremelor sunt vivipare". Aici excepţia este concept cu mai multe specii (în sensul logic şi biologic al cuvântului).

Nu-mi este foarte clar dacă putem vorbi şi despre exceptive particulare gen „Unii *A* cu excepţia lui *B* sunt *C*". Propoziţia „Unele capitale europene cu excepţia Bucureştiului sunt murdare" nu este un mod tocmai obişnuit de a ne exprima. Corect ar fi: „Unele capitale europene, dar nu Bucureştiul, sunt murdare", însă aceasta nu este o propoziţie exceptivă, ci exclusivă. Toate propoziţiile exceptive sunt propoziţii exclusive; nu şi invers.

Propoziţiile exceptive sunt invocate sporadic în literatura logică, ele nu au reţinut în mod special atenţia logicienilor. Unul dintre puţinii autori care le discută este P. Hurley în tratatul său *A Concise Introduction to Logic*. Aici propoziţiile exceptive sunt menţionate la capitolul standardizare, fiind considerate cazuri non-standard ale propoziţiilor de predicaţie. Autorul ia în discuţie forma „Numai *B* este *C*" care, într-adevăr, poate fi redată prin „Toţi *B* sunt *C*", însă de aici nu ne dăm seama că *B* este o excepţie a lui *A*. Ideea de a transcrie aceste forme prin propoziţii condiţionale (dacă *x* este *B* atunci *x* este *C*) deplasează problema fără să o rezolve. Este interesant de remarcat că autorul distinge, totuşi, propoziţiile exceptive de propoziţiile exclusive.

5.3.1.1. Silogistica exceptivă

Fără a face o teorie a propoziţiilor exceptive voi încerca unele aprecieri în legătură cu raţionamentele care au la bază aceste propoziţii cum ar fi raţionamentul silogistic, de exemplu, sau raţionamentele (inferenţele) imediate. Numesc această teorie *silogistica exceptivă*.

Prima mea observaţie este că propoziţiile exceptive nu respectă raporturile pătratului logic. Din universala exceptiv afirmativă, de pildă, se deduce particulara negativă „Unii *A* nu sunt *C*", iar din exceptiva negativă se deduce particulara afirmativă „Unii *A* sunt *C*". Chiar şi numai aceste fapte sunt suficiente pentru a modifica substanţial logica propoziţiilor de predicaţie. Nici silogismul, însă, nu mai rămâne acelaşi, de pildă, modul *Barbara* din figura întâi va avea două forme în funcţie de numărul premiselor exceptive:

Toţi *A* cu excepţia lui *B*, sunt *C*,	Toţi *A*, cu excepţia lui *B*, sunt *C*,
Toţi *D* sunt *A*, deci	Toţi *D*, cu excepţia lui *E*, sunt *A*, deci
Toţi *D*, cu excepţia lui *B*, sunt *C*.	Toţi *D*, cu excepţia lui *B* şi *E* sunt *C*.

Alte două moduri exceptive în figura întâi provin din modul Celarent:

Nici un *A*, cu excepția lui *B*, nu este *C*,	Nici un *A* cu excepția lui *B*, nu este *C*,
Toți *D* sunt *A*, deci	Toți *D* cu excepția lui *E* sunt *A*, deci
Nici un *D* cu excepția lui *B* nu este *C*.	Nici un *D*, cu excepția lui *B* și *E*, nu este *C*.

În modurile în care una din premise este particulară, de pildă *Darii* sau *Ferio*, concluzia nu este exceptivă, ci exclusivă:

Toți *A* cu excepția lui *B* sunt *C*	Nici un *A* cu excepția lui *B* nu este *C*,
Unii *D* sunt *A*, deci	Unii *D* sunt *A*, deci
Unii *D*, care nu sunt *B*, sunt *C*.	Unii *D*, care nu sunt *B*, nu sunt *C*.

Forme interesante dau modurile cu premise universale și concluzie particulară, așa-numitele „moduri existențiale". Exemplificăm doar modurile exceptive obținute din *Darapti* (figura a treia):

Toți *A* cu excepția lui *B* sunt *C*,	Toți *A* cu excepția lui *B* sunt *C*,
Toți *A* sunt *D*, deci	Toți *A* cu excepția lui *D* sunt *E*, deci
Unii *D* care nu sunt *B* sunt *C*.	Unii *E* care nu sunt *B* și *D* sunt *C*.

Silogistica exceptivă adaugă la regulile generale ale silogismului câteva reguli noi cum ar fi:

- Concluzia într-un silogism este exceptivă dacă cel puțin una din premise este exceptivă.
- Dacă ambele premise sunt exceptive, în concluzie excepțiile se însumează.
- Dintr-o premisă exceptivă și una particulară se obține o concluzie exclusivă.
- În modurile existențiale concluzia exclusivă însumează excepțiile.

Sunt reguli de primă instanță (țin de observația imediată) de aceea nu am convingerea că sunt și suficiente pentru fundamentarea teoriei. Se impune, deci, o investigare mai atentă a problemei.

5.3.1.2. Un raționament non-standard

În propoziția „Toți *A* cu excepția lui *B* sunt *C*" accentul cade pe *A* care este subiectul logic al propoziției. Dacă vrem să accentuăm excepția, atunci formulăm o altă propoziție: „Deși *B* este *A*, *B* nu este *C*" sau „Cu toate că *B* este *A*, *B* nu este *C*". Prima propoziție o implică pe a doua; nu și invers. De exemplu: „Cu toate că mercurul este metal, mercurul nu este solid", „Deși liliacul zboară, liliacul nu este pasăre". Acestea sunt cazuri particulare de propoziții obținute din formele „Deși *P*, *Q*", sau „Deși *P*, non-*Q*". În formularea lor pot interveni și alte expresii: „în ciuda faptului că", „chiar dacă", „contrar așteptărilor" etc.:

„Deși ai citit, n-ai înțeles nimic",
„Cu toate că ai bani, nu ești fericit"
„În ciuda faptului că te-ai pregătit, ai picat examenul" etc.

Propozițiile formate în acest mod înregistrează cam aceleaşi genuri de excepții ca şi propozițiile din prima categorie. Totuşi, ele au mai degrabă aerul unor propoziții compuse formate cu operatorul „deşi“ care nu este un operator verifuncțional (vreau să spun că nu are o funcție de adevăr corespunzătoare).

Când este adevărată propoziția „Deşi *P*, *Q*“? Aceasta este întrebarea.

Propoziția poate fi adevărată doar când există o regulă generală exprimată fie printr-o implicație, fie printr-o propoziție universală. Raționamentul care are la bază această regulă, cu excepția aferentă ei, este unul non-standard:

(23) Oricare ar fi *x*, dacă *x* este *A*, *x* este *B*.
Deşi *a* este *A*, *a* nu este *B*.

Acelaşi raționament reformulat cu propoziția universală:

(24) Toți *A* sunt *B*,
Cu toate că *a* este *A*, *a* nu este *B*.

Ca şi în cazurile precedente, *A* şi *B* sunt concepte simplu consistente, în schimb, $A\overline{B}$ este paraconsistent.

Raționamentul nostru este opusul silogismului clasic pentru că din premisele „Toți *A* sunt *B*“ şi „*a* este *A*“, rezultă logic „*a* este *B*“. Or, în cazul de față lucrurile stau exact invers, ceea ce obținem aici este concluzia „*a* nu este *B*“. Este deci un alt fel de raționament, un raționament non-standard în care nu mai vorbim de premise şi concluzii ci de reguli şi excepții. Propoziția „Toți *A* sunt *B*“ se numeşte *regulă*, propoziția „*a* este *A*“ *condiție*, iar propoziția „*a* nu este *B*“ se numeşte *excepție*. Vom spune că într-un astfel de raționament excepția are loc doar atunci când există o regulă şi condiția corespunzătoare ei, fără aceste elemente nu poate fi vorba de nici o excepție. Să mai adăugăm că excepția nu se deduce şi nici nu se induce din regulă (sau din regulă plus condiție) ea este valabilă doar *împreună* cu regula.

O excepție poate fi introdusă în raport cu cuantorul standard „toți“ (exprimat şi prin „oricare“, „fiecare“, „nici unul“ etc.) sau în raport cu un cuantor non-standard. Regula, în acest caz, va lua alte forme: „În general, *A* este *B*“, „De cele mai multe ori *A* este *B*“, „În majoritatea cazurilor *A* este *B*“ etc. De exemplu: „În majoritatea cazurilor păsările zboară. Deşi pinguinul este pasăre, pinguinul nu zboară“. „În general, mamiferele sunt vivipare. Cu toate că echidna este mamifer, echidna nu este vivipar“.

6. Extensiuni consistente şi paraconsistente. Calculul extensiunilor

Putem încerca o unificare formală a conceptelor consistente şi paraconsistente având în vedere că din punct de vedere al extensiunii lor aceste concepte nu se deosebesc. Punctul de plecare este relația de *ordonare* a conceptelor. Această relație

are două sensuri – subordonare, respectiv, supraordonare, relații pe care le simbolizăm cu S, respectiv, S' și pe care le definim după cum urmează:

(25) $S(A,B) =_{df} S_A \subset S_B$ și $C_B \subset C_A$

(citește: A este subordonat față de B, dacă și numai dacă sfera lui A este inclusă în sfera lui B și conținutul lui B este inclus în conținutul lui A). Relația $S'(A,B)$, adică supraordonarea lui A față de B se definește invers.

Pe baza relațiilor S și S' redefinim acum relația de vecinătate a conceptelor:

(26) $J(A) = B. \Leftrightarrow. S(A,B)$ sau $S'(A,B)$

Cu alte cuvinte, B este vecinătatea lui A dacă A este subordonat lui B sau B este subordonat lui A (mai simplu, dacă A este specie sau gen față de B). Este ușor de arătat că proprietatea (18) se menține și în acest caz.

Astfel definită, relația de vecinătate comportă două operații – *restrângerea* și *extinderea* – pe care le notăm cu „R", respectiv „E". În $S(A, B)$, de exemplu, de la A la B avem extindere, iar de la B la A, restrângere. Cele două operații verifică axiomele unor spații topologice de închidere, respectiv, deschidere[8]:

1. $R(A \cap B) = R(A) \cap R(B)$	1'. $E(A \cup B) = E(A) \cup E(B)$
2. $R R(A) = R(A)$	2'. $E E(A) = E(A)$
3. $R(A) \subset A$	3'. $A \subset E(A)$
4. $R(\varnothing) = \varnothing$	4'. $E(U) = U$

Operațiile de restrângere și extindere se interdefinesc cu ajutorul negației:

5. $R(A) = \overline{E(\overline{A})}$	5'. $E(A) = \overline{R(\overline{A})}$

Logica conceptului, repet, în interpretare pur extensională poate fi redată ca o algebră booleană topologică $K = \{K, \cap, \cup, \subset, -, E, R\}$ cu prim și ultim element (K este mulțimea conceptelor, celelalte sunt operațiile mulțimiste cunoscute).

Propozițiile de predicație SaP, SeP, SiP și SoP, adică „Toți S sunt P", „Nici un S nu este P", „Unii S sunt P" și „Unii S nu sunt P" au, după cum am văzut, un rol privilegiat în teoria conceptului. Ele pot fi interpretate cu ajutorul celor două operații topologice după cum urmează:

	I	II
SaP	$P = E(S)$	$S = R(P)$
SeP	$\overline{P} = E(S)$	$S = R(\overline{P})$
SiP	$P = ER(\underline{S})$	$S = ER(P)$
SoP	$\overline{P} = ER(S)$	$S = ER(\overline{P})$

---

[8] Aceste structuri topologice au fost definite de Gh. Enescu în studiul său *Concepte și axiomatizare*, în Gh. Enescu, op. cit. p. 283.

Observaţia 3. Propoziţiile exceptive se interpretează în acelaşi mod, de exemplu, „Toţi *A* cu excepţia lui *B* sunt *C*" se redă prin $A\overline{C} = E(B)$.

Cele două interpretări ale propoziţiilor de predicaţie stau la baza a două modele topologice pentru silogistică.

Modelul Σ_E **= < *P*, I, R1 – R3 >**

În acest model, *P* este mulţimea celor patru propoziţii de predicaţie. Modelul se compune din interpretările din coloana I ale propoziţiilor de predicaţie la care se adaugă următoarele reguli:

RG1. Dacă $A = B$ este o propoziţie adevărată, atunci *A* poate fi înlocuită peste tot unde apare cu *B*.

La această regulă generală se mai adaugă trei reguli speciale:

R1. $\dfrac{A = EE(B)}{A = E(B)}$ **R2.** $\dfrac{\overline{A} = E(B)}{\overline{B} = E(A)}$ **R3.** $\dfrac{A = ER(B)}{B = ER(A)}$

Din **R2** se obţine regula derivată

R2'. $\dfrac{A = E(B)}{\overline{B} = E(\overline{A})}$

Din punct de vedere silogistic, **R2** este conversiunea propoziţiei universal negative, iar **R3**, conversiunea particularei afirmative; **R2'** este contrapoziţia universalei afirmative. Demonstraţia modurilor silogistice se realizează în maniera calculului natural. Fiind vorba de demonstraţii foarte simple mă rezum doar la câteva exemple.

aaa – 1 (*Barbara*)	*aii* – 1 (*Darii*)
1. $P = E(M)$ (Premisă)	1. $P = E(M)$ (Premisă)
2. $M = E(S)$ (Premisă)	2. $M = ER(S)$ (Premisă)
3. $P = EE(S)$ (1, 2, **RG**)	3. $P = EER(S)$ (1, 2, **RG**)
4. $P = E(S)$ (3, **R1**)	4. $P = ER(S)$ (3, **R1**)

aee – 2 (*Camestres*)	*aoo* – 2 (*Baroco*)
1. $M = E(P)$ (Premisă)	1. $M = E(P)$ (Premisă)
2. $\overline{M} = E(S)$ (Premisă)	2. $\overline{M} = ER(S)$ (Premisă)
3. $\overline{P} = E(\overline{M})$ (1, **R2'**)	3. $\overline{P} = E(\overline{M})$ (1, **R2'**)
4. $\overline{P} = EE(S)$ (2, 3, **RG**)	4. $\overline{P} = EER(S)$ (2, 3, **RG**)
5. $\overline{P} = E(S)$ (4, **R1**)	5. $\overline{P} = ER(S)$ (4, **R1**)

aai – 3 (*Darapti*)

1. $P = E(M)$ (Premisă)
2. $S = E(M)$ (Premisă)
3. $S = ER(M)$ (Premisă adițională)
4. $M = ER(S)$ (3, **R3**)
5. $P = EER(S)$ (1, 4, **RG**)
6. $P = ER(S)$ (5, **R1**)

eao – 3 (*Felapton*)

1. $\overline{P} = E(M)$ (Premisă)
2. $S = E(M)$ (Premisă)
3. $S = ER(M)$ (Premisă adițională)
4. $M = ER(S)$ (3, **R3**)
5. $\overline{P} = EER(S)$ (1, 4, **RG**)
6. $\overline{P} = ER(S)$ (5, **R1**)

aai – 4 (*Bramantip*)

1. $M = E(P)$ (Premisă)
2. $S = E(M)$ (Premisă)
3. $M = ER(P)$ (Premisă adițională)
4. $S = EER(P)$ (2, 3, **RG**)
5. $S = ER(P)$ (4, **R1**)
6. $P = ER(S)$ (5, **R3**)

eao – 4 (*Fesapo*)

1. $\overline{M} = E(P)$ (Premisă)
2. $S = E(M)$ (Premisă)
3. $S = ER(M)$ (Premisă adițională)
4. $M = ER(S)$ (3, **R3**)
5. $\overline{P} = E(M)$ (1, **R2**)
6. $\overline{P} = ER(S)$ (4, 5, **RG**, **R1**)

Modurile cu premise universale și concluzie particulară, așa-zisele moduri existențiale, necesită o premisă suplimentară prin care se asigură caracterul nevid al unuia dintre termeni. În cazul nostru, premisa adițională are forma unei propoziții particular afirmative al cărui subiect este termenul presupus a fi nevid.

Un comportament aparte prezintă modul *oao* – 3 (*Bocardo*), care necesită două reguli suplimentare:

RG'. $\dfrac{A = B}{\overline{A} = \overline{B}}$ **R1'**. $\dfrac{A = RR(B)}{A = R(B)}$

Prima este o regulă generală, cea de a doua este o regulă derivată din R1. Demonstrația modului decurge în aceeași manieră:

oao – 3 (*Bocardo*)

1. $\overline{P} = ER(M)$ (Premisă)
2. $S = E(M)$ (Premisă)
3. $\overline{M} = E(\overline{S})$ (2, **R2'**)
4. $\overline{\overline{M}} = \overline{E(\overline{S})}$ (3, **RG'**)
5. $M = R(S)$ (4, Axioma 5)
6. $\overline{P} = ERR(S)$ (1, 5, **RG**)
7. $\overline{P} = ER(S)$ (6, **R1'**)

Cu aceste noi reguli modelul devine complet și neredundant.

Modelul $\Sigma_R = < P, \text{II}, \text{R1}' - \text{R3}' >$

La cea de a doua interpretare a propozițiilor de predicație se adaugă următoarele reguli:

RG1. Aceeași ca în modelul Σ_1.

R1'. $\dfrac{A = RR(B)}{A = R(B)}$ **R2'**. $\dfrac{A = R(\overline{B})}{B = R(\overline{A})}$ **R3'**. $\dfrac{A = ER(B)}{B = ER(A)}$

Din **R2'** se obține regula derivată

$$\textbf{R2''}.\ \frac{A = R(B)}{\overline{B} = R(\overline{A})}$$

Semnificația silogistică a acestor reguli este aceeași, iar demonstrarea modurilor valide urmează procedura cunoscută:

eae – 1 (*Celarent*)

1. $M = R(\overline{P})$ (Premisă)
2. $S = R(M)$ (Premisă)
3. $S = RR(\overline{P})$ (2, 1, **RG1**)
4. $S = R(\overline{P})$ (3, **R1'**)

eio –1 (*Ferio*)

1. $M = R(\overline{P})$ (Premisă)
2. $S = ER(M)$ (Premisă)
3. $S = ERR(\overline{P})$ (2, 1, **RG1**)
4. $S = ER(\overline{P})$ (3, **R1'**)

Și de această dată modul *Bocardo* reclamă un tratament special:

oao –3 (*Bocardo*)

1. $M = ER(\overline{P})$ (Premisă)
2. $M = R(S)$ (Premisă)
3. $\overline{S} = R(\overline{M})$ (2, **R2''**)
4. $\overline{\overline{S}} = \overline{R(\overline{M})}$ (3, **RG2**)
5. $S = E(M)$ (4, Axioma 5')
6. $S = EER(\overline{P})$ (5, 1, **RG1**)
7. $S = ER(\overline{P})$ (6, **R1**)

Din câte ne putem da seama, modelele Σ_E și Σ_R corespund celor două spații topologice de închidere, respectiv, deschidere în sensul că regulile lor au la bază axiomele acestor spații. Modul *Bocardo* este un mod de legătură, el presupune reguli din ambele părți.

cogito

cogito

ex falso quodlibet

Lucrarea de față reprezintă o sinteză asupra logicii paraconsistente, fiind prima încercare de acest gen din peisajul editorial românesc.

Lucrarea cuprinde texte din diferite faze și etape ale dezvoltării istorice a logicii paraconsistente, fără a omite controversele care se poartă astăzi în jurul acestui subiect - adevărate modele de dezbatere polemică pe marginea unei idei științifice.

Cu puține excepții, autorii au avut libertatea de a propune cele mai reprezentative contribuții personale, lucrarea devenind, astfel, un titlu de referință pentru subiectul abordat.

ISBN 973-31-2209-2

